(Conto corrente con la Posta)

Si pubblica una volta al mese. 1890. Fascicolo N. 7 e 8.

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXVIII.

LUGLIO e AGOSTO

Pubblicato il 9 Settembre 1890.

1890

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

RIVISTA

IL NUOVO CIMENTO

ANNO XXXVI.

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXVIII.

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

1890

SULLA CURVA RAPPRESENTATIVA DEI FENOMENI DI DIFFRAZIONE;

NOTA [1]) DI E. CESÀRO.

La curva adoperata dal Cornu per discutere i problemi della diffrazione [2]) è stata da altri segnalata, sotto il nome di *clotoide*, per le sue interessanti proprietà [3]), fra le quali è caratteristica la seguente: *il baricentro d'un arco qualunque è centro di similitudine dei circoli osculatori negli estremi dell'arco.* Del resto non esiste altra curva che abbia il baricentro d'ogni suo arco in linea retta sui centri estremi di curvatura. Qui, lasciando da parte le questioni geometriche, mi propongo solo di far vedere che le trasformazioni analitiche, effettuate [4]) in relazione alla detta curva dal Poincaré, si possono eseguire in modo alquanto più naturale, che sembra in pari tempo condurre ad un più generale procedimento per trattare simili questioni. Prima rammento che la clotoide è definita in coordinate cartesiane dagli integrali di Fresnel

$$x=\int_0^v \cos\frac{\pi v^2}{2}\,dv\ ,\quad y=\int_0^v \operatorname{sen}\frac{\pi v^2}{2}\,dv\ ,$$

1) Cfr. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (2 Giugno, 1890).

2) *Journal de Physique*, 1874, p. 9.

3) *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 1886, p. 512.

4) *Théorie mathématique de la lumière*, Paris, 1889.

ed in coordinate intrinseche dalle uguaglianze

$$s = v\,, \quad \rho = \frac{1}{\pi v}\,.$$

Sia

$$\zeta(v_1, v_2) = \mathrm{R}(v_1, v_2)\, e^{i\theta(v_2, v_1)}$$

l'affisso del punto v_2 quando sono assi la tangente e la normale in v_1. È ovvio che $\mathrm{R}(v_1, v_2)$ non differisce da $\mathrm{R}(v_2, v_1)$, e che l'angolo delle tangenti estreme

$$\vartheta = \int_{v_1}^{v_2} \frac{ds}{\rho} = \frac{\pi}{2}(v^2_2 - v^2_1)$$

è il supplemento di $\theta(v_2, v_1) - \theta(v_1, v_2)$. Dunque

$$\zeta(v_2, v_1) = -e^{-i\vartheta}\zeta(v_1, v_2)\,; \tag{1}$$

poi

$$e^{\frac{i\pi}{2}v^2_1}\zeta(v_1, v_2) = -e^{\frac{i\pi}{2}v^2_2}\zeta(v_2, v_1)\,.$$

Si vede così che la trasposizione $(v_1 v_2)$ in $e^{\frac{i\pi}{2}v^2}\zeta$ produce soltanto un cambiamento di segno. È dunque naturale porre

$$e^{\frac{i\pi}{2}v^2_1}\zeta(v_1, v_2) = \int_0^\infty [f(v_1, w) - f(v_2, w)]\,dw\,. \tag{2}$$

Bisogna poi cercare di determinare la funzione f. A ciò facilmente si perviene osservando che si ha

$$\frac{d}{dv_2}\zeta(v_1, v_2) = e^{i\vartheta}\,, \quad \frac{d}{dv_1}\zeta(v_2, v_1) = e^{-i\vartheta} \tag{3}$$

Quando infatti si differenzia (2) rispetto a v_2 si ottiene, sopprimendo gli indici,

$$e^{\frac{i\pi}{2}v^2} = -\int_0^\infty \frac{d}{dv}f(v, w)\,dw$$

e perchè sia soddisfatta questa condizione basta prendere

$$\frac{d}{dv} f(v,w) = -\frac{2v}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(w^2 - \frac{i\pi}{2}\right)v^2},$$

ovvero

$$f(v,w) = \frac{e^{-\left(w^2-\frac{i\pi}{2}\right)v^2}}{\sqrt{\pi}\left(w^2-\frac{i\pi}{2}\right)}.$$

Dunque

$$(4) \qquad \zeta(v_1,v_2) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \left(e^{-w^2v_1^2} - e^{-w^2v_2^2+i\vartheta}\right) \frac{dw}{w^2-\frac{i\pi}{2}}.$$

Se a v_1 si sostituisce v, mentre si fa crescere v_2 all' infinito si ritrova l' espressione dell' affisso del punto assintotico

$$\phi(v) + i\psi(v) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-v^2w^2} dw}{w^2-\frac{i\pi}{2}},$$

ottenuta [1]) dal Poincaré. Per discutere le variazioni dell' intensità luminosa si richiede la conoscenza di

$$R = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \bmod \int_0^\infty \left[e^{-\left(w^2-\frac{i\pi}{2}\right)v_1^2} - e^{-\left(w^2-\frac{i\pi}{2}\right)v_2^2}\right] \frac{dw}{w^2-\frac{i\pi}{2}}$$

e quella del modo di variare delle funzioni ζ. Bisogna, per questo, alle relazioni (3) aggregare le formole fondamentali della Geometria intrinseca

$$\frac{d}{dv_1}\zeta(v_1,v_2) + \frac{i}{\rho_1}\zeta(v_1,v_2) + 1 = 0, \quad \frac{d}{dv_2}\zeta(v_2,v_1) + \frac{i}{\rho_2}\zeta(v_2,v_1) + 1 = 0,$$

che del resto si deducono dalla (1) per differenziazione, tenendo presenti le relazioni (3). Ne risulta, per $dv_1 = dv_2 = ds$,

$$\frac{d}{ds}\zeta(v_1,v_2) = -\frac{i}{\rho_1}\zeta(v_1,v_2) + 2ie^{\frac{i\vartheta}{2}} \operatorname{sen}\frac{\vartheta}{2};$$

1) *Loc. cit.* pag. 144.

poi

$$\frac{dR}{ds} = 2 \operatorname{sen} \frac{\vartheta}{2} \operatorname{sen} \left(\theta - \frac{\vartheta}{2} \right).$$

L' una o l'altra condizione

(5) $$\vartheta = 2n\pi \,, \quad \vartheta = 2n\pi + 2\theta$$

è dunque necessaria perchè vi sia massimo o minimo di R quando l'arco costante $a = v_2 - v_1$ scorre lungo la curva. È il caso della diffrazione per una fenditura a margini paralleli. Poincaré studia soltanto le frange corrispondenti alla prima condizione (5). Uno studio approssimativo della distribuzione delle altre frange è forse possibile mediante la formola (4). In ogni caso si osservi che l'integrale (4), quando vi si considerano come trascurabili gli elementi definiti da grandi valori di w, si può sviluppare in serie indeterminata, i cui primi ν termini rappresentano, sommati, la funzione ζ con un'approssimazione vincolata alla posizione ed alla grandezza dell'arco mobile. Facendo uso della formola

$$\int_0^\infty w^{2n} e^{-v^2 w^2} dw = \frac{\Gamma(n + \frac{1}{2})}{2 v^{2n+1}} \,,$$

e rappresentando con $\phi(v)$ e $\psi(v)$ le somme d'un certo numero di termini iniziali nelle serie

$$\frac{1}{\pi^2 v^3} - \frac{3.5}{\pi^4 v^7} + \frac{3.5.7.9}{\pi^6 v^{11}} - \ldots, \quad \frac{1}{\pi v} - \frac{3}{\pi^3 v^5} + \frac{3.5.7}{\pi^5 v^9} - \ldots,$$

si ottiene

(6) $$\zeta(v_1, v_2) = \phi(v_1) + i\psi(v_1) - [\phi(v_2) + i\psi(v_2)]\, e^{i\vartheta}$$

ma un tal modo di procedere diventa sempre meno legittimo a misura che si prendono nuovi termini nelle due serie, e si deve poter assegnare, per ogni arco, un valore di ν, oltrepassato il quale diventi impossibile conseguire una maggiore approssimazione. Comunque sia, la seconda condizione (5) si trasforma in

(7) $$\operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2} = \frac{\psi(v_1) - \psi(v_2)}{\phi(v_1) + \phi(v_2)} \,,$$

ed è facile assicurarsi che il secondo membro differisce pochissimo da $\frac{1}{2}\pi a v$, essendo v la distanza proporzionale del punto l-

luminato alla linea centrale delle frange. D'altronde $\vartheta = \pi a v$. Dunque, se $\frac{1}{2}\vartheta$ è una delle grandi radici dell'equazione $\operatorname{tg} x = x$, la seconda condizione (5) è prossima ad essere soddisfatta. A questo risultato perviene [1]) in modo semplicissimo Verdet. Ora si può scrivere, in forza d'una nota formola,

$$v = \frac{n}{a}\left(1 - \frac{4}{n^2\pi^2} - \ldots.\right),$$

dove n rappresenta un numero dispari, molto grande. Si noti che un più rigoroso calcolo dell'espressione (7) si può stabilire in modo da evitare gli sviluppi indeterminati di ϕ e ψ. Basta osservare che, in virtù del loro significato di coordinate, queste funzioni soddisfano, per l'immobilità del punto assintotico, alle condizioni

$$(8) \qquad \frac{d\phi}{dv} = \frac{\psi}{\rho} - 1\,, \qquad \frac{d\psi}{dv} = -\frac{\phi}{\rho}\,.$$

Ora essendo

$$-\psi(v_1) + \psi(v_2) = a\psi'(v) + \frac{a^3}{24}\psi'''(v) + \frac{a^5}{1920}\psi^{v}(v) + \ldots,$$

$$\phi(v_1) + \phi(v_2) = 2\,\phi(v) + \frac{a^2}{4}\phi''(v) + \frac{a^4}{192}\phi^{iv}(v) + \ldots,$$

si può al secondo membro di (7) sostituire

$$-\frac{a\psi'(v)}{2\phi(v)} - \frac{a^3[\phi(v)\psi'''(v) - 3\phi''(v)\psi'(v)]}{48\,\phi^2(v)} - \ldots.$$

cioè, ponendo mente alle relazioni (8) ed a quelle altre che se ne deducono per differenziazione,

$$\frac{\pi a v}{2} - \frac{\pi a^3(1 - \pi^2 v^2 \phi)}{24\,\phi} + \ldots. = \frac{\pi a v}{2}\left(1 - \frac{5a^2}{4v^2} + \ldots.\right).$$

Ritorniamo all'eguaglianza (6). Quando vi si suppone $\phi = 0$, $\psi = \rho$, essa diventa

$$\zeta = \rho_2 \operatorname{sen}\vartheta + i(\rho_1 - \rho_2\cos\vartheta)\,.$$

Adottare questa formola, come fa il Poincaré per $\rho_2 = 0$, signi-

1) *Leçons d'optique physique*, t. I, p. 272.

fica assimilare l'arco di clotoide ad un arco di circolo: lo si assimila invece ad un arco di prima, seconda, ecc., sviluppante di circolo prendendo

$$\phi = \frac{1}{\pi^2 v^3}\ ,\quad \psi = \frac{1}{\pi v}\ ;\quad \phi = \frac{1}{\pi^2 v^3}\ ,\quad \psi = \frac{1}{\pi v} - \frac{3}{\pi^3 v^3}\ ;\quad \text{ecc.}$$

ma basta osservare che l'equazione intrinseca della n^{esima} sviluppante d'un circolo di raggio a è

$$\rho^{n+1} = \frac{n+1}{\sqrt[n]{n!}}\, a s^n,$$

e che differisce essenzialmente, come si vede, dall'equazione della clotoide, per comprendere che non si arriverà mai, su questa via, a rendere troppo soddisfacente la sostituzione di una curva all'altra, specialmente per la discussione di R: ciò devesi al fatto che il contegno della clotoide intorno ai suoi punti assintotici è ben lungi dal potersi paragonare a quello d'una spirale logaritmica intorno al suo polo.

SULLA MISURA DELLE TEMPERATURE RAGGIUNTE DAI FILI PERCORSI DA CORRENTI ELETTRICHE E SUI COEFFICIENTI DI CONDUTTIVITÀ ESTERNA; MEMORIA DEL PROF. PIETRO CARDANI [1]).

V.

Misura della temperatura della corda.

La parte più importante delle presenti ricerche era quella di determinare con esattezza la temperatura della corda percorsa dalla corrente: e per questa misura ho adoperato un metodo completamente diverso da quelli finora usati, secondo i quali si deduceva la temperatura della corda dalla variazione della sua resistenza elettrica.

Il nuovo metodo da me seguito è fondato sul principio che il numero delle vibrazioni di una corda tesa si può considerare

1) *Continuazione e fine*. Vedi pag. 245 del vol. XXVII.

come funzione della sua lunghezza: qualunque causa che produca un allungamento della corda, come un aumento qualsiasi di temperatura, fa diminuire il numero delle vibrazioni di essa: per cui, fatto uno studio preliminare sul modo come varia il numero delle vibrazioni dato dalla corda col variare della temperatura fra limiti abbastanza estesi, doveva esser possibile nei limiti stessi dal numero delle vibrazioni, dato dalla corda attraversata dalla corrente elettrica, dedurre la sua temperatura.

In una nota pubblicata nello scorso anno nei Resoconti della R. Accademia dei Lincei [1]) ho fatto constatare la squisita sensibilità del metodo, che dava, in opportune condizioni e con una corda di ferro, una differenza superiore ad una vibrazione doppia sopra cento per ogni grado di temperatura: senonchè l'apparecchio descritto in quella nota era troppo grossolano per le attuali ricerche: allora lo scopo mio era di dare un metodo per la misura di piccoli allungamenti, (fino al centesimo di millimetro), che potesse essere accessibile a tutti, non abbisognando per impiegarlo che un filo di ferro ed un buon orecchio: ma ora che si trattava di ricerche di misura, ho creduto necessario prendere tutte le possibili precauzioni per avere, nello studio della variazione del numero delle vibrazioni colla temperatura la maggiore sicurezza possibile.

Il sonometro era lo stesso: era cioè costituito di due grosse sbarre di ferro verticali, tra le quali era tesa la corda: queste due grosse sbarre erano fissate sopra un robustissimo asse di ferro; la parte inferiore dell'apparecchio era immersa nell'acqua.

Una cassetta, costituita da due parti che potevano riunirsi insieme e opportunamente costruita, circondava la parte superiore dei sostegni verticali e la corda: in altre parole, le due parti della cassetta combaciavano superiormente, inferiormente e lateralmente alla corda, lasciando come una tubulatura prismatica centrale nella quale era la corda tesa.

La cassetta era sostenuta indipendentemente dai sostegni della corda. Le due parti della cassetta portavano delle finestre nei lati più lunghi chiuse con lastre di vetro, in modo che attraverso alle finestre potesse vedersi la corda.

1) Vol. V, pag. 892, IV Serie, 1889.

Nelle due parti della cassetta si poneva dell'acqua in modo di avere nella parte centrale come un bagno ad aria con temperatura costante: per opportuni incavi praticati nelle due parti della cassetta combacianti e dalla parte superiore, si potevano introdurre nella parte centrale quattro termometri in modo che i loro bulbi fossero vicinissimi alla corda. Per riscaldare l'aria dove era posta la corda, non si riscaldava direttamente l'acqua della cassetta; ma si riscaldava l'acqua separatamente e si versava calda nelle due parti della cassetta, e ciò per evitare un riscaldamento troppo sensibile nell'asse inferiore dei sostegni.

I vani che necessariamente restavano tra i sostegni verticali e la cassetta, malgrado che questa fosse stata costruita colla massima cura, si chiudevano con bambagia: quattro tiranti di ferro a vite trattenevano le due parti della cassetta così che, combaciando nel modo migliore possibile, formassero come un'unica cassetta.

Per far vibrare la corda si adoperava una specie di pinzetta facile del resto ad immaginarsi, e formata da due fili metallici sottili sostenuti da una asticina di ferro. Questa pinzetta si introduceva in un'apposita tubulatura circolare, simile a quelle nelle quali si ponevano i termometri: dall'esterno della cassetta si poteva quindi premere la pinzetta verso il basso, in modo che la corda passando attraverso i due fili che la costituivano, entrasse in vibrazione: con una molla opportuna, abbandonando la pinzetta, questa si risollevava alla posizione iniziale.

La determinazione del numero delle vibrazioni della corda si faceva col solito metodo stroboscopico e col diapason scrivente, come è distesamente descritto nella prima nota del mio lavoro sull'influenza delle forze elastiche nelle vibrazioni trasversali delle corde.

Malgrado la precauzione di riscaldare l'acqua separatamente, ho dovuto fare sempre nelle misure una correzione, perchè l'asse dei sostegni variava di qualche grado di temperatura nel tempo, piuttosto lungo, nel quale durava una serie di osservazioni: la correzione però si poteva fare facilmente, giacchè, essendo la corda adoperata di ferro, come l'asse orizzontale che portava i sostegni verticali, la corda e l'asse avevano lo stesso coefficiente di dilatazione: quindi se tanto la corda quanto l'asse

avessero cambiato di temperatura per lo stesso numero di gradi contemporaneamente, la tensione della corda sarebbe rimasta la stessa e quindi lo stesso anche il numero delle vibrazioni: del resto la correzione al massimo raggiunse i tre gradi, e così si potè riferirsi sempre alle condizioni iniziali delle esperienze.

Le corde presentavano da principio qualche irregolarità: cioè riscaldate e lasciate raffreddare alla stessa temperatura non davano rigorosamente lo stesso numero di vibrazioni, irregolarità che scomparivano dopo qualche riscaldamento e successivo raffreddamento: per raggiungere più presto questo stato normale riscaldai ripetutamente la corda colla corrente.

Raggiunto questo stato normale, la corda dava sempre la stessa caduta nel numero delle vibrazioni per la stessa differenza di temperatura.

Le serie delle esperienze furono fatte alternativamente: cioè: 1.° una serie per la variazione del numero delle vibrazioni colla temperatura: 2.° una serie per la variazione del numero delle vibrazioni colla corrente togliendo la cassetta e lasciando la corda libera nell'aria: 3.° una serie identica alla prima e così di seguito.

Qui riunisco in unico specchietto diverse serie di esperienze eseguite ad intervalli di parecchi giorni, e così concordanti da sembrare una serie fatta in un unico giorno. Per essere sicuro che la corda aveva la temperatura data dai termometri, riscaldava l'acqua in modo che versata nella cassetta raggiungesse ancora una temperatura più elevata di quella dalla quale voleva principiare le osservazioni, di cinque o sei gradi: il raffreddamento dell'acqua aveva luogo molto lentamente per cui la serie durava parecchie ore.

Nei seguenti specchietti sono registrati i risultati delle esperienze in questo ordine:

Nella prima colonna la differenza tra la temperatura della corda e quella iniziale: questa differenza sarà sempre indicata con θ.

Nella seconda la differenza tra il numero delle vibrazioni della corda alla temperatura iniziale t ed il numero che essa rende alla temperatura $t + \theta$: questa differenza sarà sempre indicata con N.

Nella terza colonna i valori di N calcolati con una equazione della forma

$$N = a\theta + b\theta^2 .$$

I valori calcolati si possono riguardare concordantissimi anche con una differenza di più che una vibrazione, giacchè qualche causa occasionale di errore vi poteva essere, sia in qualche piccola deformazione dei sostegni verticali, sia nella non perfetta omogeneità della temperatura specialmente a temperature elevate.

CORDA N. 1.

Lunghezza della corda vibrante cm. 41. Diametro mm. 0,245.

θ corretta	N osservata	N_1 calcolata	$N_1 - N$
8,1	8,78	9,15	+ 0,37
8,7	9,40	9,90	+ 0,50
16,2	20,72	20,34	— 0,38
18,4	23,76	23,74	— 0,02
24,8	33,59	34,45	+ 0,86
26,0	37,00	36,61	— 0,39
27,5	39,73	39,36	— 0,37
30,7	44,48	45,46	+ 0,98
35,0	53,89	54,15	+ 0,26
35,3	54,14	54,78	+ 0,64
40,0	65,70	65,00	— 0,70
40,8	67,00	66,80	— 0,20
45,3	76,67	77,32	+ 0,65
45,3	76,06	77,32	+ 1,26
48,6	85,53	85,45	— 0,08

L' equazione colla quale furono calcolati i valori di N_1 fu la seguente:

$$N_1 = 1,005\,\theta + 0,0155\,\theta^2 \qquad (1)$$

equazione che ci servirà in seguito per determinare θ dati i valori di N.

Nella prima colonna i valori di θ che sono due a due molto vicini, sono i valori di due serie la prima fatta addì 25 Gennaio, la seconda addì 12 Febbraio.

Corda N. 2.

Lunghezza cm. 41. Diametro mm. 0,365.

L'equazione per calcolare N_1 adoperata fu la seguente:

$$N_1 = 0,94\,\theta + 0,0085\,\theta^2 \qquad (2)$$

θ corretta	N osservata	N_1 calcolata	$N_1 - N$
8,0	7,51	8,06	+ 0,55
16,1	17,58	17,30	— 0,28
17,4	18,10	18,92	+ 0,82
18,8	20,47	20,67	+ 0,20
22,8	25,94	25,84	— 0,10
27,4	31,35	32,12	+ 0,77
39,0	49,41	49,58	+ 0,17
39,2	50,14	49,94	— 0,20
43,8	57,29	57,47	+ 0,18
45,0	60,81	59,51	— 1,30
48,0	64,48	64,78	+ 0,30

La caduta del numero delle vibrazioni era colla corda di diametro maggiore più piccola di quella che si aveva colla corda di diametro minore: ciò era dipendente dalla flessione dei sostegni e la spiegazione del fenomeno si trova esposta nella nota sopra citata, *Sulla misura dei piccoli allungamenti*.

Negli specchietti seguenti sono invece riassunti i risultati ottenuti sulla variazione del numero delle vibrazioni col riscaldamento prodotto dalla corrente.

La corrente era fornita da sei accumulatori e ciò per avere una intensità relativamente costante: per essere sicuro, leggeva la deviazione della bussola di Weber prima e dopo la determinazione del numero di vibrazioni dato dalla corda: l'ampiezza con cui faceva oscillare la corda, era la più piccola compatibile colla visione netta delle onde stazionarie in cui essa sembrava divisa: del resto esperienze preliminari mi avevano dimostrato che cambiando l'ampiezza di oscillazione il numero delle vibrazioni rimaneva costante sensibilmente, anche quando la corda era attraversata dalla corrente.

Ciò stava a provare che per piccole ampiezze di vibrazione la temperatura non si modificava e che quindi poteva conside-

rarsi la temperatura della corda vibrante come eguale a quella che la corda avrebbe avuto in riposo.

Nella prima colonna sono registrate le deviazioni Δ lette nella bussola di Weber colla correzione di cui si parla al paragrafo 4°: nella seconda le differenze N tra il numero di vibrazioni dato dalla corda quando non era attraversata dalla corrente, ed il numero di vibrazioni che rendeva quando invece era riscaldata dalla corrente. La temperatura ambiente *t* quando si eseguirono queste esperienze fu quasi costantemente di 10°.

Corda N. 1.		Corda N. 2.	
Δ	N	Δ	N
30,0	3,90	62,5	5,36
47,0	9,10	85,0	10,25
56,5	13,00	99,0	14,88
61,5	17,14	108,0	17,27
71,0	24,60	116,0	19,81
79,0	32,00	125,0	23,90
81,5	31,97	138,7	30,31
85,0	37,55	147,7	34,35
87,0	38,83	156,6	42,00
90,0	42,14	173,4	53,02
94,0	47,36	180,3	57,98
97,0	49,76	182,3	58,44
101,0	56,60	183,3	59,98
107,0	66,87	189,2	67,00
112,0	73,10		
119,0	85,00		

Conosciuta così la variazione del numero delle vibrazioni col variare della intensità della corrente, ho potuto determinare dalle equazioni (1) e (2) il valore di θ corrispondente ad una certa intensità Δ della corrente. Di questi valori ottenuti di θ e di Δ ne ho fatta una rappresentazione grafica in carta millimetrata ed ho cercato l'equazione della curva per dare così al fenomeno un andamento regolare e togliere i piccoli errori delle osservazioni.

Nei seguenti prospetti sono riferiti i risultati ottenuti dal predetto confronto e cioè:

Nella prima colonna sono notate di nuovo le deviazioni Δ corrette e quindi proporzionali alle intensità delle correnti: nella

seconda le intensità I delle correnti espresse in Ampère: nella terza le differenze di temperatura θ raggiunte dalla corda per la intensità I della corrente e ricavate dalle equazioni (1) e (2) del presente paragrafo: nella quarta i valori θ_1 delle temperature calcolati con una equazione della forma

$$\theta_1 = aI^2 + bI^4:$$

nella quinta le differenze tra le temperature delle colonne terza e quarta.

Nel calcolare i valori di θ_1 si adoperarono le sole potenze pari perchè cambiando la direzione della corrente, cioè I in —I i valori di θ dovevano restare costanti.

CORDA N. 1.

Δ	I in Ampère	θ dedotto dall'esperienza	θ_1 calcolato	$\theta_1 - \theta$
30,0	0,2760	3,5	3,35	— 0,15
47,0	0,4329	8,2	8,2	0,0
56,5	0,5204	11,1	11,8	+ 0,7
61,5	0,5664	14,0	13,9	— 0,1
71,0	0,6539	18,9	18,4	— 0,5
79,0	0,7276	23,4	22,6	— 0,8
81,5	0,7506	23,3	24,0	+ 0,7
85,0	0,7828	26,7	26,0	— 0,7
87,0	0,8013	27,2	27,2	0,0
90,0	0,8289	28,9	29,0	+ 0,1
94,0	0,8657	31,6	31,5	— 0,1
97,0	0,8934	32,7	33,4	+ 0,7
101,0	0,9302	36,3	36,0	— 0,3
107,0	0,9854	40,5	40,1	— 0,4
112,0	1,0315	43,4	43,7	+ 0,3
119,0	1,0960	48,1	48,8	+ 0,7

L'equazione che servì a determinare θ_1 fu la seguente

$$\theta_1 = 0{,}003761\,\Delta^2 - 0{,}000\,000\,0222\,\Delta^4$$

e, come dimostra la quinta colonna le differenze tra i valori calcolati coi valori dedotti dal numero delle vibrazioni sono minori di un grado, ed i valori di θ variano in più e in meno alternativamente attorno i valori di θ.

minuzione nel numero delle vibrazioni maggiori che per la sola dilatazione termica.

Ho riscaldato le corde con correnti che dessero un eccesso di temperatura, che, misurato dal numero delle vibrazioni, risultasse di 46,5 gradi essendo la temperatura ambiente di 10 gradi.

Per ciò ho fatto passare per la corda N. 1 una corrente che desse una deviazione nella bussola di Weber di 116 divisioni; e nella corda N. 2 una corrente che desse una deviazione di 186 divisioni, ho posto sulle corde dei frammenti piccolissimi di paraffina che fondeva a 56,5 gradi: se la temperatura della corda fosse stata inferiore a quella dedotta dal metodo acustico, la paraffina non doveva fondere: invece i frammenti di paraffina si raccolsero in piccolissime sfere, dimostrando che la temperatura di gradi 56,5 era raggiunta.

Se avessi dovuto giudicare con esperienze di tal genere con quale corrente la paraffina fondeva, avrei giudicato con sicurezza che la fusione avveniva con correnti di intensità alquanto minore a quelle adoperate: ciò dipendeva dall'incertezza nel giudicare il punto di fusione di una sostanza e dal modo come la sostanza era posta sul filo: mi sono cioè convinto che il voler determinare la temperatura del filo dalla fusione delle sostanze, poteva dar luogo ad errori anche notevoli; ma il fatto che, colle correnti che secondo il metodo acustico facevano raggiungere alla corda la temperatura di gradi 56,5, la paraffina posta sui fili fondeva *sicuramente*, sta a provare che la temperatura dedotta dal metodo acustico non è affatto inferiore a quella realmente raggiunta.

VI.

Misura della resistenza della corda.

Il valore della resistenza della corda variava per due motivi: 1.° per il cambiamento della temperatura, 2.° per la variazione della tensione. Riguardo alla temperatura avrei potuto calcolare la variazione da essa prodotta nella resistenza del filo, essendovi dati sperimentali sufficientemente sicuri per calcolare la resistenza a $t + \theta$ gradi, data la resistenza alla temperatura ambiente t;

riguardo invece alla variazione della resistenza colla tensione, si sa che la resistenza cresce colla tensione e proporzionalmente, ma il coefficiente di proporzionalità non credo che si possa ritenere rigorosamente costante per i diversi fili: per cui ho eseguite diverse serie di esperienze, per conoscere la variazione di resistenza della corda vibrante per il variare simultaneo della temperatura e della tensione.

Per questa determinazione adoperai la stessa bussola di Weber adoperata per la misura delle intensità delle correnti; come è noto, nella bussola di Weber si trovano tre circuiti per variare la sensibilità dell' apparecchio: uno di questi l' adoperai per la misura della corrente che riscaldava il filo, gli altri due accoppiati per questa misura della resistenza.

Un ponte di Halske e Siemens era disposto in modo da poter avere con una sufficiente sicurezza il millesimo di Ohm.

Le esperienze venivano fatte, come quelle che servirono a determinare la variazione del numero delle vibrazioni colla temperatura: la corda era circondata dalla cassetta nella quale si versava l' acqua calda, e le misure si facevano mentre la temperatura andava diminuendo.

I risultati ottenuti per tutte e due le corde vennero trascritti in grande scala su carta millimetrata: la rappresentazione grafica della variazione della resistenza, col variare simultaneo della temperatura e della tensione della corda, risultò una linea molto regolare, leggermente convessa verso l' asse delle ascisse: dalle curve così ottenute si ricavarono quindi i valori della resistenza R della corda alle temperature $t + \theta_1$, raggiunte dalla corda sotto l' azione delle correnti di intensità I date dai prospetti precedenti.

Negli specchietti seguenti sono dunque trascritti: nella 1ª colonna i valori $t + \theta_1$, dove $t = 10^\circ$ come fu notato nei giorni in cui si fecero le serie di esperienze per la variazione del numero delle vibrazioni coll' intensità della corrente, e θ_1 l' eccesso di temperatura della corda sulla temperatura ambiente: nella 2ª colonna i valori della resistenza della corda, espressi in Ohm.

Corda N. 1.

$t + \theta_1$	R
13.3	1,045
18.2	1,065
21.8	1,081
23,9	1,090
28.4	1,111
32,6	1,130
34.0	1,137
36.0	1,147
37,2	1,153
39.0	1,162
41.5	1,176
43,4	1,186
46.0	1,199
50.1	1,223
53,7	1,243
58,8	1,273

Corda N. 2.

$t + \theta_1$	R
15.4	0,469
20.1	0,477
23,6	0,484
26,2	0,488
28,6	0,493
31,6	0,499
36.5	0,508
38.4	0,512
43.7	0,523
51.0	0,540
54.2	0,548
55.1	0,550
55,6	0,551
58,5	0,559

VII.

Riassunto delle esperienze.

Conosciuti i valori dell' intensità della corrente in Ampère, della resistenza della corda in Ohm, e dell' eccesso di temperatura in gradi centigradi, esprimendo la superficie irradiante in millimetri quadrati, possiamo avere la quantità di calore emessa dall' unità di superficie colla formola

$$K = \frac{5}{21} \frac{I^2 R}{S \theta_1}$$

dove K, che esprimerebbe complessivamente il coefficiente di conducibilità esterna rappresenterebbe piccole calorie.

Nei seguenti prospetti sono trascritti i risultati in questo modo: nella prima colonna la intensità I della corrente in Ampère: nella seconda colonna le resistenze opposte dalla corda quando era attraversata da queste correnti di intensità I: nella terza colonna gli eccessi θ_1 di temperatura sulla temperatura ambiente, raggiunti dalla corda sotto l' azione delle correnti di intensità I: nella quarta colonna i valori di K dati dalla formola precedente.

CORDA N. 1.

Lunghezza cm. 41 Diametro mm. 0,245.

Superficie laterale mm.^{2} 315,5.

I	R	θ_1	K
0,2760	1,045	3,35	0,00001793
0,4329	1,065	8,2	1837
0,5204	1,081	11,8	1872
0,5664	1,090	13,9	1899
0,6539	1,111	18,4	1948
0,7276	1,130	22,6	1998
0,7506	1,137	24,0	2014
0,7828	1,147	26,0	2040
0,8013	1,153	27,2	2054
0,8289	1,162	29,0	2078
0,8657	1,176	31,5	2111
0,8934	1,186	33,4	2139
0,9302	1,199	36,0	2175
0,9854	1,223	40,1	2235
1,0315	1,243	43,7	2284
1,0960	1,273	48,8	2365

CORDA N. 2.

Lunghezza cm. 41 Diametro mm. 0,365.

Superficie laterale mm.^{2} 470,1.

I	R	θ_1	K
0,5756	0,469	5,4	0,00001457
0,7828	0,477	10,1	1466
0,9118	0,484	13,6	1499
0,9947	0,488	16,2	1510
1,0684	0,493	18,6	1533
1,1512	0,499	21,6	1551
1,2774	0,508	26,5	1584
1,3235	0,512	28,4	1599
1,4423	0,523	33,7	1635
1,5970	0,540	41,0	1701
1,6605	0,548	44,2	1731
1,6790	0,550	45,1	1741
1,6882	0,551	45,6	1744
1,7425	0,559	48,5	1772

I valori di K sono dunque ben lungi dall' esser costanti, e di esser gli stessi per fili di diametro differenti. Fatta la rappresentazione grafica degli eccessi di temperatura θ_1 sull' asse delle ascisse, e dei valori di K sull' asse delle ordinate, la curva corrispondente risultò poco differente da una retta sensibilmente inclinata sull' asse delle ascisse: la leggiera curvatura era tale che i valori di K crescevano un poco più rapidamente dei valori di θ.

Dalle esperienze di Dulong e Petit il coefficiente K che viene espresso dalla equazione:

$$K = h\left\{m\, a^t \log a \left(1 + \frac{\theta \log a}{1 \times 2} + \frac{\theta^2 \log^2 a}{1 \times 2 \times 3} + \frac{\theta^3 \log^3 a}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \dots\dots\right) + n\theta^\delta\right\},$$

cresce pure più rapidamente che gli eccessi di temperatura, come lo dimostra la presenza dei termini $\frac{\theta^2 \log^2 a}{1 \times 2 \times 3} + \frac{\theta^3 \log^3 a}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \dots$ e del termine $n\,\theta^\delta$, ma la variazione dovrebbe esser la stessa per tutti i fili, essendo i coefficienti della equazione soprascritta indipendenti dalla forma della superficie irradiante e dalle dimensioni totali del corpo che si raffredda, se K si riferisce all' unità di superficie.

Nella prima parte i risultati delle mie esperienze concordano nell' andamento generale con quelli di Dulong e Petit: differiscono notevolmente nella seconda parte giacchè le variazioni di K con θ sono molto maggiori colla corda di N. 1 che colla corda di N. 2.

Possiamo dunque dire che la forma e le dimensioni del corpo, e nel nostro caso i diametri dei fili, influiscono in modo sensibile sulle quantità di calore emesso; e che, a parità di superficie, perdono più calore i fili di diametro minore.

La seconda parte dei risultati di Dulong e Petit sembra che rappresenti come un limite verso il quale tenderebbero i risultati delle mie esperienze, coll' aumentare del diametro dei fili: ciò del resto sarebbe prevedibile pensando che le esperienze di Dulong e Petit furono fatte con bulbi termometrici cilindrici e

quindi i risultati sarebbero paragonabili se si adoprassero dei fili di diametri eguali a quelli dei bulbi.

Le esperienze sopra descritte confermano d'altra parte i risultati ottenuti in modo tanto diverso da Riviere e da Forbes: ma qual'è la legge che rappresenta la variazione di K col diametro del filo?

Se tutte le esperienze concordano nella conclusione che cioè il valore di K cresce rapidamente col diminuire del diametro. la legge è ben lungi dall'esser stabilita. Il Riviere si limita a dire che il *raffreddamento da parte dell'aria non è proporzionale alla superficie, ma sarebbe più grande per fili di più piccolo diametro:* il Forbes invece asserisce che la corrente necessaria per elevare ad una data temperatura fili di raggi differenti, invece che essere proporzionale alla potenza $\frac{3}{2}$ del raggio (come risulterebbe accoppiando le leggi di Joule alla legge di Newton, ed esprimendo la sezione del filo e la sua resistenza in funzione del raggio), è proporzionale alla semplice prima potenza: però tale legge fu dedotta misurando l'intensità delle correnti necessarie a fondere della cera, posta su differenti fili, il quale metodo, come ho precedentemente rilevato e con numerose esperienze, è tutt'altro che rigoroso.

Dalle mie esperienze, paragonando nelle due corde adoperate i valori della intensità della corrente per raggiungere la stessa differenza di temperature, per esempio di 49 gradi, si avrebbe:

per la corda N. 1

diametro mm. 0,245 — deviazione della bussola di Weber 119,2.

per la corda N. 2

diametro mm. 365 — deviazione della bussola di Weber 191,0.

Risulta da ciò che la legge di Forbes si può ritenere solamente come una prima approssimazione della legge vera che rilega l'intensità della corrente al diametro del filo per ottenere eguali aumenti di temperatura.

È certo che con due soli fili e colle esperienze fatte non mi è lecito stabilire questa legge importante; ma i risultati ottenuti, concordi nell'andamento generale con quelli di Dulong e Petit, e nel caso dei fili con quelli di Riviere e di Forbes, mi danno affidamento che il metodo da me seguito, superiore indubbiamente, come sensibilità, a quelli finora usati nella deter-

minazione delle temperature, mi permetterà di stabilire questa legge con tutto il rigore desiderabile in una ricerca scientifica e di studiare anche altre questioni, relative al valore di K.

Finalmente paragonando i risultati di Oelschlaeger con quelli delle mie esperienze, si vede che mentre dalle esperienze di Oelschlaeger l'eccesso di temperatura è rilegato alla intensità della corrente da una relazione della forma

$$\theta = c\,I^2$$

dove c sarebbe una costante, dalle mie esperienze, come rilevasi dal paragrafo V, si avrebbe

$$\theta = a\,I^2 - b\,I^4\,;$$

ma il coefficiente b risulta tanto piccolo che può considerarsi la legge di Oelschlaeger come sufficientemente esatta.

Istituto fisico della R. Università di Roma
Aprile 1890.

SULLA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DI ALCUNI MESCUGLI NATURALI DI COMPOSTI ORGANICI ED IN PARTICOLARE SULLA CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DEGLI OLII, DEI GRASSI, DELLE CERE, DELLE ESSENZE, DEI BALSAMI E DELLE RESINE; MEMORIA DEL PROF. ADOLFO BARTOLI.

(Sunto dell' Autore).

I. Questa memoria fa seguito ad altre da me pubblicate dal 1884 in poi in questo giornale, nella *Gazzetta Chimica* di Palermo, nell' *Orosi* di Firenze, nei resoconti della R. Accademia dei Lincei di Roma e (per sunto) in diversi giornali scientifici stranieri [1]).

1) *Nuovo Cimento*, 3. serie t. XVI pag. 64; t. XIX pag. 43, 48, 52, 55; t. XIX pag. 122; t. XX pag. 121, 125, 136; *Gazzetta Chimica* di Palermo dal 1884 al 1887; *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei*, Roma dal 1884 al 1887; l' *Orosi*, Firenze dal 1885 al 1887; vedi anche *Naturforscher*, 1884 e 1885; *Journal de Physique*, 1886, 1887; *Chemische Centralb.* 1885, s. 785; *Jaresberichte der Chemischen Technologie* 1885 Bd. XXX, etc.

I fatti principali, stabiliti nelle precedenti memorie, che più si connettono con l'argomento di questa, sono i seguenti:

1. « I composti organici allo stato solido ed a sufficiente distanza dal punto di solidificazione, non conducono ».

2. « Gli idrocarburi e i loro derivati per sostituzione del cloro, del bromo all'idrogeno, allo stato liquido non conducono; invece gli acidi, le basi, gli alcoli, le aldeidi, i chetoni, i fenoli ecc. presentano una certa conducibilità allo stato liquido ».

3. « In generale la conducibilità elettrica della maggior parte dei liquidi puri, va crescendo col crescere della temperatura ».

4. « Molti mescugli di sostanze organiche come per esempio naftalina e fenolo, naftalina e nitro-naftalina ecc. acquistano nel solidificare una conducibilità molto maggiore di quella che avevano precedentemente allo stato liquido, e mantengono questa conducibilità anche dopo un considerevole abbassamento di temperatura, perdendola poi con un ulteriore raffreddamento ».

5. « Le soluzioni di una sostanza, che conduca allo stato liquido, in un liquido coibente, sono conduttrici ».

6. « Molte soluzioni diluite di liquidi conduttori, segnatamente di alcoli della serie grassa, negli idrocarburi ed in altri liquidi coibenti presentano una conducibilità decrescente col crescere della temperatura ».

Stabiliti questi fatti era importante ripetere le stesse esperienze, sui mescugli e sulle soluzioni che si trovano già formate o si estraggono dai vegetali e dagli animali come gli olii fissi, i grassi, le cere, le essenze, i balsami le resine ecc.; erano anche importanti queste esperienze perchè potevano considerarsi quasi del tutto nuove.

II. Il metodo è stato quello già descritto (vedi per es. questo giornale 3ª S. T. XIX, pag. 43-46).

La pila era formata da 10 grandi elementi Latimer-Clark e da 800 elementi zinco-rame-acqua con nitrato sodico, perfettamente isolati. I galvanometri erano due: uno sistema Magnus, a filo lunghissimo, perfettamente isolato a paraffina, e l'altro di Wiedemann, con tal numero di telaj e così disposti, che con questi due galvanometri si poteva misurare l'intensità di una

corrente straordinariamente debole o di una corrente che produceva visibile elettrolisi. Il liquido quando era semi-isolante, stava dentro un tubo d'assaggio alto 20^c e largo 3, chiuso da un tappo attraversato dal termometro e da due tubi di vetro ai quali erano saldati, a fusione di vetro, i due elettrodi costituiti da due strisce di platino larghe 3^{mm} che uscivano dalla parte inferiore per 3^c e stavano parallele, distanti 1^c completamente immerse nel liquido senza toccare le pareti del tubo.

Pei liquidi più conduttori si adoprava invece un tubo ad *u* assottigliato nel tratto orizzontale e gli elettrodi erano due dischi di platino ec. ec.

III. Le sostanze studiate furono 220, e di molte si studiarono diversi campioni; per es. per l'olio d'oliva i campioni studiati furono 30, per l'olio di sesamo 15 ec. ec. Si sperimentò da 0° o da — 20° fino alla temperatura di ebullizione o fino a che cominciavano a decomporsi.

IV. *Olii.* — La conducibilità di tutti gli olii fissi, vegetali ed animali, da me studiati, va crescendo rapidamente e regolarmente col crescere della temperatura: la conducibilità di un olio varia assai da un campione all'altro, e talora, le differenze sono maggiori che fra due olii diversi.

Un forte riscaldamento (260°), anche fuori del contatto dell'aria, produce in molti olii una diminuzione permanente di conducibilità; ma, se non si raggiunge una certa temperatura, si ritrovano col raffreddamento sensibilmente le stesse conducibilità che si erano trovate riscaldando.

Gli olii essiccativi, lasciati in contatto dell'aria, acquistano conducibilità maggiore; lo stesso accade, ma in minor grado, per quelli non essiccativi quando si lasciano irrancidire.

Riporto qui sotto un elenco degli olii da me studiati e disposti per ordine crescente di conducibilità alla temperatura di 100° (ad un altra temperatura l'ordine potrebbe essere un poco diverso). Questa classificazione non ha un valore assoluto perchè la conducibilità varia, come ho già detto da un campione all'altro di uno stesso olio. Così ad es. l'olio d'oliva finissimo e più

pregiato nell' uso, a freddo, è un perfetto isolante mentre quello di cattiva qualità conduce sensibilmente.

Ecco senz' altro l' elenco:

Olio di oliva finissimo di Calci (Pisa), di sesamo, di cotone, di arochide, da orologiai (vecchio di 40 anni), di mandorle dolci (recente), di noce, di rapa, di oliva (dalle sanze), di mandorle dolci (vecchio), di papavero, di ricino (dai semi scelti), di fegato di merluzzo di Terranova (bianco), di camomilla, minerale grezzo di Bakou, di canape, di belladonna, di tuorlo d' ovo, di fegato di merluzzo (giallo), di ravizzone, di noce (qualità inferiore), di segala cornuta, di giusquiamo, di succino, di fegato di merluzzo (rosso), di lino crudo, di colza, di Croton-Tillium, di sesamo scadente (da ardere), laurino (dalle bacche), di Zea Mais guasto, di pesce del commercio, di lino crudo (campione vecchio), di lino solforato, Cade (dall' Juniperus oxicedrus).

Darò anche per alcuni degli olii, più comuni e più a lungo studiati, i valori delle conducibilità di 20 in 20 gradi dedotti, per mezzo di curve, dai valori ottenuti sperimentalmente e riferiti ad una unità arbitraria.

TAVOLA I. — Olii.

Temperatura	Olio di oliva di Calci (Provincia di Pisa)	Olio di oliva di Firenze (venale 1.a qualità)	Olio di oliva (di sanse)	Olio di sesamo dal seme di Giaffa	Olio di sesamo (venale 1.a qualità)	Olio di sesamo comune	Olio di papavero	Olio di belladonna	Olio di ravizzone	Olio di torlo d'uovo	Olio laurino (dalle bacche)	Olio di pesce del commercio
	N. 1.	N. 4.	N. 5.	N. 6.	N. 8.	N. 10.	N. 24.	N. 26.	N. 29.	N. 38.	N. 47.	N. 49.
0°	0,00	0,00		0,0	0,0	0,2	0,48				17,5	42,0
20	0,00	0,00	1,7	0,0	0,45	0,9	3,2	4,0	7,9	11,0	41,5	83,2
40	0,00	0,06	3,8	0,0	1,75	1,7	7,0	11,9	19,4	20,2	100	252
60	0,00	0,14	6,8	1,1	3,8	2,3	17,0	27,6	45	40,0	1200	501
80	0,00	0,70	13,2	1,6	5,8	8,6	34,9	52,5	108	83	3790	1024
100	0,00	1,15	26,8	2,05	8,7	18,0	60,5	92,3	168	140	6750	1748
120	0,01	2,05	47,0	4,3	13,0	28,8	115,2	145	236	212		2974
140	0,06	3,20	73,5	7,4	20,2	47,0	218,0	220	340	320		4400
160	0,51	5,00	106,0	12,1	29,6	107		321	480	424		6230
180	1,62	7,26	152,0	18,0	41,1	1825		422	670	595		8700
200	3,38	10,70	232,5	25,0	59,6	275		558	1000	823		11600
220	6,08	15,05	355,0	33,3	89,0	400		830	1450	1150		14700
240	10,37	21,60	640,0	43,8	98,0	660		1140	2030	1496		18280
260	16,49	33,00	1170,0	57,1	109,0	1200		1520	2840	2267		22250
280	23,66	52,50	2090,0	77,0	113,0	2270		2550	4000	4050		27750
300	31,70	83,00							6000			

N.° 1, 4, 8, 24, 47, 49 riscaldando. N.° 5, 6, 10, 26, 29, 38 raffreddando.

V. *Grassi.* — Oltre i grassi animali propriamente detti, ho compreso in questa categoria anche gli olii che sono solidi o consistenti alla temperatura ordinaria ed i cosidetti burri vegetali.

Le conducibilità di questi corpi crescono rapidamente con la temperatura ed in generale anche assai regolarmente se si eccettua il lardo, pel quale la curva di conducibilità presenta fra 170° e 220° delle singolarità dovute, forse, ad una alterazione chimica permanente.

La maggior parte dei grassi, nel rammollirsi e nel fondere, aumentano lentamente e regolarmente di conducibilità, eccettuato il burro di noce moscata che avendo un punto ben netto di fusione, prova nel fondere un brusco aumento di conducibilità.

Le sostanze studiate (con le stesse riserve fatte per gli olii) possono disporsi in ordine crescente di conducibilità nel modo seguente: grasso di gallina, olio di cocco, lardo (scaldato a 100° e filtrato), midollo di bue (scaldato a 100° e filtrato), burro di cacao, grasso di bue (scaldato a 100° e filtrato), olio di delfino, olio di palma, olio di ginocardia, burro di mucca, burro di noce moscata.

Nella tavola seguente sono registrati i valori delle conducibilità relative a diverse temperature per alcune di queste sostanze.

TAVOLA II. — Grassi.

Temperature	Grasso di gallina scaldato a + 100° e filtrato. N. 56.	Lardo scaldato a + 100° e filtrato. N. 58.	Olio di delfino N. 62.	Grasso di Vitello scaldato a + 100° e filtrato. N. 64.	Olio di cocco. N. 65.	Burro di mucca scaldato a 120° e poi filtrato. N. 68.
0°	1,7 semi-solido					
20	2,2 liquido	6,6 solido	5,8 liquido	9,0 solido	0,48	0,5 solido
40	3,3	8,8 liquido	9,4	11,0 liquido	1,25 liquido	10,0 liquido
60	5,3	18,5	14,8	17,0	1,95	37,0
80	7,8	24	30,9	27,5	5,02	112,0
100	11,0	28,5	58	44,5	7,80	262
120	14,1	38	87,5	62,0	14,00	552
140	17,6	61	157,4	82,5	22,4	1010
160	21,5	101	280	107,5	33,7	1550
180	25,4	126	369		48,0	2460
200	30,0	60	470		68,0	
220	35,1	60,5	625		101,8	
240	40,5	99	880			
260	46,8	158				
280	54,0	230				
300	63,5	339				

Osservazioni

N. 56. — Semisolido fra 0° e + 10°: fonde fra 16° e 19; solidifica fra 16° e 18°, la serie è ottenuta riscaldando.

N. 58. La serie è ottenuta riscaldando. Verso 180° prova una forte diminuzione di conducibilità e poi crescendo la temperatura la conducibilità torna a crescere: dopo il riscaldamento a 200, raffreddando si ottengono conducibilità minori.

N. 62. da 0° a + 10° semisolido, raffreddando.

N. 64. Riscaldando, fonde verso + 37°; riscaldato a 230° perde permanentemente di conducibilità.

N. 65. Raffreddando. Solidifica verso + 20°.

N. 68. Raffreddando.

VI. *Cere.* — Oltre le cere propriamente dette ho studiato le cere fossili, spermaceti, stearina etc. La conducibilità di tutte le cere, allo stato liquido, cresce regolarmente e rapidamente col crescere della temperatura; allo stato solido ed a temperatura sufficientemente distante dal punto di fusione, la conducibilità tende a ridursi a zero; nella fusione, aumenta bruscamente per le cere del Giappone e di Ocuba, ed in modo meno sensibile per le altre.

Le principali cere studiate possono così disporsi in ordine di conducibilità crescente alla temperatura di 100° (l'ordine varierebbe un poco ad un altra temperatura alla quale però fossero tutte liquide):

Vaselina bianca, Ozokerite di Boryslaw, spermaceti, cera gialla delle api, cera di Ocuba, cera del Giappone, cera della China, acido stearico grezzo, cera di Carnauba.

Riporto, anche per le cere, una tavola dei valori delle conducibilità relative:

TAVOLA III. — Cere

TEMPERATURE	Vaselina bianca N. 69.	Spermaceti N. 71.	Cera gialla delle api N. 73.	Cera della China N. 74.	Cera di Carnauba N. 77.	Cera del Giappone N. 79.
0	0	0	0	0	14,5	0
10	0	0	0	0,4	21,4	0
20	0	0.2	0,1	1,0	28.0	0
30	0	0,8	0,5	1,8	40,2	0
	solida					
40	0	1.3	1,0	2.6	55,6	0
	liquida	solido		solida	solida	solida
50	0	4.4	3,2	4.0	85,5	11
		liquido		fonde	liquida	liquida
60	0	1,8	7.1	21.6	99,5	16
			solida	liquida		
70	0		29.0	30,1	127,4	19
			liquida			
80	0	2.9	36.0	37,0	175,2	27
100	0.02	4.5	64.0	58	316	50
120	0.07	8.6	121.0	88	520	90
140	0,15	13.6	260,0	161	1090	155
160	0.28	19.0	600,0	269		236
180	1,00	24.2		396		343
200	2,25	30,8				641

Osservazioni

Le serie 69, 71, 73, 79 sono ottenute col raffreddamento; le serie 74 e 77 col lento riscaldamento.

N. 69; il liquido verso + 35° si rapprende in una massa poco consistente.

N. 71; solidificava a + 43°.

N. 73; „ a + 63°.

N. 74; fonde + 51,5, solidifica a + 40,5: fondendo prova un forte aumento di conducibilità.

N. 77; fonde + 47,5 solidifica a + 48° è facile ottenerla soprafusa.

N. 79; fonde a + 42°.

VII. *Essenze.* — I diversi campioni di una stessa essenza hanno conducibilità molto diverse a seconda del modo di preparazione, di conservazione ec. ec. Ordinariamente le essenze contengono un idrocarburo volatile, che non conduce, ed uno o più composti ossigenati ai quali debbono la conducibilità. Scaldate all'aria perdono gran parte del composto isolante e divengono più conduttrici; se si riscaldano lungo tempo in presenza dell'aria il fenomeno è più complesso perchè si formano, per l'ossidazione dell'essenza, altri composti buoni conduttori. Ciò non è applicabile a quelle essenze (di gaultheria, di senape etc.) che si scostano, per la composizione, dal tipo comune.

Per queste ragioni studiai la conducibilità delle essenze per raffreddamento dopo averle rapidamente riscaldate, fuori del contatto dell'aria, fino alla temperatura voluta. Le conducibilità diminuiscono molto regolarmente e rapidamente al diminuire della temperatura. Le essenze studiate le ho divise, a seconda della conducibilità, in tre classi come segue: (anche qui valgono, e con più forte ragione, le riserve fatte nel classificare gli olii).

1ª Classe. *Essenze di piccola conducibilità.* Essenza di trementina, di ginepro (dalle bacche), di ginepro (dal legno), di rosmarino, di timo, di gemme di pino, di pino pumilione, di arancio, di sassafrasso, di coriandoli, di Cajeput (verde), detto (bianca), di sandalo rosso, di sandalo bianco, di valeriana, di sabina, di finocchio, di lavanda officinale, di legno di cedro, di Ylang-Ylang, di copaibe, di cedro, di anici.

2ª Classe. *Essenze di media conducibilità.* Essenza di cubebe, angelica, nevoli, cardamomo, ruta, limoni, arnica, menta inglese, zenzero vero, camomilla, origano, bergamotta, seme santo.

3ª Classe. *Essenze di massima conducibilità.* Essenza di trementina (vecchia di oltre un secolo), di cedro (vecchio di 18 anni), Estragon Rose, ascenzio, carvo, vetiwer, salvia, maggiorana, melissa, isopo, cumino, luppolo, matricaria, palmarosa, gaulteria, garofani, tanaceto, verbena, mille foglie, tabacco, senape, erba S. Maria, cannella goà, cannella Ceylan, mandorle amare.

TAVOLA IV. — Essenze.

TEMPERATURE	Essenza di trementina	Essenza di gemma di pino silvestre	Essenza di arancio	Essenza di sandalo bianco	Essenza di arnica	Essenza di camomilla	Essenza di Bergamotta (la parte che è distillata fra 173° e 180°)	Essenza di Bergamotta il residuo della distillazione precedente, liquido viscoso rosso-vino fluoresc.	Essenza di menta Hotkiss	Essenza di Melissa	Essenza di verbena	Essenza di mandorle amare
	N. 80.	N. 89.	N. 91.	N. 97.	N. 116.	N. 121.	N. 124.	N. 125.	N. 130.	N. 143.	N. 156.	N. 164.
0	0,00											
10°	0,00		2	0	61	178	4,9	710	1180	2480	15100	375000
20	0,00	3.7	4	2	120	221	6,4	1800	1220	4320	20200	409000
30	0,00	4,0	5,5	4	191				1400			
40	0,00	4.5	7.0	5	282	370	10,8	5340	1520	7980	30400	465000
50	0,00	5.5	9,0	10	400							
60	0,03	6.5	10,7	12	568	768	17,1	13900	2000	11750	40000	525000
70		8,0	12,1	20	770							
80	0,18	10.5	14,0	25	970	1280	24,9	24300	2680	15230	50100	617900
90		14.0	16,0	38	1180							
100	0,55	20.0	19.2	66	1430	1930	36.6	38200	3500	18400	60080	708000
120	1.30	31.0	32,0	150	2200	2580	85,0	58000	4720	20800	70100	825000
140	3.10	44.5	51,0	290	4150	3180	150	75000	6150	22700	79800	
160	8,60	66,4	80,1	470	7500	4500	300	105000		24280	87000	
180								180000				
200												

VIII. *Balsami*. In questa classe insieme ai cosidetti balsami ho compresi alcuni liquidi viscosi che si ottengono dalla distillazione secca dei legni ec. ec. Tutti i balsami studiati, resi fluidi dal calore, conducono e la loro conducibilità aumenta rapidissimamente e regolarmente col crescere della temperatura. Raffreddati fino a solidificarli, la loro conducibilità diminuisce rapidamente e si annulla allo stato solido.

Per l'Elèmi (due campioni diversi) ho trovato un aumento di conducibilità raffreddandola in vicinanza al punto di solidificazione: (fenomeno analogo a quello da me scoperto per alcuni mescugli etc.) [1]).

Il creosoto puro al di sopra di 80° ha una couducibilità decrescente col crescere della temperatura; si comporta cioè come la dietilamina etc. [2]).

Riporto anche pei balsami un elenco disposto in ordine di conducibilità crescente, avvertendo che non solo varia molto la conducibilità da campione a campione ma che, per lo stesso campione, diminuisce in generale riscaldandoli per qualche tempo in contatto dell'aria.

Segue l'elenco: balsamo del Canadà, trementina di Chio, olio di abete, Elèmi, trementina di Chio (altro campione), storace liquido, trementina di Venezia (esposta molto tempo all'aria), olio empireumatico della distillazione del carbone fossile, balsamo di copaive, trementina di Venezia nuova, creosoto dal legno di faggio (bianchissimo), balsamo del Perù, creosoto dal legno di faggio (grezzo), olio di betulla, catrame di Norvegia, olio di betulla (altro campione).

Nella tavola seguente sono registrate le conducibilità relative per alcuni dei balsami studiati:

1) *Nuovo Cimento* 1886; *Rend. Acc. dei Lincei* 1885.
2) L'*Orosi*, Maggio 1886; *R. Acc. dei Lincei*, seduta del 21 giugno 1885.

TAVOLA V. — Balsami.

Temperature	Balsamo del Canadà N. 166.	Tremontina di Chio N. 170.	Balsamo di Copaive N. 174.	Storace liquido (scaldato prima a 100° per due ore). N. 175.	Balsamo del Perù N. 179.	Creosoto da legno di faggio (purissimo) bianco. N. 181.
—10°	0,0		1,1	0,2	2	
0	0,1	0,00 semisolido	8,6 semisolido	7,9 liquido viscosissimo	38 liq. viscoso	1800
10	0,3		19	8,0	120	2730
20	0,4 semisolido	0,00	36	8,1	350	4020
30	0,5		80,5	8,2	1350	5440
40	0,6	0,06	206 quasi liquido	10,3	6000	6860
50	0,8		852	16,0	12100	8550
60	1,2 semiliquido	0.20 liq. viscoso	1930	34	16700	9600
70	2,3		3850 ben liquido	70 ben liquido	21200	10560
80	5,0	11,8	7200	171	27800	11040
90	9,5 liquido viscosissimo.		12600	505	33500	11200
100	19,1	79	23400	1080	39000	11200
120	108,0 liquido	244		2650		10880
140	305	560		4650		10100
160	951					9200
180						8200
200						

IX. *Resine.* I risultati di uno studio su la conducibilità delle resine e delle gomme resine furono già da me pubblicati in una nota inserita in questo giornale (3. serie T. XIX, pag. 122).

Le resine, allo stato solido, ed a sufficiente distanza dal punto di fusione, sono isolanti; allo stato liquido posseggono una conducibilità più o meno grande che cresce rapidamente e regolarmente al crescere della temperatura. In vicinanza del punto di fusione la maggior parte non presentano singolarità; ho trovato soltanto pel mastice di Scio o per un campione di resina di pino silvestre il fenomeno già descritto pei mescugli di naftalina e fenolo etc. Le principali resine e gomme resine da me studiate possono classificarsi, per la loro conducibilità, in tre categorie:

1ª Classe. *Resine che conducono bene fuse o rammollite dal calore.* Resina di Gialoppa, di Scamonea, sangue di drago, storace calamita, succino, resina del balsamo del Perù, resina del balsamo del Tolù, resina copaive, gomma lacca, gomma benzoe, benzoino, resina di guaiaco, raccamacca, segapeno, galbano, assa fetida, resina ammoniaca, gomma laudano, aloe soccotrino, olibano, mirra.

2ª Classe. *Resine che liquide e rammollite dal calore conducono mediocremente.* Resina copaive (altro campione), trementina di Venezia, trementina di Chio, pece navale, colofonia, asfalto, resine estratte dalle foglie dell'olivo.

3ª Classe. *Resine che fuse o rammollite dal calore conducono meno delle precedenti.* Mastice di Scio, Damar, sandracca, coppale, resina di pino silvestre, resina del balsamo del Canadà ec. ec.

TAVOLA IV. — Resine.

Temperatura	Resina di sombolo N. 184.	Resina di Copaive (solida, friabile). N. 186.	Resina taccamacca N. 189.	Resina Damar N. 195.	Resina scamonea bianca N. 199.	Resina di pino silvatico N. 202.
0	0,5 solida		0,0	0,0	0,0	0,0
10	8,0 solida		0,0	0,0	0,0	7,0
20	95.0 rammollita	40	0,0	2,8	0,0	9,7
30	382 semiliquida	40	0,0			6,5
40	2080 liq. viscoso	40	0,0	3,6	0,0	5,0
50	5100	40	0,0			4,2
60	15300	40	0,0	5,0	0,05	3,7
70	37000		0,0			3.7 solida
80	78000	40.5 solida	0,0 solida	6.0 solida	2,5	4,0 rammollita
100	160000	42 rammollita	0,10 semisolida	6,9	28 solida	15,5
120		45,3 semiliquida	3.0 liq. viscoso	8,2 semisolida	210 rammollita	40,5
140		75,2 liquida	97	12,2 liquida	395 liq. viscoso	91
160		230	705	22,3		245
180		800	2410	48,1		
200		1820		128		

Nota alla memoria precedente.

Il chiarissimo prof. Stefano Pagliani in un suo pregevole lavoro *Sulla viscosità degli olii vegetali* [1]) osserva giustamente che i principali tipi di olii vegetali si possono secondo le sue esperienze, classificare in un ordine crescente di fluidità, il quale corrisponde perfettamente all'ordine crescente di conducibilità elettrica, desunto dalle mie determinazioni.

Così pure nell'olio di oliva, ad una maggiore purezza corrisponde una viscosità maggiore ed una conducibilità minore.

Si vede dunque verificato per gli olii vegetali, quello che fu già trovato per le soluzioni saline, che cioè la conducibilità va crescendo in pari tempo che cresce la loro viscosità.

SULLE FORMULE ESPRIMENTI LA TENSIONE DEI VAPORI SATURI IN FUNZIONE DELLA TEMPERATURA; MEMORIA DEI PROFESSORI ADOLFO BARTOLI ED ENRICO STRACCIATI.

Sunto degli Autori.

Senza voler fare la storia completa delle formule proposte per esprimere la forza elastica dei vapori saturi in funzione della loro temperatura, accenneremo soltanto alle principali, e poi ne indicheremo un' altra di facile applicazione e molto approssimata.

Dalton come è a tutti noto propose le leggi seguenti [1]).

1° « La forza elastica del vapore saturo di un liquido cresce in progressione geometrica quando le temperature crescono in progressione aritmetica ».

2° « I vapori di tutti i liquidi volatili hanno la stessa tensione massima a distanze uguali dalla temperatura di ebullizione dei liquidi ».

1) Supplemento annuale alla *Enciclopedia chimica*, vol. V, anno 1888-89.

1) Dalton *Memoirs of the literary and phylos. Society of Manchester*, V. p. 550. Regnault *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France*, Paris 1862, vol. XXVI.

Ma queste leggi furono riconosciute inesatte da Regnault [1]), quantunque questa seconda sia stata considerata per molto tempo come capace di dare una sufficiente approssimazione.

Moltissime formule sono state date per esprimere la tensione del vapor d'acqua in funzione della temperatura; molte come semplici formule d'interpolazione ed alcune come esprimenti la legge fisica del fenomeno.

Così De Prony [2]) applicò pel primo, al calcolo delle forze elastiche del vapor d'acqua una espressione della forma

$$F = a\alpha^t + b\beta^t + c\gamma^t$$

il Dottor Young propose la formula [3])

$$F = (a + bt)^m$$

adottata anche da altri e l'Arago ed il Dulong [4]) accettarono l'altra:

$$F = (1 + 0{,}7153\ T)^5$$

dove F è la forza elastica in atmosfere e T la temperatura centigrada contata a partire da 100° (positivamente al disopra e negativamente al di sotto), prendendo per unità l'intervallo di 100°.

Il Roche [5]) dedusse da considerazioni teoriche la formula

$$F = a\,\alpha^{\frac{1}{1+mt}}$$

ritrovata anche da altri e che fu applicata anche da Magnus [6]) pel vapor d'acqua e si presta abbastanza bene a rappresentare le tensioni anche dei vapori di altri liquidi.

Regnault [7]) nelle sue classiche memorie sulla tensione dei

1) Regnault, *ibidem*, pag. 659-661 e 661-663.

2) *Journal de l'École Polytecnique*, deuxieme cahier, pag. 1 e Regnault *ibidem*.

3) *Natural Philosophy*, tomo II, pag. 400.

4) *Annales de Chimie et de Physique* 2. serie, t. 43, pag. 74.

5) *Mémoires de l'Institut*, t. X, pag. 227.

6) Magnus, *Pogg. Ann.*, Bd. LXI, compara anche Wüllner, *Experimentalphysik*, Bd. III, s. 605.

7) Regnault *Mémoires de l'Academie imp. des sciences*, t. XXI e t. XXVI. Biot, *Connaissance des temps* pour 1844. Nel vol. I dei *Fortschritt der Physik*, Berlin 1846, p. 92-98 c'è l'elenco di ben 40 formule empiriche proposte per esprimere la tensione del vapore in funzione della temperatura. Vedi anche Regnault *Memoires de l'Academie des sciences*, t. XXI, pag. 582.

vapori preferì la formula empirica proposta da Biot

$$\log F = a + b\alpha^{\tau} + c\gamma^{\tau} ,$$

che si presta molto bene a rappresentare non solo i resultati ottenuti da Regnault, ma anche quelli ottenuti dai fisici che dopo di lui si occuparono di misure analoghe.

I signori Pictet e Cellérier [1]) hanno dedotto dalla teoria meccanica del calore una formula, che il sig. Szily [2]) mostra valere soltanto se si ammette che il *prodotto del calor latente per la densità del vapor saturo sia indipendente dalla temperatura*: ciò che in generale non si verifica che con piccola approssimazione.

Il Broch [3]) deduce dalla formula di Pictet, la seguente

$$F = a \,.\, 10^{\frac{bt + ct^2 + dt^3 + et^4 + ft^5}{1 + \alpha t}}$$

(essendo α il coefficiente di dilatazione dei gaz), la quale è utile perchè si presta all'applicazione del metodo dei minimi quadrati, e quindi si possono far concorrere tutte le osservazioni alla determinazione delle costanti. E fu appunto applicata dal Broch a ricalcolare la tensione del vapor d'acqua fra — 33° e + 101°.

Pel vapor d'acqua sono state trovate formule assai semplici che collegano la temperatura con la tensione massima, quali quelle di Winkelmann, Duperray, A. Jarolimek ec. ec.

Il Winkelmann ha generalizzato la sua formula estendendola ai vapori di altri liquidi, ed i resultati che se ne ottengono sono abbastanza buoni, come ha verificato anche lo Schumann per diversi eteri ecc.: ma questa relazione di Winkelmann non è, per ora, di grande utilità pratica poichè richiede la cognizione della densità del vapor saturo riferita all'aria, la quale è conosciuta in pochi casi.

Il signor Groshans [4]) nel 1849 enunciò la proposizione se-

1) Pictet e Cellérier *Methode générale d'integration continue d'une fonction numerique quelconque etc.* Paris Gauthier Villars 1879.

2) Szily *Sur la formule d'interpolation de M. Pictet. Journal de Physique*, 1880, t. IX, pag. 303.

3) O. J. Broch, *Tension de la vapeur d'eau*, *Travaux et memoires du bureau international des poids et mesures*, Paris Gauthier Villars, 1881, pag. (A. 19).

4) *Pogg. Ann.* Bd. 78, s. 112 (anno 1849), compara anche Mousson *Die Physik auf Grundlage der Erfahrung*, Zurich, 1872 Bd. II, s. 116.

guente: « *Se si contano le temperature da — 273°, tutte le temperature corrispondenti sono pei diversi liquidi proporzionali* », intendendo per temperature corrispondenti di due liquidi quelle alle quali i loro vapori saturi hanno la stessa tensione.

Il Clausius [1]) rilevando la importanza della regola di Groshans, mostrò che assai meglio della regola di Dalton si accordava con i resultati della esperienza.

In una breve nota da noi pubblicata nel 1885 [2]), abbiamo mostrato come la regola trovata dal Groshans si colleghi con le recenti teorie di Van der Waals; in un' altra memoria che fa seguito a questa torneremo sopra questa regola, che ha molta importanza.

Il sig. Duhring [3]) ha enunciato la regola seguente: « Sia t_n il punto di ebullizione dell' acqua sotto la pressione di n atmosfere, il punto di ebullizione X di un altro liquido sotto la stessa pressione è

$$X = A + Bt_n$$

dove A e B sono due costanti che non dipendono che dalla natura del liquido ». Questa formula che è verificata dal sig. Duhring per l' alcool, l' etere, il solfuro di carbonio e l' ioduro di etilo, e dà resultati abbastanza sodisfacenti, è una conseguenza della regola di Groshans come si può facilmente dimostrare.

Il Bouty [4]) partendo da una nota equazione della termodinamica e ammettendo la regola di Dalton giunge alla relazione

$$\frac{LM}{T^2_0} = \text{costante per tutti i corpi}$$

essendo M il peso molecolare e T_0 la temperatura assoluta di ebullizione sotto la pressione normale.

Ma al pari della regola di Dalton questa del sig. Bouty, non è verificata dalla esperienza che con poca approssimazione

1) *Pogg. Ann.* Bd. 82, s. 274, anno 1851.

2) Bartoli e Stracciati, *Sopra l' applicabilità di una regola data dal Groshans, Nuovo Cimento*, 1885, 3.a s. t. 18, pag. 193.

3) Dühring, *Neue grundgesetze zur rationellen Physik und Chemie*, Leipzig 1878, s. 76-84. Compara anche Schumann, *Annalen der Physik und Chemie*, Bd. XIII s. 63.

4) Bouty, *Journal de Physique*, 1885, pag. 26.

e come ha mostrato il sig. De Heen [1]) i valori della costante per 33 liquidi studiati variano nel rapporto di 100 a 156.

Più approssimata è la formula proposta dal sig. Trouton [2])

$$\frac{ML}{T_0^2} = \text{costante per tutti i corpi,}$$

quantunque anche qui, per gli stessi 33 liquidi, la costante varii come 100 a 130.

Il sig. De Heen (*loco citato*) ammessa come valida questa regola del sig. Trouton, combinandola con una relazione che deriva dalla termodinamica, deduce

$$T\left(\frac{dp}{dt}\right)_0 = \text{costante}$$

e verifica questa relazione sopra 8 sostanze trovando per la costante valori che oscillano fra 8056 e 10640.

Anche questa relazione trovata da De Heen è conseguenza immediata della regola di Groshans, ciò che era sfuggito anche ai signori Ramsay e Young [3]) che la ottennero per altra via.

Un' altra relazione si deve al De Heen fra la temperatura di ebullizione e il coefficiente di dilatazione dei liquidi appartenenti ad una serie omologa: di questa ci siamo occupati in un altro lavoro [4]).

Allo stesso sig. De Heen [5]), al quale si debbono tanti bei lavori sopra argomenti fisico-chimici, dobbiamo un'altra relazione che Egli ha dedotto partendo dalla ipotesi che le molecole dei liquidi si attirino in ragione inversa della 7ª potenza della distanza (ipotesi che Egli trova giustificata da molti fatti che essa spiega). Questa formula è stata verificata per diversi liquidi e si è trovato un bello accordo coi dati della esperienza.

Il sig. Burden [6]) ha trovato la regola notevolissima che segue: «Per tutti i composti di una serie omologa, la temperatura *as-*

1) De Heen, *Sur la tension des vapeurs saturées; Bulletin de l' Académie Royale de Belgique*, 3.me serie, t. 9, 1885.

2) Trouton, *Philos Magaz.* 5.a serie, t. 18, pag. 54-57. anno 1884.

3) W. Ramsay e S. Young *Some Thermodynamical Relations; Philos. Magazine*, Decembre 1885, t. XX, pag. 515-531.

4) Bartoli e Stracciati, *Nuovo Cimento* 3.a serie, t. 18, pag. 107, 1885.

5) P. De Heen, *Bullet. de l' Ac. Roy. du Belgique*, 3.me série, t. 11, pag. 165-173, 1886. Vedi anche 3.me série, t. 8, n. 8, 1884, e così pure *Beiblätter*, Bd. XI, s. 226-227 e Bd. IX, s. 111.

6) Burden *Boiling-points of organic Bodies: Philos-Mag.* Vol. 41, p. 528, 1871.

soluta di ebullizione T (cioè contata a partire dallo zero assoluto) è proporzionale alla radice quadrata delle densità dei loro vapori ».

Il Burden, con numerosissimi esempi, prova che quel rapporto è costante per ogni serie omologa, ma varia però da una serie all' altra.

Valendoci di questa regola di Burden e di quella di Groshans potremo calcolare, *in via approssimativa*, la temperatura di ebullizione, sotto qualunque pressione, di un liquido organico data la sua composizione e la serie organica a cui appartiene.

Ammettendo come valida la regola [1]) « che pei composti organici di una serie omologa, a differenze costanti di composizione corrispondano differenze costanti nel punto di ebullizione normale » ed ammettendo ancora che tale regolarità si osservi anche sotto pressioni diverse dalla atmosferica, il Winkelmann [2]) giunge subito alla formula

$$T_n - t_n = d + (n-1)c$$

dove T_1, T_2 ... T_n sono i punti di ebullizione dei componenti la serie omologa, sotto la pressione P, e t_1 t_2 ... t_n sono i punti di ebullizione sotto la pressione p, e si ha:

$$d = T_1 - t_1 \qquad c = A - a$$

essendo

$$A = T_2 - T_1 = T_3 - T_2 = \dots \qquad = T_n - t_{n-1}$$
$$a = t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = \dots \qquad = t_n - t_{n-1}.$$

La formula precedente fu dal Winkelmann verificata per la serie degli acidi grassi, servendosi delle misure delle loro forze elastiche fatte dal Landolt [3]) e di poi dallo Schumann [4]).

Recentemente l' illustre geometra Bertrand [5]) determinando

1) Riguardo a questa regola del sig. H. Kopp, dice giustamente l' illustre Berthelot che non si può riguardare come rigorosa, ma soltanto come l' indizio della vera legge, la quale per altro ci è ancora nascosta. Compara a questo proposito quanto ne riferisce il chiarissimo fisico belga P. De Heen nel suo bellissimo *Essai de Physique comparée*, pag. 77 a pag. 94, Bruxelles, 1883 (Memoria premiata dall' Acc. delle Scienze del Belgio).

2) Winkelmann, *Ueber Dampfspannungen homologer Reihen etc. Ann. der Phys. und Chem.* Bd. I, s. 430, 1877.

3) Landolt, *Liebig's Annalen*, Supplement Band. VI, s. 129 anno 1868.

4) Schumann, *Annalen der Physik und Chemie*, 1881, Bd XII, s. 52.

5) Bertrand, *Thermodynamique*, Parigi 1887, pag. 150, problema VI.

la condizione che deve verificarsi, affinchè il rapporto del calore sviluppato nella compressione di un corpo al lavoro impiegato nella compressione stessa, sia una funzione lineare della temperatura, giunge a trovare che pei vapori saturi la temperatura e la pressione saranno collegate dalla relazione:

$$p = G\left(\frac{T - \lambda}{T}\right)^{\gamma}$$

che contiene tre costanti G, λ, γ le quali in sostanza si riducono a due, perchè, come osserva Bertrand, l'esponente γ può farsi variare entro limiti molto estesi, purchè varii convenientemente λ, e si hanno sempre gli stessi risultati.

Questa formula applicata a 20 vapori ha dato risultati concordi con quelli ottenuti da Regnault.

Un'altra formula ha dedotto Bertrand nella sua Termodinamica [1]) derivandola dalla equazione che dà l'*entropia* dei vapori, ed ammettendo che ai vapori possano applicarsi *tutte le leggi relative ai gaz perfetti.*

Questa formula che è la seguente:

$$\log p = \alpha + \frac{\beta}{T} + \gamma \log T$$

(dove α, β, γ sono tre costanti) era stata ottenuta per altra via e sotto altra forma dal Duprè [2]), ed è stata verificata dal Bertrand sopra 16 dei liquidi studiati dal Regnault, trovando un accordo mirabile coi dati della esperienza. Non bisogna però, egli aggiunge, concluderne l'esattezza teorica *di una legge* espressa dalla equazione, dacchè per giungere a quella si è dovuto attribuire *contrariamente ai fatti*, le proprietà dei gaz perfetti ai vapori in prossimità del punto di saturazione ec. ec. [3]).

Dai belli studii del Regnault si può dedurre una formula che rappresenti, con sufficiente approssimazione, la tensione dei vapori saturi in funzione della temperatura, conoscendo soltanto le temperature di ebullizione sotto due diverse pressioni.

1) Pag. 90 a 103.

2) A. Duprè, *Theorie mécanique de la chaleur*, Paris Gauthier Villars 1869, pagina 96-110.

3) Omettiamo di parlare delle formule proposte dal Van der Waals e del Clausius troppo note ai fisici. Recentemente il chiarissimo prof. Batelli ne ha fatto un serio esame, nella sua bella memoria *Sulle proprietà termiche dei vapori; Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino*, serie II, tomo 40, anno 1889.

« La formula [1])

$$\log F = a + b\alpha^t$$

dove F è la tensione massima, t la temperatura e a, b, α tre costanti da determinarsi per ciascuna sostanza, rappresenta assai approssimativamente la curva costruita sui dati sperimentali, anche quando si prendano su questa curva, pel calcolo delle costanti, i due punti estremi ed il punto di mezzo ».

Le tre costanti furono determinate da Regnault, per 28 sostanze da lui studiate, ed i valori di α variano pochissimo da sostanza a sostanza; tantochè, soggiunge Regnault, ci si potrebbe domandare « se non si debba ammettere che α sia assolutamente costante per tutte le sostanze, e in tal caso la formula non conterrebbe che le due costanti a e b le quali dovrebbero per ciascuna sostanza essere determinate direttamente ». E sarebbe interessante, egli dice [2]) cercare « se partendo dall'ipotesi di α costante per tutti i liquidi, si riesca a rappresentare l'insieme delle mie osservazioni con una sufficiente approssimazione ».

Il valor medio trovato da Regnault per α è 0,9932 e da questo poco differiscono i valori trovati per altri liquidi da diligenti sperimentatori quali i signori Naccari e Pagliani [3]) lo Schumann [4]) etc.: ciò che rende più probabile l'ipotesi di Regnault. Restava da confermarla direttamente col verificare la formula

$$\log F = a + b \times 0,9932^t,$$

ciò che noi abbiamo fatto per tutte le 156 sostanze di cui si conosce la tensione del vapore a varie temperature, grazie alle esperienze del Regnault [5]) del Naccari e Pagliani [6]), dello Schumann [7]) del Landolt [8]) dello Staedel [9]) del Kahlbaum [10]) del

1) Regnault, *Memoires de l'Académie des sciences*, 1862, vol. 26, p. 653-654-655.

2) Regnault, *Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France* t. 26, pag. 653-655.

3) Naccari e Pagliani, *Nuovo Cimento*, 3.a serie, t. 10, pag. 49.

4) Schumann, *Annalen der Physik und Chemie*, 1881, Bd. XII, s. 55.

5) Regnault, *Mem. de l'Institut* t. 21, p. 465-633, t. 26, p. 335-658 e *Comptes-rendus*, t. 50, p. 1063-1075.

6) *Nuovo Cimento*, 3.a s. t. X, pag. 49.

7) *Ann. der Phys. u. Chem.* Bd. XII, s. 55.

8) Landolt, *Physikalisch-Chemische Tabellen*, Berlin 1883, s. 25 e *Ann. der. Chem. und Pharm.* suppl. VI, p. 129, 1868.

9) Staedel, *Beiblätter* Bd. VII, s. 184.

10) Kahlbaum, *Siedentemperatur und druck in ihren wechselbeziehungen*, Leipzig 1885.

Krafft [1]) dell'Olszewski [2]) del Ramsay ed Young [3]) del Brown [4]) ec. ec.

Riportiamo qui alcune delle numerose tavole che si trovano nella memoria originale per dare un esempio del grado di approssimazione che si ottiene applicando la formula (a) e prendendo per valore di α il numero 0,9932 [5]).

TAVOLA I. — *Etere* — (Regnault).

F Tensione in millimetri	t Temperatura corrispondente trovata da Regnault.	t' calcolata con la formula (a)	$\Delta = t - t'$	
68,90	— 20°	— 20°,25	+ 0°,25	$a =$ 5,15927
114,72	— 10	— 10,14	+ 0,14	$b = -$2,89245
184,39	0	— 0,06	+ 0,06	
286,83	+ 10	10,00	0,00	
432,78	20	20,03	— 0,03	
634,80	30	30,02	— 0,02	
907,04	40	39,99	+ 0,01	
1264,83	50	49,94	+ 0,06	
1725,01	60	59,87	+ 0,13	
2304,90	70	69,79	+ 0,21	
3022,79	80	79,73	+ 0,27	
3898,26	90	89,70	+ 0,30	
4953,30	100	99,76	+ 0,24	
6214,63	110	109,97	+ 0,03	

1) J. Wagner, *Tabellen der physikalischen constanten*, Leipzig 1884.

2) *Beiblätter*, Bd. 10, s. 23.

3) *Beiblätter*, Bd. 10, s. 346.

4) *Proc. Roy. Soc.* 26, pag. 238-247.

5) A. Duprè nella sua *Teoria meccanica del calore* (Parigi 1869 presso Gauthier-Villars) a pag. 114-116 aveva cercato di dimostrare teoricamente la costanza del valore di α della formula di Regnault. Ma per giungere a questo risultato occorreva trascurare quantità che non sempre ci sembrano trascurabili; sicchè soltanto la verifica diretta poteva decidere se si poteva praticamente ammettere la costanza di quel coefficiente.

TAVOLA II. — *Solfuro di Carbonio* — (Regnault).

F Tensione in millimetri	t Temperatura corrispondente trovata da Regnault	t' calcolata con la formula (a)	
79. 4	— 10°	— 10°,17	$a =$ 4,97152
127,91	0	+ 0,04	$b = -$2,86549
198,46	+ 10°	10,14	
298,03	20	20,16	
434,62	30	30,10	
617,53	40	40,01	
857,07	50	49,91	
1164,51	60	59,80	
1552,09	70	69,73	
2032,53	80	79,70	
2619,08	90	89,74	
3325,15	100	99,86	
4164,06	110	110,09	

TAVOLA VI. — *Formiato di Etilo* — (Naccari e Pagliani)

F Tensione in millimetri	t Temperatura corrispondente trovata da Naccari e Pagliani	t' calcolata con la formula (a)	
193,7	20°,26	20°,22	$a =$ 5,145646
275,7	28,33	28,29	$b = -$3,281410
352,6	34,18	34,20	
425,5	38,89	38,88	
495,9	42,81	42,80	
573,0	46,61	46,60	
656,9	50,30	50,29	
782,2	55,15	55,15	
857,8	57,78	57,78	
941,9	60,49	60,49	

TAVOLA XIII. — *Isobutirrato di metilo* (Schumann)

F Tensione in millimetri	t Temperatura corrispondente trovata da Schumann	t' calcolata con la formula (a)
48	+ 23°,0	+ 22°,91
75	32,3	32,13
113	41,6	41,13
172	51,1	50,98
264	61,9	61,75
387	72,3	72,08
520	80,6	80,59
658	87,6	87,74
946	99,7	99,51
1137	105,9	105,85
1370	112,7	112,57

TAVOLA XVIII. $\begin{array}{l} CH^3 \\ | \\ CH^2\ Cl \end{array}$ (Staedel)

F Tensione in millimetri	t temperatura corrispondente trovata da Staedel	t' calcolata con la formula (a)	
400	— 3°,65	— 3°,71	$a = 5,261157$
500	+ 1,75	+ 1,73	$b = -2,592633$
600	6,35	6,33	
700	10,34	10,33	
760	12,52	12,52	
800	13,88	13,90	
900	17,12	17,11	
1000	20,10	20,05	
1080	22,30	22,23	

TAVOLA XXIV. — *Anilina* (Ramsay e Joung)

F Tensione in millimetri	*t* temperatura corrispondente trovata da Ramsay e Joung	*t'* calcolata con la formula (*a*)	
283,7	+ 150°	150°,09	
331,7	155	155,04	$a = 4,4966742$
386,0	160	160,01	$b = -5,6912880$
447,1	165	164,99	
515,6	170	169,98	
592,0	175	175,00	
677,1	180	180,05	
771,5	185	185,12	

Verificato che la formula

$$\log F = a + b \times 0,9932^t$$

rappresenta assai bene per tutti i corpi la relazione fra la tensione massima di un vapore e la sua temperatura, si può per mezzo di essa risolvere il problema seguente.

« Dati i punti di ebullizione θ di un liquido sotto la pressione normale di 760^{mm}, e quello θ' sotto una pressione qualunque h, determinare le tensioni corrispondenti a qualunque temperatura di ebullizione ».

Infatti dalla (*a*) si deduce subito:

$$\begin{cases} a = \dfrac{0,9932^{\theta'} \log 760 - 0.9932^{\theta} \log h}{0,9932^{\theta'} - 0,9932^{\theta}} \\ b = -\dfrac{\log 760 - \log h}{0,9932^{\theta'} - 0,9932^{\theta}} \end{cases}$$

onde:

$$(b) \qquad \log F = \frac{2,8808 \times 0,9932^{\theta'} - 0,9932^{\theta} \log h}{0,9932^{\theta'} - 0,9932^{\theta}} - \frac{2,8808 - \log h}{0,9932^{\theta'} - 0,9932^{\theta}} \,.\, 0,9932^t$$

formula pronta a calcolarsi. I valori di F così calcolati riescono assai vicini al vero, prendendo h piuttosto distante da 760^{mm} come risulta dalle due tavole che qui si riferiscono per esempio.

Tavola XXXI. — *Etere* (Regnault).

T	F calcolato con la formula (b)	F dalle esperienze di Regnault
— 20°	69,97	68,90
— 10	115,71	114,72
0	185,11	184,39
+ 10	287,09	286,83
20	432,54	432,78
30	634,31	634,80
40	907,01	907,04
50	1266,69	1264,83
60	1730,50	1725,01
70	2315,96	2304,90
80	3040,49	3022,79
90	3920,66	3898,26
100	4971,55	4953,30
110	6206,14	6214,63

TAVOLA XXXII.

Alcool isobutilico, — Naccari e Pagliani).

T	F calcolata con la formula (*b*)	F dalle esperienze del Naccari e Pagliani.
°	mm	mm
+ 70,72	165,64	164,1
75,70	208,70	208,7
79,28	245,36	245,1
82,43	281,96	282,4
85,33	319,65	320,9
88,19	360,87	361,7
90,54	398,01	398,4
92,68	434,52	435,8
94,83	473,99	475,0
96,91	514,97	515,3
98,82	555,13	557,1
100,6	594,86	596,5
102,4	637,37	639,2
104,2	682,36	682,9
105,3	711,10	711,5
106,4	740,84	741,8
107,8	780,12	780,9
109,2	821,11	822,0
110,5	860,70	860,3
111,7	898,63	899,2
112,3	918,08	917,0
113,1	944,54	940,1

Riconosciuta l'esattezza delle formule (a) e (b) noi le abbiamo applicate a tutti i 156 liquidi di cui fu determinata la tensione del vapore a temperature diverse, per avere le temperature corrispondenti alle pressioni

20^{mm}, 60^{mm}, 160^{mm} .... 760^{mm}, 1260^{mm}, 1760^{mm} .... 3260^{mm},
4260^{mm}, 5260^{mm} .... 10260^{mm} (millimetri di mercurio),

e con questi dati ci proponiamo di fare un minuto esame critico delle regole proposte sin qui, riguardo alla dipendenza del punto di ebullizione dei liquidi dalla loro costituzione chimica. Anzi intendiamo che questa prima memoria sia come l'introduzione a questo nostro studio.

Nota. Questa Memoria e la precedente furono pubblicate per esteso negli *Atti dell'Accademia Gioenia di Catania*, (IV Serie, T. II, anno 1890, Tipografia Galatola), corredate di molte tavole.

SULLE CORRENTI DI DEFORMAZIONE; DI ADOLFO CAMPETTI.

1. Son note le esperienze di Braun sulle correnti che egli chiama di deformazione [1]) che egli ottiene allungando od accorciando delle spirali di filo di nichel od anche di ferro. A questi studi si rannodano i recenti di Knott, Nagaoka, Ewing ed altri sulle proprietà magnetiche del nichel.

Poichè le correnti di deformazione si ottengono anche torcendo un filo di nichel, così è naturale che le correnti che hanno luogo per l'allungamento o accorciamento di una spirale debbono dipendere dalla torsione che subisce il filo durante esso allungamento o accorciamento. Così, la direzione della corrente per la torsione cambiando secondo il senso della torsione stessa, ne segue, come l'esperienza conferma, che anche in una spirale la corrente nell'allungamento deve essere di senso contrario a quella nell'accorciamento e per una stessa deformazione, in una spirale destrorsa, di senso contrario a quella che ha luogo in una spirale sinistrorsa.

2. Mi son qui proposto di esaminare come varii colla temperatura la forza elettromotrice per la deformazione; per osservare poi se esista relazione fra questa variazione e quella che si sa subìre il magnetismo permanente del nichel colla temperatura. Fin'ora le osservazioni che ho potuto eseguire sulla variazione della forza elettromotrice vanno da 25° a 250° e ne esporrò qui brevemente i risultati.

Il filo di nichel adoperato era del diametro di un millimetro; e si poteva considerare come *fisicamente* puro [2]), la resistenza di un metro di esso filo era di Ohm 0,1276 a 20 gradi. L'allungamento ed accorciamento delle spirali si otteneva mediante la caduta di un peso abbastanza forte, per poter ritenere che una stessa deformazione avvenisse sempre colla stessa velo-

1) J. Braun *Ueber elektrische Ströme enstanden durch elastiche Deformationen; Ueber Deformationströme. Wied. Annalen* 38-39.

2) Una accurata analisi qualitativa fece riconoscere soltanto quantità piccolissime (poco più che traccie) di ferro e arsenico. Del resto queste impurità si trovano quasi sempre nel nichel del commercio.

cità. Le correnti ottenute essendo così di brevissima durata, feci uso di un galvanometro da me costruito in modo che il momento di inerzia fosse molto piccolo.

Il galvanometro era presso a poco del solito modello Nobili a sistema astatico, con aghi molto corti e vicinissimi al filo percorso dalla corrente, e con specchio pure molto piccolo. L'avvolgimento era di 19 metri di filo di circa un millimetro, su telaio di legno per evitare lo smorzamento, e la resistenza era di Ohm 0,325. Essendo la distanza della scala dello specchio metri 2,40 l'intensità della corrente per una divisione della scala era di Ampère 0,0000001 —; quindi per es. adoperando il galvanometro con una resistenza totale di un Ohm, si otteneva una deviazione di una divisione (2^{mm}) della scala per Volt 0,0000001.

Questo galvanometro mi dette i migliori risultati, il galvanometro a riflessione di Thompson permettendo minore esattezza di lettura.

3. Per ottenere i valori assoluti dell'intensità delle correnti che si ottengono nella deformazione, e aver quindi un'idea della grandezza della forza elettromotrice sviluppata, si compensò la corrente data dalle spirali di nichel con la corrente di una pila campione Daniell-Raoult. Si usavano due spirali in quantità ciascuna di 80 giri sopra un cilindro di circa 6 centimetri di circonferenza, e le spirali col galvanometro erano posti in derivazione sul circuito a grande resistenza della pila, circuito che mediante un interruttore a mercurio veniva chiuso durante il tempo che durava l'allungamento.

La tavola seguente dà i risultati di due serie di esperienze:

	Allungamento	Deviazione	Intensità compensante calcolata.	$\frac{I}{D}$	Forza elettromotrice per giro e per centimetro di allungamento
	Cent.	D	I		
I	2	25	0,0000410	$10^{-7}.16,4$	Volt 0,0000023
II	3	34	0,0000604	$10^{-7}.17,7$	Volt 0,0000022

4. Per esaminare la variazione di forza elettromotrice colla temperatura si usò la seguente disposizione. Da metri 6,17 di filo venivano avvolti metri 4,77 circa in due spirali, simili ciascuna di 30 giri sopra un cilindro di cent. 1,2 di diametro. Le spirali venivano riscaldate entro un vaso di rame immerso a sua volta in un bagno di petrolio distillato fra 300° e 320°. Le estremità superiori delle spirali erano fisse e facevano da poli; le estremità inferiori naturalmente riunite venivano alzate ottenendosi così un accorciamento delle due spirali disposte in serie l'una rispetto all'altra.

Le porzioni non avvolte di filo alle estremità superiori delle spirali, venivano condotte fuori del recipiente di riscaldamento, quindi, restate libere per circa 10 cent. ciascuna, passavano attraverso a tubi di vetro sottili immersi nell'acqua alla temperatura dell'ambiente, e andavano poi a riunirsi ai serrafili del galvanometro. Si aveva così a 20 gradi,

Resistenza del filo di nichel . . . . Ohm 0,786
Resistenza del filo di unione delle spirali col galv. Ohm 0,08

Nella tavola seguente sono segnati i risultati di 4 serie di esperienze corrispondenti a un accorciamento delle spirali di cent. 2,5 circa.

Nella prima e seconda (A e B) si partì dalla deviazione iniziale di 95, nella terza (C) di 99, nella quarta (D) di 101,5. I numeri riportati sono riferiti tutti, per semplicità, alla deviazione iniziale di 100 a 25°. Le prime due serie vanno solo da 25° a 100°.

T	A	B	C	D
25°	100	100	100	100
30	99,8	99,5	99,1	97,5
40	94,5	95,7	97,1	92,6
50	92,5	93,9	94,5	90,8
60	91,0	88,9	91,6	89,1
70	88,9	87,3	86,4	85,8
80	83,6	82,5	81,2	83,2
90	80,4	80,0	75,9	78,2
100	78,3	77,8	74	76,7
110	—	—	73	74,2
120	—	—	71,3	72,8
130	—	—	69,6	70,9
140	—	—	67,9	68,0
150	—	—	63,4	64,3
160	—	—	58,8	61,4
170	—	—	54,2	57,4
180	—	—	52,3	56,4
190	—	—	50,3	54,4
200	—	—	48,4	53,2
210	—	—	46,3	49,4
220	—	—	44,3	46,5
230	—	—	43,3	42,6
240	—	—	42,1	40,6
250	—	—	39,4	38,6

Malgrado le leggere irregolarità, dipendenti dalle variazioni inevitabili nella velocità con cui ha luogo l'accorciamento ecc., la diminuzione nella intensità della corrente ottenuta è evidente, nè può attribuirsi a modificazioni elastiche permanenti avvenute nel filo, giacchè ritornando dopo il riscaldamento alla temperatura di 25 gradi si ottenevano le medesime deviazioni di prima. Essa diminuzione può dipendere e da diminuzione nella forza elettromotrice e da aumento di resistenza. Ora la resistenza totale del circuito si compone: 1° Della resistenza del galvanometro e del filo che unisce il galvanometro alle spirali, che resta fissa ed è stata data sopra. 2° Della resistenza della porzione di filo di nichel immerso nel refrigerante pure costante; e in totale cent. 64. 3° Della resistenza della porzione di filo esterna al recipiente di riscaldamento, ma non immersa nel refrigerante; in totale cent. 20 che si può supporre a temperatura intermedia fra quella dell'ambiente e quella delle spirali. 4° Della resistenza

delle spirali e del filo non avvolto, ma contenuto nel recipiente, in totale metri 5.33 alla temperatura indicata dal termometro.

Se prendiamo la formula

$$r_t = r_0 (1 + 0,00376\, t)$$

che, visti gli altri errori inevitabili, si può riguardare abbastanza approssimata, si può calcolare la resistenza totale del circuito e quindi le forze elettromotrici alle varie temperature. Nella tavola seguente sono segnati i prodotti delle deviazioni del galvanometro alle varie temperature per le rispettive resistenze; e questi prodotti sono proporzionali alle forze elettromotrici. Per le deviazioni sono prese le medie di A e B di A, B, C D di C e D

T	AB	ABCD	CD	T	CD
25°	120,6	120.6	120,6	150°	98.8
30	121.3	120.6	119,7	160	93.6
40	118.4	118.3	118.0	170	88.3
50	118.4	118.1	117,7	180	87.4
60	116.6	116.9	117,1	190	85.6
70	115.4	115.2	113.9	200	84.4
80	112.0	111,2	110,9	210	80.5
90	110,3	105.5	105.9	220	77,7
100	109,3	106.6	105.4	230	74,6
110	—	—	105,0	240	72.9
120	—	—	104,7	250	69,9
130	—	—	103,8		
140	—	—	102,2		

Risulta intanto che la forza elettromotrice decresce sensibilmente colla temperatura. Mi propongo, quando mi sia possibile, di esperimentare a temperature più elevate, nell'intento di esaminare se la temperatura a cui si annulla la forza elettromotrice coincida con quella a cui il nichel perde le sue proprietà magnetiche [1]).

Torino, Luglio 1890.

1) Ringrazio qui il Chiarissimo Prof. A. Naccari che con somma gentilezza ha posto a mia disposizione nel suo Laboratorio tutti gli strumenti che mi erano necessari.

OSSERVAZIONI AD UNA AFFERMAZIONE DI PRIORITÀ DEL PROF. *A. Righi*.

Dott. W. HALLWACHS. (*Strassburg-Alsazia*) [1]).

In una Memoria, raccogliendo i suoi lavori sui fenomeni elettrici provocati dalle radiazioni [2]) il Righi discorre su due lavori miei [3]) sullo stesso soggetto. Non farei caso di alcuni malintesi probabilmente accaduti in causa di una conoscenza non tutta via completa, della significazione di alcune parole tedesche, se il Righi non affermasse aver mostrato il primo lo sviluppo di elettricità provocato dai raggi ultravioletti. Discutendo il mio lavoro (II), il Righi [4]) cita il *Phil. Mag.* July, ma il mio primo lavoro sul soggetto ha una data più antica. Infatti il Righi in una sua Nota anteriore [5]) trova la data giusta, 5 maggio, la di cui fissazione non è senza peso per la affermazione della sua priorità. Il Righi parla del mio lavoro come segue: « questo fatto, che è evidentemente molto importante, fu considerato come probabile dal sig. Hallwachs nella sua prima pubblicazione " (I); „ ma fu asserito da me in modo sicuro nella mia prima Nota (A) [6]), che d'assai precedè quest' ultimo lavoro "(II) „ del sig. Hallwachs ».

Vorrei mostrare nelle pagine seguenti che la affermazione del sig. Righi, di aver egli asserito il primo in modo sicuro lo sviluppo di elettricità provocato dalle radiazioni, affermazione che egli ripete anche in altri luoghi, non è fondata. Nel mio lavoro (I), pubblicato nel 26 gennaio 1888, sulla dispersione della elettricità negativa operata dai raggi ultravioletti lì con-

1) Traduzione di una mia Nota inserita negl' *Ann. del Wied.* 1890, volume 40, pag. 338. Rendo grazie al sig. Dott. Schneegans, Lettor alla nostra Università, che mi ha aiutato gentilmente a tradurre. — Dott. W. Hallwachs.

2) Righi, *Mem. dell' Accad. di Bologna*, serie 4, pag. 369-409, 11 novembre 1888. Nelle pagine seguenti citato come (C), anche pubblicato, *N. Cimento* vol. III, 24, p. 256, 1888; 25, p. 11, e 123, 1889.

3) W. Hallwachs, *Ueber den Einfluss des Lichtes auf electrostatisch geladene Körper. Ann. Wied.* 33, p. 301, pubblicato nel 26 gennaio 1888, citato come (I). Detto *Ueber die Electrisierung von Metallplatten durch Bestrahlung mit elektrischem Licht. Göttinger Nachrichen*, 5 maggio 1888, citato come (II). Anche *Annali del Wied.* 34, pag. 371, 1888, e *Phil. Mag.* (5) 26, pag. 78, 1888.

4) Righi (C) pag. 376; *N. Cimento l. c.* pag. 16.

5) Righi, *Rend. Acc. dei Lincei* 1 luglio 1888, citato come (B).

6) Righi, *Rend. Acc. dei Lincei*, 4 marzo 1888, citato come (A).

statata, feci la seguente osservazione. « Il nostro fenomeno essendo provocato da un'azione sulle superfici dei dischi, e l'effetto sull'elettricità positiva e negativa essendo diverso, fra le supposizioni meno complicate per la spiegazione, mi pare sinora questa più probabile che forse, in qualsiasi modo, avvenga una separazione delle elettricità nella superficie. Le esperienze imprese a questo scopo hanno bensì fornito un resultato, affermando quella supposizione, ma il loro numero essendo ancora troppo scarso, e le condizioni dell'esperienza non essendo ancora state abbastanza variate per ammettere una conclusione finale, mi riservo la loro pubblicazione ad altra occasione [1]) ».

Questa mia asserzione dice che avevo la intenzione di ricercare se le radiazioni producessero nuova elettricità. Inoltre, indicavo che un certo numero di esperienze fatte a questo scopo avevano confermato sino a quell'ora quella ammissione. La discreta redazione del luogo citato, mostra nello stesso tempo, che non volevo dire qualche cosa di affatto certo sopra un nuovo fenomeno, fino a che questo non fosse incontestabilmente provato. Volendo dimostrare una separazione delle elettricità provocata dalle radiazioni, fui da principio costretto ad escludere ogni disposizione delle esperienze, che lasciavano bensì apparire un aumento del potenziale dei dischi illuminati, ma non si poteva decidere se quell'aumento si dovesse attribuire ad una dispersione di elettricità negativa, o ad una produzione di elettricità positiva. Appoggiandomi a tali esperienze, non avrei osato parlare di una separazione delle elettricità confermata da esperienze preliminari.

Sopra un'esperienza di tal modo, il Righi fonda la sua priorità per la scoperta dello sviluppo fotoelettrico. Egli dice nella sua Nota (A), che due metalli opposti, un disco ed una rete, avendo una differenza di potenziale di contatto, sono ridotti dalla

1) Hallwachs (I) pag. 311. Da unsere Erscheinung durch einen Vorgang an der Oberfläche der Platten bedingt wird und die Wirkung auf positive und negative Electricität verschieden ist, scheint mir bis jetzt von den näher liegenden Annahmen zur Erklärung derselben die am wahrscheinlichsten, dass vielleicht an der Oberfläche auf irgendwelche Art eine Scheidung der Electricitäten eintrete. In dieser Richtung unternommene Versuche haben zwar ein die Annahme bestätigendes Resultat geliefert, ihre Anzahl ist aber noch zu gering, und die Versuchsbedingungen sind noch nicht genügend gewechselt worden, um einen endgültigen Schluss zu gestatten. Ich verspare mir daher ihre Veröffentlichung auf eine spätere Gelegenheit.

luce ultravioletta al medesimo potenziale, e continua come segue: « Se si sopprime la rete e si illumina semplicemente una lastra conduttrice comunicante coll' elettrometro, dopo che per un momento venne posta in comunicazione col suolo, si ha una deviazione lenta a formarsi, e positiva coi metalli finora messi in prova [1]). Sembra che in questo caso i corpi che circondano la lastra illuminata facciano le veci della rete metallica adoperata nella prima esperienza; per cui una quantità di elettricità negativa, eguale alla positiva acquistata dall' istrumento, passerà in quei corpi e nel suolo.... Senza entrare per ora in tentativi di una completa spiegazione, che sarebbero prematuri, farò rilevare soltanto come sembri accettabile, almeno provvisoriamente, l' idea che i raggi ultravioletti facciano nascere una convezione o trasporto di elettricità dai corpi sui quali, in causa delle differenze di potenziale che si stabiliscono fra conduttori comunicanti, la densità elettrica superficiale ha un dato segno (probabilmente il negativo) a quelli sui quali ha, per la stessa causa, il segno contrario (positivo) ».

Aggiungo un luogo della Nota (B) posteriore. « Era naturale che cercassi di considerare questa azione elettrizzante delle radiazioni, come conseguenza della proprietà che esse possiedono di far disperdere la carica di corpi elettrizzati negativamente. Basta perciò ammettere, che i metalli messi in esperienza siano negativi per rapporto ai conduttori circostanti (muri, legno, ecc.). Infatti, mettendo il disco metallico in comunicazione col suolo, esso resterà rivestito di una piccolissima carica negativa; l'azione delle radiazioni su questa, produrrà l'apparente caricarsi positivamente del disco ».

Da ciò appare ancora più chiaro, che il Righi anche lui non tentò di dedurre una separazione delle elettricità dall' esperienza citata.

Nella stessa Nota (B) del 1° di luglio 1888, il sig. Righi ha descritta un' altra esperienza con la quale egli voleva provare la sua opinione pria menzionata. Non vi è riuscito, ma da questa esperienza il Righi ricevette la dimostrazione dello sviluppo di

1) Con questa esperienza non si può provare una separazione delle elettricità nella superficie dei metalli; e il Righi non fece questo, ma, nella sua Nota, spiegò la sua opinione sul fenomeno. — Dott. Hallwachs.

elettricità dalle radiazioni. Però nel mio lavoro (II) [1]) avevo già pubblicata assolutamente la stessa esperienza, e dimostrato perciò lo sviluppo fotoelettrico. Il sig. Righi bensì citando questo lavoro, dice che per mezzo della sua Nota (A) la priorità è sua. Questa gli conviene solamente per la dimostrazione che le radiazioni ultraviolette, illuminando semplicemente una lastra sola conduttrice, aumentano il suo potenziale. Che questa esperienza, come si vede dalle esplicazioni antecedenti, non dimostri lo sviluppo fotoelettrico, il sig. Righi lo riconosce da se di nuovo nella sua memoria (C), [2]).

Recapitolando quel che abbiamo detto si conclude come segue. Nel mio lavoro (I), pubblicato nel 26 gennaio 1888 è detto che esperienze preliminari mi avevano fornito lo sviluppo fotoelettrico. Nel lavoro (A) del Righi, del 4 marzo 1888, il Righi indica una esperienza, la quale fornì, è vero, un aumento di potenziale di una sola lastra conduttrice, ma da questa esperienza egli stesso non conclude sulla eccitazione della elettricità, nè si può concludere, a cagione della disposizione della esperienza non adatta a tale scopo. Mentre avevo poi dimostrato incontestabilmente lo sviluppo fotoelettrico nel mio lavoro, del 5 maggio 1888; il sig. Righi nel suo lavoro (B) per un metodo totalmente uguale ha dimostrato lo stesso non prima del 1° luglio 1888.

Dovendo oppugnargli la priorità della scoperta, non voglio astenermi dal menzionare che le leggi del fenomeno, trovate finora, sono dovute a lui.

1) W. Hallwachs. *Göttinger Gesell.* Seduta del 5 maggio 1888.

2) " Siccome non basta mettere in comunicazione col suolo un conduttore, per essere sicuri che la sua carica superficiale negativa sia zero, così potrebbe nascere in qualcuno il dubbio che le esperienze precedenti fossero dello stesso genere di quelle che provano la dispersione della elettricità negativa per effetto delle radiazioni. Infatti, se si ammette che i corpi che circondano il disco metallico, su cui si fanno cadere le radiazioni, sieno più elettropositivi di esso, il disco rimarrà con una carica superficiale negativa allorchè lo si metterà in comunicazione col suolo. Il disperdersi di questa carica negativa per effetto delle radiazioni, farà deviare in senso positivo l'elettrometro comunicante col disco ". Righi *Mem. dell' Acc. di Bologna* l. c. pag. 390. *N. Cimento* l. c. pag. 127.

RISPOSTA ALLE OSSERVAZIONI DEL SIG. *Hallwachs*; A. RIGHI [1]).

Mentre sono grato al sig. Hallwachs per le ultime parole colle quali chiude le sue osservazioni (*Wied. Ann.* n. 9, 1890), giacchè riconosce quanto mi spetta di priorità sulle leggi finora conosciute dei fenomeni fotoelettrici, non posso a meno di fargli alla mia volta le osservazioni seguenti.

Come riconosce il sig. Hallwachs, ho dimostrato io per primo il *fatto* del caricarsi positivamente di un conduttore illuminato, nella Nota del 4 Marzo 1888 (*Rend. della R. Acc. dei Lincei*). La spiegazione vera del fatto fu data prima da lui in una comunicazione fatta il 5 maggio 1888 all'*Acc. di Gött.*, e poi da me nella Nota del 1.° Luglio 1888. Ma a questa data non avevo cognizione di quella sua comunicazione, e fu solo quando mi giunsero il n. 8 del 1888 dei *Wied. Ann.* ed il numero di Luglio 1888 dei *Phil. Mag.*, nei quali periodici la nota del sig. Hallwachs era riprodotta, che seppi avermi il medesimo prevenuto. Mi affrettai ad aggiungere la citazione del suo lavoro nella Nota del 1.° Luglio (correggendone le bozze), come pure nella Memoria completa letta l'11 Novembre 1888 all'Accademia R. di Bologna.

La parte di priorità che spetta al Sig. Hallwachs gli è dunque riconosciuta nelle mie pubblicazioni da lui stesso citate, e non ho difficoltà alcuna a riconoscergliela quì in modo più esplicito.

Sembra dunque che non vi siano stati da parte mia dei malintesi dovuti a non perfetta conoscenza del significato di alcune parole, malintesi nei quali del resto può cadere facilmente chi legge lavori redatti in una lingua che non è la propria. Citerò appunto come esempio un malinteso, che non sò se sia mio o del Sig. Hallwachs.

Nella sua Nota a p. 343 del n. 9, 1890, dei *Wied. Ann.* dice avere io dimostrato: *die Proportionalität zwische dem durch Be-*

1) Questo scritto tradotto in tedesco, fu inviato tempo addietro per essere inserito nei *Wied. Ann.*

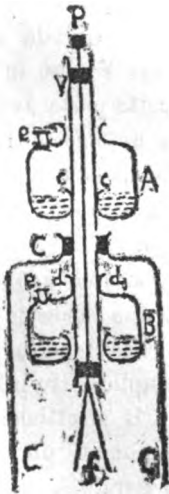
strahlung erzeugten Potential und der an der Oberfläche auftretenden electrostatischen Kraft......

A meno che io non fraintenda il significato delle parole, questo enunciato non è esatto. Ciò che ho dimostrato si è precisamente l'indipendenza fra il potenziale raggiunto e la forza elettrostatica alla superficie. Infatti ho trovato, che per un conduttore di data natura (immerso nell' aria a date condizioni di temperatura e pressione, ed illuminato con radiazioni attive di data intensità) cessa d'aumentare la carica positiva in esso generata dalle radiazioni, quando la densità elettrica alla sua superficie (e quindi anche la forza elettrostatica) ha raggiunto un determinato valore costante, mentre il potenziale al quale in pari tempo è portato il conduttore può raggiungere un valore qualunque, secondo la forma, posizione etc. del conduttore.

Se realmente il maliuteso non è da parte mia, era bene rettificare quell'enunciato, tanto più poi che è stato riprodotto tal quale anche in altro periodico (*Phyl. Mag.*).

ELETTROSCOPIO A FOGLIE D'ORO; NOTA DEL PROF. A. STEFANINI.

Fra gli apparecchi che vengono spesso in uso nelle esperienze fondamentali d'elettrostatica sono gli elettroscopi a foglie d'oro, e chi li ha usati nell'insegnamento ben sa quanto sia malagevole conservarli carichi per qualche tempo, nonostante che prima di adoprarli sieno tenuti al caldo affinchè il vetro della campana, o il tappo d'ebanite, isolino meglio; precauzione che molte volte è poco efficace, perchè appena raffreddato il vetro si ricopre di umidità (cfr. Cardani, *N. Cim.* 20, pag. 118, 1886). Essendo molto comodo di poter disporre di elettroscopi che si mantengano carichi in lezione per due o tre quarti d'ora, pensai di sostenerne l'asticella di metallo, che porta le foglie d'oro, per mezzo degli isolatori immaginati dal Mascart, sperando di poter in tal modo mantenere gli elettroscopi in eccellenti condizioni d'isolamento, anche in un ambiente reso presso che saturo di umidità dalla prolungata presenza di un numeroso uditorio.

Fig. 1.

Nella tubulatura cilindrica di una delle solite campane di vetro che servono per gli elettroscopi del tipo Bennte, fissai perciò con della paraffina un cannello di vetro V (fig. 1.), entro il quale è masticiata con buona ceralacca, o con paraffina, l'asticella P di ottone destinata a sostenere le foglie d'oro *f.* Una boccetta A di vetro, della forma che hanno gli isolatori Mascart, fissata in *c c* al tubo V che sporge fuori della campana, contiene dell'acido solforico che serve a mantener ben asciutta una porzione del tubo V lunga circa 4 cm.; e un'altra boccetta simile B, fissata in ***d d*** alla parte del tubo che resta entro la campana, contiene anch'essa dell'acido solforico che tiene asciutta la porzione inferiore del tubo V. In questa maniera l'elettricità che vien comunicata all'asticella P, e quindi alle foglie d'oro, non può disperdersi se

non assai lentamente; perchè, dato pure che il vetro della campana C sia umido, fra esso e le estremità del tubo V che sono a contatto con le parti metalliche dell'elettroscopio sono interposte due porzioni di vetro tenuto costantemente secco; ed è ben noto che il vetro ben asciutto è uno dei migliori isolanti solidi.

Sottoposto alla prova questo elettroscopio, ho riconosciuto che, dopo averlo caricato nel modo solito, le foglioline si mantengono assai divergenti per più di 4 ore, anche se si lascia in un'ambiente carico di umidità; esso corrisponde dunque più che a sufficienza allo scopo che mi era prefisso nel costruirlo.

L'acido solforico da porsi nelle due boccette A e B deve essere concentrato, ed è necessario di rinnovarlo di quando in quando; questo cambiamento può farsi comodamente per mezzo delle tubulature *e* di cui sono provviste le boccette. Quando si voglia cambiare o toglier l'acido, le due boccette si levano dall'elettroscopio: quella superiore dopo aver levata la pallina metallica P, e quella inferiore dopo aver tolta dall'asticella metallica una linguetta d'ottone cui son fissate le foglie d'oro. La boccetta A si può fare appoggiare sulla tubulatura della campana; l'altra B è fissata a sfregamento sul tubo V, che in corrispondenza del collo smerigliato *dd* della boccetta porta avvolta un po' di carta paraffinata, in modo da formare un piccolo tronco di cono con la base minore in basso. Del resto questa boccetta B si può anche sopprimere, se si mette entro la campana C una vaschetta con acido solforico, o della calce viva.

Quantunque la costruzione di questo elettroscopio non offra nessuna difficoltà oltre quella di procurarsi le due boccette A e B (o almeno quella A), si possono ottenere resultati molto sodisfacenti anche con una costruzione assai più semplice. Ho infatti osservato che anche senza le due boccette A e B si ottiene un buon isolamento per più di 1 ora anche in ambienti umidi; e ciò pel notevole potere isolante dello strato di paraffina che separa il tubo V dalla campana C. Ed ho anche osservato che l'elettroscopio privato delle boccette si scarica subito, quando l'ambiente è appena umido, se con un arco di metallo, portato da un manico ben isolante, si pone in comunicazione la parte superiore del tubo V con la campana di vetro; mentre la diver-

genza delle foglioline rimane quasi inalterata, anche se con un polverizzatore si bagna d'acqua tutta la parte esterna dell'apparecchio, fino a che le goccioline che cadono sulla paraffina non giungono a fare una buona comunicazione fra il tubo V e la campana C.

Quando la paraffina non isoli più a sufficienza, o per la polvere che possa esservi caduta sopra, o per qualsiasi altro motivo, per ricondurla a funzionar bene basta passarla sopra una fiamma di Bunsen, o ad alcole.

Ridotto a questo grado di semplicità, ben si vede come in ogni gabinetto si trovi quanto occorre per la costruzione di un elettroscopio che funzioni assai meglio di quelli che ordinariamente si trovano in commercio; ma si può avere, con ugual facilità, un elettroscopio assai migliore, se si costruisce com'è indicato dalla fig. 2.

Un tubo V di vetro è fissato alla campana C, con paraffina, come nell'elettroscopio della fig. 1; ma l'asticella che porta le foglie d'oro ha circa $^1/_3$ della lunghezza del tubo V, ed è racchiusa in parte in un tubo più piccolo *u*, entro il quale è fissata con paraffina, e il tubo *u* è fissato a sua volta con paraffina alla parte inferiore del tubo V. L'asticella d'ottone che sporge fuori della campana, e che porta la pallina P, è mobile, ed è guidata lungo l'asse del tubo V mediante un altro tubo sottile *v* fissato con paraffina a quello esterno; e quando l'elettroscopio si vuol caricare, la pallina inferiore di quest'asticella deve toccare la pallina che sormonta l'asticella che porta le foglie d'oro *f*. In queste condizioni l'elettroscopio funziona già molto meglio del precedente; ma se si vedesse che la parte esterna della paraffina non isolasse bastantemente, per mantener più a lungo cariche le foglie d'oro basterebbe, subito dopo che si son caricate, toglier via l'asticella P per mezzo d'un laccio di seta sottile e lungo. In questa maniera

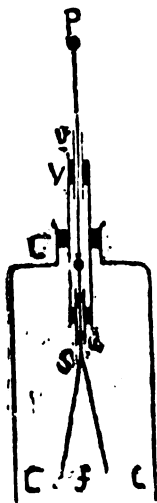



Fig. 2.

le foglie restano molto divergenti per più di 24 ore, se il tubo V è stato ben pulito e asciugato prima di metterla a posto [1]). La mancanza dell'asticella P non nuoce alla prosecuzione delle esperienze sull'induzione elettrostatica, come è ben facile rendersene conto; ma ogni volta che si voglia cambiar lo stato elettrico delle foglie d'oro bisognerà rimetterla a posto.

L'uso della paraffina come isolante è vantaggioso anche nella costruzione dei pendolini elettrici, e di molti altri apparecchi che convenga dover tenere carichi di elettricità per molto tempo; ed è ben facile immaginare come possa all'uopo modificarsi nei singoli casi la costruzione di quegli apparecchi, senza che sieno necessarie particolareggiate indicazioni in proposito. È poi evidente come l'uso della paraffina, almeno per gli elettroscopi, sia più accessibile di quello del quarzo fuso, pel quale il Boys (*l. c.*) trovò che ha nell'aria umida lo stesso potere isolante che il vetro con piombo ha nell'aria perfettamente essiccata con acido solforico.

RIVISTA

Comptes rendus. — 1890.

1° semestre.

1. — M. P. Joubin. *Sulla distribuzione della corrente nei conduttori a tre dimensioni.* — Il Maxwell impiega nel calcolo per quella distribuzione gli stessi principi dell'elettrostatica, fra i quali il principio delle immagini del Thomson. L'A. studiando un caso particolare, è condotto a concludere che, almeno per quel caso, il principio delle immagini è applicabile anche alla elettricità dinamica, e che le superfici di flusso ed equipotenziali sono le stesse che in elettrostatica.

2. — MM. E. Sarasin e Lucien de la Rive. *Risonanze multipli delle ondulazioni elettriche dell'* Hertz. — Nel *N. Cimento*

1) L'isolamento si può anche render migliore, tanto in questo che nell'elettroscopio precedente, se, prima di fissarlo alla campana C, il tubo V è tenuto per 2 o 3 ore nell'acqua distillata bollente, per discioglierne gli alcali che lo rendono igroscopico (Warburg e Ihmori, *Wied. Ann.* vol. 27, 1886) e se si adopra vetro con piombo anzichè vetro con soda (Boys, *Phil. Mag.* vol. 28, 1889).

abbiamo già riferite le esperienze dell' Hertz, e delle esperienze degl' Autori sono state descritte negl' *Archives des Sciences . . etc.* del 1889. Le esperienze riferite nella Nota presente sono grandemente interessanti.

Fra le esperienze descritte dall' Hertz, ve n' è una assai semplice nella forma, e che il lettore può leggere a pag. 247, t. XXV del *N. Cimento*, e nel t. XXI, pag. 281 degl' *Archives*. È quella delle due lastre di ottone collocate dirimpetto alle due estremità del rocchetto, e dei due fili conduttori normali a quelle lastre, isolati e paralelli fra loro. Il così chiamato, risuonatore, sta fra quei due fili, isolato da essi e dal suolo; è circolare, interrotto in un punto, ed in un piano verticale. Mentre il rocchetto funziona esso dà scintille nel punto di interruzione, le quali, spostando via via il risuonatore, passan per dei massimi e dei minimi, indicando così la presenza di nodi e ventri di vibrazioni, nei due fili conduttori rettilinei, assimigliati così a colonne elastiche vibranti.

Gli Autori, ripetendo quella esperienza, e variando i diametri del risuonatore, hanno trovato che « la grandezza dell' onda della quale nella citata esperienza si determinano i ventri ed i nodi, non dipendono che dalle dimensioni del risuonatore » per modo che si è condotti ad ammettere che l' eccitatore, cioè il rocchetto, sia l' origine di tutte le possibili onde, di varie e qualunque lunghezze; e che ogni risuonatore scelga quella che gli conviene. Gli Autori non considerano un tal resultato, come in contradizione a quelli ottenuti dall'Hertz, ma bensì come un complemento.

Ma M. Cornu fece alcune osservazioni in proposito, relativamente alla spiegazione, o teoria, fatta dall' Hertz, ed indicando come molto grave, per quella teoria, quel resultato ottenuto da MM. Sarasin e de la Rive, consiglia di far altre nuove e precise esperienze, prima di presentare la bella esperienza dell' Hertz come una prova dell' identità dell' elettricità e della luce.

M. A. Berget. *Sul rapporto fra le conducibilità elettriche e le termiche, dei metalli.* — L' A. presentò già all' Accademia, negl' anni 1886-87, un metodo di misura per le conducibilità termiche, ed ora si occupa delle elettriche; ma non trova che quel rapporto sia rigorosamente costante; soltanto l' ordine delle conducibilità è lo stesso, sì pel calore che per la elettricità.

3. — MM. J. L. Soret ed Alb. Rillet. *Sull' assorbimento dei raggi ultravioletti, per alcune sostanze organiche appartenenti alla serie grassa.* — Gli alcool della serie grassa sono molto trasparenti per quei raggi, eccetto alcuni casi dovuti molto probabilmente ad impurità. La rettificazione e la disseccazione completa,

decompongono o producono una ossidazione, che diminuiscono la trasparenza degl' alcool. I chetoni sono molto opachi per quei raggi, che intercettano alla dodicesima stria.

I diversi *eteri semplici*, dello stesso elemento elettronegativo (iodo, bromo, cloro) non differiscono fra loro, circa a quell' assorbimento; ed i sali aloidi di potassio sono assai meno assorbenti degl' eteri corrispondenti. I diversi eteri contenenti un elemento elettronegativo differente, non hanno la stessa trasparenza. I ioduri sono molto assorbenti, i bromuri meno, ed i cloruri molto trasparenti. L' etere ordinario, purificato per distillazione nel sodio, è trasparentissimo pei raggi ultra violetti estremi; soltanto l' acqua distillata lo è più di lui. Questi sono i principali risultati ottenuti dagl' Autori; di uno dei quali, l' illustre Soret, dovemmo giorni sono deplorare la grave perdita.

4, 5. — MM. VIOLLE e VAUTIER. — Gli Autori annunziano che i loro lavori, che in parte furono già riferiti all' Accademia, e che per intero saranno narrati in una Memoria, negl'*Ann. de Chim. et de Phy.*, gli hanno condotti ai resultati seguenti:

1.° Qualunque sia la vibrazione iniziale, l' onda sonora propagandosi, tende verso una forma semplice e determinata. 2.° Giunta a tal forma, tutte le sue parti hanno la stessa velocità uniforme, che è quella normale del suono. 3.° Lo scuotimento effetto di un colpo di pistola, ha dapprima una forma complessa, e le sue diverse parti hanno velocità differenti; ma il vertice dell' onda acquista presto la velocità normale; mentre il ponte, che dapprima ha velocità troppo grande, va rallentando e tende alla velocità normale. 4.° La intensità del colpo di pistola non ha influenza sulla velocità, normale, ma l' eccesso di velocità del ponte cresce con la intensità. 5.° Nei limiti ordinari, la intensità non ha influenza sulla velocità dei suoni musicali. 6.° Così pure il grado di acutezza non ha influenza sulla velocità. 7.° In un tubo di $0^m,70$ il colpo di pistola, carica di tre grammi di polvere, si ascolta a più di 13 chilometri, ed il suono di un flauto di 16^{pi} si sente ancora a 6 chilometri; ma e l' uno e l' altro spariscono come suono quando lo scuotimento (*l' ebranlement*) iniziale si è fuso in un'onda unica, che le membrane accusano facilmente al di là di 50 chilometri. 8.° La velocità di propagazione del suono nell' aria libera è maggiore che in un tubo, ove la influenza delle pareti produce un ritardo, in ragione inversa del diametro, e maggiore di $0^m,46$ in un tubo di un metro di diametro. 9°. La velocità del suono nell' aria libera, secca a 0°, è di $331^m,10$. L' errore probabile è minore di $0^m,10$.

M. P. JOUBIN. *Sullo stato del campo magnetico nei conduttori a tre dimensioni.* — Resulta dalle esperienze dell' A., che il campo

magnetico prodotto da una corrente, esiste tanto nel mezzo attraversato dalla corrente che nel mezzo esterno; e che vi ha continuità passando per la superficie di separazione.

M. J. Borgmann. *Sulle azioni meccaniche delle correnti variabili.* — L' A. cercando di rifare delle esperienze mostrate dal prof. E. Thomson a Parigi durante la esposizione del 1889, ne ottenne delle nuove che descrive nella sua nota. Per dare un' idea del genere loro, riferiremo le prime. Un anello di grosso fil di rame sta al posto del piatto di una bilancia, equilibrato da pesi, e sotto, concentricamente, sta un rocchetto verticale, con o senza anima di ferro. La corrente proveniva da accumulatori, ed un commutatore mosso da un piccolo motore elettrico Breguet, con la velocità di 1000 giri al minuto, cangiava il senso della corrente venti volte al giro. Anche con una corrente di 0,5 ampère l' anello era decisamente respinto. Un piatto di vetro pieno di mercurio fu posto, concentricamente, sul rocchetto, e sul liquido fu sparso del licopodio. In virtù della corrente alternante o della intermittente, la polvere di licopodio rivelava nel mercurio la esistenza di due correnti circolari, in direzioni opposte, che si riunivano per formare una corrente diametrale.

6, 7. — M. Ch. Antoine. *Calcolo della compressibilità dell' aria fino a 3000 atmosfere.* — Nella relazione $pv = D(\beta + t)$, la p essendo in atmosfere e v in litri, per l'aria è $\beta = 273{,}6 - \sqrt{p}$. Secondo Regnault D è costante fino a 27 atmosfere. Per un chilogrammo di aria, l'A. prende, in prima approssimazione, $D = 2{,}835$ fino a 40 atm., e $D = 2{,}835 + 0{,}0018\,(p - 40)$ al di sopra di 40 atm. Con quei valori, e per $t = 0$, l' A. ha calcolato un quadro numerico, per i valori di p, pv e D, fino a 3000 atm. Quella formula concorda coi resultati del Regnault, e con quelli dell' Amagat.

M. P. Janet. *Estensione dei teoremi relativi alla conservazione dei flussi di forza e d' induzione magnetica.* — La corrente che circola in un conduttore forma un campo magnetico nell' interno, così come all' esterno. Secondo il Maxwell, i campi magnetici interni non possono derivare da un potenziale, e sono dall'A. chiamati *campi non conservativi.* I ben noti teoremi sulla conservazione dei flussi di forza e di induzione magnetica, non sono dimostrati che per dei campi conservativi, ma l' A. in questa Nota li dimostra ancora per dei campi non conservativi.

M. Lucien Poincaré. *Sulle pile ad elettrolisi fusi, e sulle forze termoelettriche alla superficie di contatto di un metallo e di un sale fuso.* — Si può fare una coppia immergendo in un sale fuso od a temperatura tale che sia conduttore, due differenti metalli; ed è importante lo scuoprire se tali coppie seguono o no le stesse leggi delle coppie idroelettriche. Fra i dati necessarii a tale

studio è la conoscenza dell' effetto P. Peltier, al contatto di un elettrode e del sale. Per misurar direttamente quello sviluppo di calore si ha la nota formula di Sir W. Thomson, quando si conosca la corrispondente forza elettromotrice termoelettrica; e questa fu determinata dall' A. col metodo di compensazione, impiegando un elettrometro Lippmann in luogo del galvanometro.

L' apparecchio termoelettrico era formato con piccoli tubi in terra porosa, pieni dell' elettrolite fuso, ed immersi in un bagno dello stesso sale. Con una disposizione conveniente, si produceva una differenza di temperatura fra i due tubi; e con due fili di uno stesso metallo si facevano le comunicazioni con l' elettrometro. Le f. e. m. così misurate ebbero lo stesso segno, e quasi lo stesso valore di quelle determinate dal Bouty (*Comptes rendus*, t. XC. p. 217) nel caso di dissoluzioni sature. Se il sale viene a consolidarsi in uno dei tubi, non cangia la f. e. m., e succede la stessa cosa se il sale si solidifica nell' altro tubo. Il metallo considerato può esso pure esser liquefatto, come il bismuto nel tricloruro di bismuto, e non si osserva alcun cangiamento nella f. e. m.

Nel caso più ordinario, in cui la legge di Volta è applicabile, l' effetto Peltier misura la differenza fra il calore chimico ed il calore voltaico di una pila reversibile; e se questa differenza è nulla, la teoria dell' Helmohltz (*Wied. Ann.* 1878) ci dice che la f. e. m. è indipendente dalla temperatura. Ma la verifica esperimentale è difficile. L' A. in questo caso considerò soltanto la coppia reversibile la più semplice possibile: zinco | cloruro di zinco, e protocloruro di stagno | stagno. Il debol valore dell' effetto Peltier, al contatto del zinco e del suo cloruro, e al contatto dello stagno fuso e del suo cloruro, fa prevedere che la f. e. m. di questa pila, non può esser differente da quella calcolabile supponendo l' eguaglianza fra il calore chimico ed il voltaico. La f. e. m. calcolata risulta 0,363 volt, e la media di più esperienze diede 0,37 volt, allo stato solido, e 0,355 allo stato liquido. Inoltre, l' A. verificò che fra 250 e 350° la f. e. m. era quasi affatto indipendente dalla temperatura. Così, secondo un teorema del Lippmann, si conclude che il calorico specifico del sistema non è variato dal passaggio della elettricità. Si vede dunque che quella teoria dell' Helmohltz si verifica anche nelle pile ove gli elettroliti sono resi conduttori da un innalzamento di temperatura.

8. — M. J. R. Rydberg. *Sulla costituzione degli spettri lineari degli elementi chimici.* — Di questa Nota non sarebbe possibile un sunto. Essa tratta di ricerche molto interessanti, che saranno pubblicate per esteso nel *Svenska Vetensk-Akad. Handlingar Stockholm.*

M. James Moser. *Oscillazioni elettriche negli spazi ad aria rarefatta, senza elettrodi, e dimostrazione della non conducibilità del vuoto.* — L' Hertz tese 24 fili conduttori fra due dischi metallici, ed una bacchetta pure metallica riunendo i centri dei due dischi era interrotta da un micrometro a scintille. Una oscillazione elettrica indotta in questa specie di sifone non produceva scintille nel micrometro, posto in quell'asse o bacchetta (*Wied. Ann.* 1889). Secondo l' Hertz, questo proverebbe che quelle oscillazioni in un filo, prenderebbero origine nella superficie del filo, penetrando tanto più nell'interno quanto più sono lente, e quanto più son rapide tanto più restano superficiali. Queste idee condussero l' A. alle seguenti esperienze.

I tubi ad aria rarefatta divengono luminosi, se vicini ad un rocchetto di induzione in attività, ma le esperienze in proposito furono fino ad ora fatte con tubi aventi elettrodi penetranti nel tubo, od applicati semplicemente alla superficie. L' A. ha adoperato un tubo rarefatto e chiuso, lungo 40 cent., grosso 3 millimetri, e dentro un altro tubo grosso 10 millim. Quest' ultimo era chiuso da un lato e saldato dall' altro ad una pompa Geissler. Il vuoto del tubo interno rimane invariabile, e diventa azzurro chiaro, senza stratificazione, in vicinanza del rocchetto. Ma se si fa il vuoto nel tubo inviluppante, stando costante il vuoto nel tubo interno, ecco cosa appare: 1° se nel tubo esterno la pressione è quella dell' atmosfera, l' interno diventa azzurro chiaro. 2° Se nel tubo esterno la pressione è di un millimetro, l' aria vi diventa rosso scuro. In questo momento l' effetto protettore del tubo esterno si dichiara, dice l' A., e il fenomeno è invertito. I tubi Geissler, estremamente rarefatti, non danno passaggio alla scarica; e questo è da alcuni fisici spiegato dicendo che il vuoto è isolante. Altri fisici, considerano il vuoto come conduttore, ma suppongono una grande resistenza al passaggio, alla superficie degli elettrodi. Ma nella esperienza dell' A. non vi sono elettrodi, e dunque non resistenza al passaggio. Diminuendo la pressione, al disotto di un millimetro di mercurio, infine spingendo all'estremo la rarefazione, il tubo inviluppante diventa oscuro di nuovo, mentre il tubo interno diventa luminoso. L' apparenza è come se la pressione nel tubo esterno, fosse uguale a quella dell' atmosfera. L' A. conclude, che il vuoto più perfetto, non ha effetto protettore, ed è dunque privo di conducibilità.

MM. H. Le Chatelier ed E. Mallard. *Sulla variazione che avviene nelle birefrangenze del quarzo, della baritina e del distene, variando la temperatura.* — Una lamina di quarzo tagliata paralellamente all' asse, e di cui una coppia termoelettrica indica la temperatura, è riscaldata a gas entro un tubo di porcellana.

Il raggio è secondo l' asse del tubo, da un lato e dall' altro stanno i nicol, e dopo il raggio cade sopra uno spettroscopio che mostra le frange di Fizeau e di Foucault. A misura che la temperatura aumenta le frange si spostano verso il violetto, accusando una diminuzione di birefrangenza, ed a 570° le frange si turbano, spariscono, e ricompariscono quando la temperatura è superiore a quella, ma poste in modo diverso di prima. Continuando l' aumento di temperatura, le frange si spostano verso il rosso, accusando un aumento di birefrangenza. Furono fotografate quelle frange, e misurate le loro distanze alla stria indaco del magnesio, e così misurate le lunghezze d' onda λ a loro corrispondenti. Se n è il numero della frangia, numero dato da osservazioni preliminari, il prodotto $n\lambda$ mostra il ritardo R introdotto dalla grossezza della lamina fra le due vibrazioni principali. Questo metodo di gran precisione, ha il vantaggio di far conoscere la dispersione cristallina. A 15° circa, il ritardo R del quarzo paralello all' asse, e grosso $3^{mm},269$, è rappresentato, fra $\lambda = 0$ e $\lambda = 0,390$, da

$$10^5 \,.\, R_{15^0} = 2868 + 41,5 \,.\, \frac{1}{\lambda^2} \,,$$

essendo λ espresso in millesimi di millimetro. Gli A. presentano un quadro numerico pei valori di λ e per diverse frange, e presentano ancora la formula empirica seguente, per la differenza Δ degl' indici principali del quarzo a seconda delle temperature.

$$10^5 \,.\, \Delta = 878,2 - 0,0919 \,.\, t - 0,000184 \,.\, t^2 + (12,68 - 0,00072 \,.\, t) \frac{1}{\lambda^2}$$

questa formula è d' accordo con le osservazioni di Mascart, fatte alla temperatura ambiente, e con quelle di Fizeau e di Dufet fra 0° e 100°.

A 570° avviene una brusca diminuzione rappresentata da

$$22,3 + 2,73 \,.\, \frac{1}{\lambda^2} \,.$$

Al disopra di 570°, si ha

$$10^5 \,.\, \Delta = \left(743,2 + 10,36 \,.\, \frac{1}{\lambda^2}\right)\left(1 + 0,0000755\,(t - 570)\right) \,,$$

onde si vede che la variazione di birefrangenza ha completamente cangiato di andamento. Gli stessi studi furono fatti per la baritina e pel distene.

9. — M. P. Janet. *Sulla magnetizzazione trasversale dei conduttori magnetici.* — Quando un conduttore, in cui circola un sistema di correnti, è formato, in tutto o in parte, da una so-

stanza magnetica, esso si magnetizza sotto la influenza delle forze non conservative (vedi n°. 7), e l'A. chiama *magnetizzazione trasversale* quella magnetizzazione indotta di seconda specie. Quando il coefficiente di magnetizzazione è costante resta dimostrato facilmente che *il magnetismo trasversale è puramente superficiale.* Ne resulta che, se Ω è il potenziale del magnetismo indotto, F_n la componente normale della forza non conservativa in un punto della superficie, si ha

$$\Omega = h\int \frac{1}{r}\frac{d\Omega}{dn}\,.\,dS - k\int \frac{1}{r}F_n\,.\,dS\,.$$

Questa equazione conduce a quella per la magnetizzazione indotta di prima specie, osservando che la funzione $V = -k \int \frac{1}{r} F_n\, dS$ è un potenziale; e ponendo $\Omega - V = \Omega'$, si ha

$$\Omega' = k\int \frac{1}{r}\frac{d\Omega'}{dn}\,dS + k\int \frac{1}{r}\frac{dV}{dn}\,dS\,.$$

E così il bel metodo di C. Neumann per trovare Ω si applica subito.

Se k non è costante, le due equazioni solenoidali che esprimono la conservazione del flusso di induzione, danno le equazioni a derivate parziali che definiscono Ω'.

Applicazioni a cilindri qualunque. La forza elettromagnetica, in un punto di un cilindro qualunque percorso da una corrente nel senso della lunghezza, è eguale e perpendicolare alla forza newtoniana in quel punto. Sia ds un elemento d'arco della sezione retta. L'equazione generale diviene

$$\Omega = -2k\int \log r\,.\,\frac{d\Omega}{dn}\,ds + 2k\int \log r\,F_n\,ds\,,$$

e Ω è funzione di due sole variabili x ed y. Siano, H il potenziale vettore in un punto, Ψ la funzione coniugata di Ω in questo punto. La equazione delle linee di magnetizzazione è $H = \Psi + C$.

L'A. passa quindi all'applicazione ad un cilindro elittico, e ne deduce che « la densità superficiale del magnetismo libero, in un punto della superficie del cilindro elittico magnetizzato trasversalmente, è uguale alla densità che avrebbe in quel punto uno strato di elettricità negativa in equilibrio, moltiplicata pel prodotto delle coordinate in quel punto ». L'A. termina con alcune altre osservazioni, fra le quali, quella che il suo metodo è anche applicabile ad un tubo cilindrico a sezioni elittiche omofocali.

M. C. Fabry. *Sulla localizzazione delle frange di interferenza prodotte dagli specchi di* Fresnel. — Le frange prodotte dagli

specchi di Fresnel si possono osservare in ogni punto della parte comune ai due fasci riflessi; ma questo avviene in condizioni in realtà eccezionali, fuori delle quali vi ha localizzazione. Perchè una frangia, in un punto M del campo, sia netta al massimo grado, bisogna che la differenza di cammino delle coppie di onde inviate ad M dai differenti punti della sorgente, che è la fenditura, sia la stessa. Se si esprime questa condizione, si trova un' equazione che permette di determinare, per ogni posizione del punto M, le posizioni della fenditura per le quali M è sopra una frangia netta. L' A. si limita ad esporre i resultati del calcolo, ed esamina diversi casi: il caso in cui i due specchi non sono in addietro, *retrait*, l' un sull' altro, e il piano della fenditura è verticale o nò; e il caso in cui i due specchi sono in *retrait* l' un sull' altro. Ciò che fu indicato dal calcolo fu verificato dalla esperienza.

MM. P. Barbier ed L. Roux. *Ricerche sulla dispersione delle soluzioni acquose.* — Gli Autori avvertono che essi presero il coefficiente B della formula di Cauchy ridotta a due termini, come espressione del *potere dispersivo*, e che rappresentarono il *potere dispersivo specifico* col rapporto B/d, d essendo la densità della dissoluzione alla temperatura della osservazione. Fu studiata la variazione del poter dispersivo con la concentrazione, facendo un gran numero di esperienze con soluzioni di cloruri, bromuri, ioduri, nitrati, idrati, zucchero, acido citrico, cloridrato di anilina. La Nota contiene un ampio quadro numerico, dal quale resulta, che se si indica con p il peso della sostanza anidra contenuta nell' unità di volume della dissoluzione, si ha $B = kp + b$. Però questa legge non sembra applicarsi alle dissoluzioni molto diluite. Il valore di b è sensibilmente uguale al poter dispersivo dell' acqua, e k ha un valor caratteristico per ogni corpo. Il poter dispersivo specifico varia poco con la concentrazione, ed il suo valore medio è quasi costante pei differenti corpi studiati.

10, 11. — M. C. Pollak. *Sopra un nuovo sistema di accumulatori elettrici, e sopra alcuni apparecchi che agiscono con questi accumulatori.* — L' A. ha voluto far accumulatori di grande capacità acquistabile nel minor tempo possibile. Ricopre le lamine con piombo spugnoso ottenuto per elettrolisi, e per assicurare l' aderenza la superficie della lamina è lavorata in modo che pare una spazzola a crini rasi. Questo si ottiene con un laminatojo speciale, con punte lunghe due millimetri, grosse uno, ad intervalli pure di un millimetro. Si caricano facendovi passare la corrente durante 50 ore. Il rendimento è di ampère 91,384 per 100, e la capacità di 9,133 ampèr-ora per un chilo di piombo.

12. — J. Moser. *Studio comparativo del poter induttore specifico e della conducibilità degli spazi di aria rarefatta.* — Rife-

rendosi alla sua Nota del numero 8, qui sopra, l'A. distingue tre stati di rarefazione: 1° il vuoto ordinario, che è isolante; 2° il vuoto ad 1 mm. conduttore; 3° il vuoto estremo, che è isolante. L'A. formò una boccia di Leida con un vaso di vetro a doppio fondo ed a doppia parete, e nell'intervallo anulare si poteva fare il vuoto. Le faccie interne del vetro limitanti lo strato di aria furon ricoperte di due strati di argento, che facevan da armature isolate fra loro, e comunicanti all'esterno per mezzo di elettrodi. Quello strato di aria era il dielettrico da studiarsi. Un rocchetto di induzione vi rendeva luminoso il vuoto conduttore e vi produceva nel vuoto estremo delle forti scintille, a considerarsi come scariche per *convezione*. Una pompa Geissler comunicava con la Leida per le misure del potere induttore, e nello stesso tempo, col sistema dei tubi descritti nella Nota citata. Un tubo spettrale di Geissler era in comunicazione con la pompa. Eccitando questo tubo con un rocchetto, si valutava dalla sua apparenza lo stato di rarefazione, quando il manometro appariva a zero. Si aveva dunque una serie di spazi comunicanti, pieni di aria a pressione ed a temperatura uniformi, ove l'A. determinava, da una parte la conducibilità, e dall'altra parte il potere inducente dell'aria; e si fece uso, per le misure, di un elettrometro Mascart-Carpentier, e di una chiave Sabine. I quadranti dell'elettrometro erano caricati da 5 elementi Latimer-Clark, e la bottiglia con 150 elementi zinco-acqua-rame. Con tutto ciò l'A. trovò sempre la stessa deviàzione dell'elettrometro per tutti e tre quegli stati di vuoto; e dovè concludere che non varia con la rarefazione quel potere induttore.

M. L. HOULLEVIGNE. *Elettrolisi di un miscuglio di due sali in dissoluzione acquosa.* — Bouty, Magnus, Becquerel e Buff hanno già studiato questo soggetto. Buff trovò che i due corpi si decomponevano in proporzioni costanti, qualunque fosse la intensità della corrente. Il liquido dell'Autore fu una dissoluzione acquosa di solfato di zinco e di solfato di rame, che non formano sale doppio, come lo dimostrò il Bouty. La temperatura rimase fra 12 e 15°. Le prime esperienze furono a intensità variabile di corrente, ed a forza elettromotrice costante; e risultò che, contrariamente alla legge di Buff, la proporzione degl'elementi posti in libertà variava rapidamente con la intensità della corrente. Le altre esperienze furono ad intensità costante e forza elettromotrice variabile; e sembrò resultare che, ad intensità costante, la composizione dell'ottone ottenuto era indipendente dalla differenza di potenziale fra i due elettrodi, salvo vicino alla f. e. m. minima.

13. — M. R. COLLEY. *Ricerche teoriche ed esperimentali sul rocchetto* Ruhmkorff. — Il moto dell'elettricità nei due circuiti,

induttore ed indotto, nel rocchetto, può definirsi con un sistema di equazioni differenziali simultanee, riducibile ad un' equazione lineare a coefficienti costanti, del quart' ordine a circuito aperto, e del terzo a circuito chiuso, e di forma molto complicata. Si semplifica molto trascurando la reazione del circuito indotto sull' induttore; e qui l' A. fa diverse considerazioni in prova che quella semplificazione è plausibilissima. Si ammette dunque che il moto dell' elettricità nell' induttore è indipendente dalla presenza dell' indotto.

La presenza del condensatore, la debole resistenza e la induzione propria del circuito induttore sono condizioni favorevoli a che il moto dell' elettricità vi divenga *oscillatorio*, e quindi l' A. pone

$$i = \mathrm{A}e^{-\alpha t} \cos \frac{2\pi}{\tau} t + \mathrm{B}e^{-\alpha t} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\tau} t \,. \tag{1}$$

i intensità della corrente nell' istante t; τ il periodo di oscillazione, approssimativamente uguale a $2\pi \sqrt{lc}$; l il coefficiente di self-induzione, c la capacità del condensatore; $\alpha = r/2l$, r la resistenza; A e B costanti determinate dalle condizioni iniziali.

La equazione differenziale pel circuito indotto si fa scrivendo che la sua corrente I moltiplicata per la resistenza R, sia uguale alla somma delle forze elettromotrici. Stando per ora al caso di un circuito chiuso, si ha

$$\mathrm{IR} = -\mathrm{M}\frac{di}{dt} - \mathrm{L}\frac{d\mathrm{I}}{dt} \,. \tag{2}$$

La $\dfrac{di}{dt}$ si ha dalla (1), e l' integrale della (2), stando $\mathrm{I} = 0$ per $t = 0$, è

$$\mathrm{I} = -ae^{-\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{L}}t} + ae^{-\alpha t} \cos \frac{2\pi}{\tau} t + b\, e^{-\alpha t} \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\tau} t \tag{3}$$

a e b sono costanti. Si vede che la I risulta dalla sovrapposizione di due correnti, l' una *non periodica*, e l' altra *periodica* con ampiezza progressivamente decrescente. Le esperienze dell' Autore confermarono quelle previsioni teoriche. Furono eseguite facendo passare la corrente indotta attraverso un tubo di Geissler, ed esaminando la scarica con lo specchio ruotante. Il tubo spettrale fu ricoperto di carta nera, lasciandovi una fenditura longitudinale rivolta verso lo specchio.

M. A. Le Chatelier. *Le leggi del rincotto e le loro conseguenze dal punto di vista delle proprietà meccaniche dei metalli.* — Ci dobbiamo limitare all' enunciato dei resultati seguenti:

1°. Ad una stessa temperatura, un metallo si deforma sotto l'azione di una data carica con una velocità costantemente decrescente, tendendo ad un determinato equilibrio. La grandezza delle deformazioni, corrispondenti ai diversi stati di equilibrio, aumenta più rapidamente delle cariche che le hanno prodotte. La carica di rottura ottenuta in una prova a velocità di messa in carica costante, cresce con questa velocità. Nelle stesse condizioni, una stessa carica dà luogo ad allungamenti, che diminuiscono quando la velocità di trazione aumenta.

2°. Quando la temperatura aumenta, a condizioni uguali, le deformazioni prodotte da una stessa carica vanno crescendo, e le resistenze alla rottura vanno decrescendo.

14. — M. Maurice Lévy. *Sulle diverse teorie della elettricità.* — In una Nota, inserita nel numero 7 precedente, M. Tisserand dimostrò che applicando la legge di attrazione elettrodinamica di Gauss al moto dei corpi celesti, si renderebbe conto, per i tre quarti del suo valore, della differenza di circa 38″ per secolo che esiste fra il moto del perielio di Mercurio quale si osserva, e quello che si può stabilire col calcolo considerando l'azion dei pianeti. M. Levy, in una Nota, nel numero 11 precedente, *Sulle applicazioni delle leggi elettrodinamiche al moto dei corpi celesti*, non approvò l'applicazione di quella formula di Gauss, contraria al principio dell'energia, e contraria ai fatti; ma entrando a parlare delle formule di Weber e di Riemann, fa vedere che da queste se ne possono dedurre molte altre, e che fra queste una ve ne ha che applicata ai corpi celesti, fornirebbe il moto del perielio di Mercurio con tutta la voluta approssimazione. Per determinarla si indichi P_1 il potenziale di Weber e P_2 quello di Riemann. Siccome applicati a due correnti elettriche *chiuse*, danno esattamente lo stesso risultato, la differenza $P_2 - P_1$ non darà effetto alcuno; e la stessa cosa avverrà moltiplicando quella differenza per una costante α. Dunque, dice l'A., il potenziale $P = P_1 + \alpha (P_2 - P_1)$ deve riprodurre, così come quello di Weber e di Riemann, tutti i fenomeni elettrici osservati per le correnti, qualunque sia α. Nella presente Nota l'A. osserva che a seconda del valore che si può dare ad α, si hanno non solo le formule di Weber e di Riemann, ma ancora le equazioni generali di Kirchhoff, quelle di Maxwell, e di Helmohltz.

M. H. Deslandres. *Proprietà fondamentale alle due classi di spettri. Caratteri distintivi di ciascuna delle classi. Variazioni periodiche a tre parametri.* — M. Rydberg ha recentemente presentato uno studio interessante (vedi numero 8 dei *Comptes rendus*) sulla successione dei periodi vibratorii negli spettri a righe, e l'A. ha studiato sotto lo stesso punto di vista gli spettri a

(*bandes*) colonnati, ed ha poste due leggi semplici di divisione delle righe e dei colonnati, o *striscie* sfumate. Le leggi del Rydberg si applicano ai corpi che formano le tre prime famiglie del Mendeleef, ossia a quasi tutti i metalli. In questi corpi, le righe lunghe formano dei gruppi di due o tre righe, o strie, (righe *doppie o triplici*, *doublets o triplets*), che si succedono ad intervalli regolarmente decrescenti, in modo da costituire delle serie aventi lo stesso aspetto per tutti i corpi.

Nella scala dei *numeri di onde* o di *vibrazioni*, in ogni serie, le righe corrispondenti, *doppie* o *triplici*, sono rappresentate da una funzione di numeri interi della forma $N = A - \alpha / (m + p)^2$. N essendo il numero delle onde, A, α due costanti, μ una costante < 1, m un numero intero. Questa funzione ha per limite la funzione $N = A - \alpha / m^2$, la quale per convenienti valori di A e di α, rappresenta esattamente la serie unica delle righe semplici dell' idrogeno.

Spettri a colonnato. — Sono meno intensi e meno facili a prodursi, ed esigono una forte dispersione. Hanno tutti un punto a comune con gli spettri a righe. Una colonna, o striscia qualunque, con una sufficiente dispersione sembra formata da gruppi simili, di una, due o tre righe, od anche più, che si succedono ad intervalli regolarmente variabili. Più ancora, tutte le striscie di uno stesso spettro sono simili e formate dai medesimi gruppi. Dunque questa struttura per gruppi simili è una proprietà fondamentale comune a tutti gli spettri.

Ma qui la distribuzione dei gruppi è diversa. Essa è per una medesima striscia (*bande*) data da $N = A + \alpha m^2$, m essendo un numero intiero, A ed α due costanti. Per valori crescenti di m gli intervalli crescono, mentre che diminuiscono negli spettri a righe. Inoltre, siccome uno spettro ha più striscie, la legge generale di distribuzione è più complessa. L' A. mostrò già che, alla scala dei *numeri di onde*, la serie completa dei gruppi simili può rappresentarsi con una funzione di tre parametri variabili m, n, p. $N = f(n^2 p^2) \, . \, m^2 + Bn^2 + \varphi(p^2)$. m, n e p prendendo i valori dei numeri interi, B una costante f e φ delle funzioni il di cui studio non è ancora finito. L' A. termina la sua Nota con alcune riflessioni generali.

M. E. BRANLY. *Dispersione delle due elettricità in virtù delle radiazioni molto refrangibili.* — Nella spirale induttrice del rocchetto di Ruhmkorff, passa una corrente di 10 a 30 ampère. Le estremità della spirale indotta sono unite alle branche di un eccitatore. Rocchetto, fili, batteria ed eccitatore sono tutti chiusi entro un inviluppo metallico che comunica col suolo. Un interruttore fa scoccare una serie di scintille fra le due punte del-

l' eccitatore. Un foro di 10 a 15 millimetri lascia passare le radiazioni delle scariche elettriche. Ogni influenza è tolta all'esterno, e l' effetto luminoso è il solo efficace. È noto che quando sopra un disco metallico ed elettrizzato cade la luce dell' arco, il disco si diselettrizza se è carico negativamente; ma che la sua elettricità non si disperde se è elettrizzato positivamente. L' A. illuminando il disco con le scintille di quella batteria, trovò che quella dispersione era così rapida per la elettricità positiva che per la negativa. Ogni effetto era soppresso interponendo una lastra di vetro, ed era molto diminuito interponendo un millimetro di quarzo.

A piccola distanza dalla sorgente luminosa (5 cent.) le due elettricità si disperdono rapidamente, e la negativa più della positiva, con dischi di zinco, alluminio, rame, cadmio e bismuto, ben puliti da più giorni. Col piombo la differenza di velocità era insensibile. Quando la distanza dalla sorgente aumentava, il rallentamento della dispersione era più accentuato per la elettricità positiva che per la negativa.

Tali sono i risultati più notevoli. L' A. non ha ancora terminato questo studio esperimentale. X.

SUNTI di A. STEFANINI.

A. GUEBHARD. *La fotografia istantanea di notte, semplicizzata.* (*La Nature*, n. 328, pag. 306, 1889). — Per produrre una luce istantanea l' A. si serve di polvere finissima di magnesio, che si accende facilmente e istantaneamente nella fiamma d' una candela, e la cui combustione non vizia l' atmosfera. Si mette una piccola quantità di quella polvere in un tubo di vetro ricurvo, che s' infila come un anello nell' indice della mano che tiene la candela, e si proietta al momento voluto nella fiamma, col soffio di una pallina di cautciù. Quel tubo può anche esser fissato alla candela, e fatto agire a distanza con un tubo di cautciù abbastanza lungo.

E. BOSSARD IN CHUR. *Esperienza semplice per dimostrare il modo di funzionare del telefono* (*Beibl.* XIII, pag. 409). — Sulle estremità di due sbarre magnetiche orizzontali lunghe 30 cm. sono avvolti due rocchetti di circa 50 m. di filo grosso $^1/_2$ mm., che son riuniti fra loro. Davanti all' estremità coperta dal rocchetto di uno dei magneti è sospesa, alla distanza di circa 5 a 6 mm., una molla diritta d' acciaio da orologi, lunga 40 cm. larga 5 mm. che nella parte affacciata al magnete porta una lastrina di ferro di 2 cm^2, coperta di carta. Se davanti all' estremità dell' altro magnete, che è munita di rocchetto, si fa oscillare lentamente un

grosso pezzo di ferro, anche la lastrina anzi detta entra in oscillazione.

Invece del rocchetto di quest' ultimo magnete, si può usare anche un microfono, formato da due pezzi paralleli di carbone sui quali è posata una lastrina di carbone, e nel cui circuito si trova una pila al bicromato. La lastrina di ferro attaccata alla molla d' acciaio si allontana dal magnete in modo che non ne sia attratta permanentemente. Premendo sulla lastra di carbone, la lastrina è attratta, e vien rilasciata quando si cessa di premere il carbone.

S. P. THOMPSON. *Sull' azione magnetica delle correnti di spostamento nei dielettrici.* (*Proc. Roy. Soc.* vol. 45, pag. 392, 1889). — Secondo la ben nota teoria di Maxwell, le variazioni dello spostamento elettrico che si verificano durante la carica e la scarica di un dielettrico devono ritenersi equivalenti a una corrente elettrica; ma di questo non è stata finora fornita alcuna prova sperimentale. L' A. calcolò, nell' ipotesi anzidetta, qual' effetto la carica e la scarica di un condensatore avrebbe dovuto esercitare su un delicatissimo sistema astatico posto in prossimità dell' orlo del condensatore, e concluse che quell' effetto è così piccolo da non poter essere misurato. Egli ricorse perciò a un altro metodo, basato sul principio che l' integrale della forza magnetizzante, calcolato lungo una curva chiusa tracciata attorno al flusso dello spostamento elettrico, è ad ogni istante la misura del cambiamento nello spostamento elettrico attraverso la curva stessa, e costruì due forme di un apparecchio per realizzar questo metodo sperimentalmente. La forma più opportuna consiste in un anello di ferro su cui è avvolto un sottilissimo filo di rame isolato, e immerso in uno strato di paraffina fra due lastre di vetro, sulle cui faccie esterne son collocati due fogli di stagnola che formano le armature di un condensatore. Ogni variazione nello spostamento deve produrre delle forze magnetiche nell' anello di ferro, il quale varierà la sua magnetizzazione, e quindi nel filo che vi è avvolto si indurranno delle correnti, che potranno essere costatate mediante un telefono. E infatti l' A. potè ottenere un suono col telefono, caricando e scaricando il condensatore anzi detto per mezzo di un rocchetto di Ruhmkorff. L' A. fa anche osservare che questa disposizione può anche servire come nuovo piano di prova per esplorare campi elettrostatici variabili, e per studiare le capacità specifiche induttive.

S. BIDWELL. *Su un effetto della luce sopra il magnetismo.* (Ivi, pag. 453). — Un cilindro di ferro dolce, lungo 10 o 12 cm. e del diametro di 0,5 a 1 cm., è scaldato fino al calor giallo e poi raffreddato lentamente. Quando è freddo, si colloca in un so-

lenoide percorso da una corrente capace di produrre un campo magnetico di 350 a 400 unità C. G. S. Dopo che è stato levato dal solenoide, il ferro è magnetizzato debolmente, e si segna con ceralacca la sua estremità nord. Posto orizzontalmente in direzione est-ovest davanti a un magnetometro, e circondato da un rocchetto si assoggetta a forze smagnetizzanti via via più intense, fino a smagnetizzarlo completamente.

Dopo questo trattamento il cilindro di ferro non è più simile al ferro che non è stato mai magnetizzato; e oltre ad alcune note proprietà che possiede rispetto alle azioni elettromagnetiche, ha anche quella di esser influenzato dalla luce. Infatti l' A. ha osservato che un tal cilindro di ferro, posto come dianzi, e del tutto smagnetizzato, in presenza di un magnetometro, riacquista un po' del magnetismo libero primitivo quando è fortemente illuminato da una lampada a luce ossidrica. L' A. ritiene che una parte del fenomeno sia dovuta alle variazioni di temperatura che subisce la sbarra di ferro quando è illuminata; ma che la parte istantanea dell' azione che si esercita, sia dovuta direttamente alle radiazioni luminose.

J. Hopkinson. *Sulla recalescenza del ferro, e sulla sua resistenza elettrica ad alte temperature.* (Ivi, pag. 455 e 457). — Per misurare la temperatura alla quale si presenta il fenomeno della recalescenza (cfr. *N. Cim.* 25, pag. 176) l' A. ha circondato la sbarra di ferro con del filo di rame ben isolato mediante foglie di asbesto, e dopo aver portato il tutto ad una temperatura molto elevata, l' ha lasciato raffreddare, e ha misurato di quando in quando la resistenza elettrica del filo di rame. Così egli ha trovato che la recalescenza si manifesta fra 680 e 712° c. E a questa stessa temperatura il ferro perde le sue proprietà magnetiche.

L' A. ha anche studiato come varia il coefficiente termico della resistenza del ferro, e ha trovato che esso dal valore 0,0048 che ha alla temperatura ordinaria, sale fino a 0,018 alla temperatura di 855°, per poi a tal temperatura discendere a un tratto al valore 0,0067.

J. J. Thomson. *Resistenza degli elettroliti al passaggio di correnti molto rapidamente alternanti, con alcune ricerche sul periodo di vibrazione dei sistemi elettrici.* (Ivi, pag. 269). — Ammettendo la teoria del Maxwell, e con un calcolo che non può esser brevemente riassunto, l' A. ha trovato che la proporzione in cui la forza elettromotrice di un rocchetto a spire circolari è ridotta da una lastra piana conduttrice, di spessore h e della resistenza specifica σ, posta parallelamente al piano delle spire, è da 1 a $1 - \frac{2h\pi p}{a\sigma}$ per correnti alternate che variano direzione p volte al secondo,

essendo a una costante relativa al circuito inducente. Se dunque fra un rocchetto inducente e uno indotto che sieno fra loro affacciati, si pone una lastra conduttrice, la f. e. m. indotta nel circuito secondario è indebolita; e se, a condizioni rimanenti uguali, la lastra è assai grossa, o di sostanza assai conduttrice, o se le inversioni son rapide abbastanza, l'azione protettrice può esser tale da non aver nessuna induzione nel circuito secondario. E se per uno stesso numero p d'inversioni al secondo due lastre producon lo stesso effetto sulla corrente indotta, gli spessori delle lastre devon esser proporzionali alle loro resistenze specifiche.

Partendo da questo principio l'A. ha determinato la resistenza di alcuni elettroliti per mezzo di una bilancia d'induzione simile a quella di Hughes, ma facendo uso delle correnti di Hertz, che variavan direzione circa 10^8 volte al secondo. Per questo furono adoprati due circuiti paralleli, B e C, formati da circoli interrotti in un punto; il circuito B era vicino a un rocchetto d'induzione che dava scintille lunghe circa 15 cm.; e il circuito C fu aggiustato in modo che entrasse in risonanza elettrica con quello B quando fra questo e il rocchetto d'induzione scoccavano delle scintille ogni 2 s. circa. Il più sottile strato metallico interposto fra B e C serviva a impedire la produzione delle scintille nel risonatore C; mentre lastre di ebanite e di vetro non producevano nessun effetto. Se fra B e C s'introduce, mediante una opportuna cassetta di vetro, un sottilissimo velo di acido solforico diluito, l'induzione non è quasi affatto impedita; ma le scintille in C cessano quando lo spessore dell'acido solforico (di densità 1,175) raggiunge 4 mm. Se si chiama 1 lo spessore di questo strato di H_2SO_4, gli spessori equivalenti di altri elettroliti sono: 1,53 per NH_4Cl (densità 1,072); 2,55 per KCl (1,155); 3,2 per K_2CO_3 (1,280) e 1,8 per NH_4NO_3 (1,175). Questi numeri coincidono molto prossimamente coi rapporti delle resistenze di quegli elettroliti per correnti continue. Poichè gli elettroliti son trasparenti, e quindi per correnti le cui inversioni sieno 10^{15} al secondo (vibr. luminose) secondo la teoria di Maxwell devono essere isolanti, mentre per 10^8 inversioni conducono come per le correnti continue, l'A. conclude che i fenomeni molecolari della conduzione elettrolitica si compiono in un tempo compreso fra 10^{-8} e 10^{-15} di secondo.

Anche uno strato di gas estremamente rarefatto fu trovato affatto trasparente per le onde elettrodinamiche adoprate dal Thomson; quindi il vuoto non può essere, come vorrebbe la teoria di Edlund, un buon conduttore (cfr. Moser, *N. Cim.* 27, pag. 279).

Dall'espressione che dà il periodo di vibrazione di un sistema formato da un filo rettilineo terminato da due sfere, resulta poi che soltanto nell'ipotesi che sia vera la teoria di Maxwell, quel

periodo può dipendere dalle capacità delle sfere; quindi soltanto la teoria di Maxwell potrebbe spiegare il fatto dimostrato da Hertz, che il risuonatore si può accordare coll' eccitatore variandone la capacità.

Dai calcoli dell' A. resulta ancora che secondo la teoria di Maxwell la velocità di propagazione delle perturbazioni elettriche è, per i conduttori metallici, uguale a quella delle azioni elettrodinamiche nei dielettrici, ma che può esser diversa per gli elettroliti e per i gas rarefatti. In questo caso l' azione che si propaga lungo il conduttore interferirà con quella che si propaga lungo il dielettrico e darà luogo a vibrazioni stazionarie; talchè lungo il conduttore vi sarà una serie di nodi stazionari nei quali la corrente si annulla; o, in altre parole, la corrente lungo il conduttore sarà striata. Nella scarica elettrica nei gas rarefatti, la corrente attraversa un conduttore di alta resistenza; ed è possibile che le stratificazioni che allora si osservano sian dovute all' interferenza della perturbazione propagata attraverso il gas conduttore e di quella che passa pel dielettrico. Quest' ipotesi sembra confermata dal fatto che le stratificazioni si allargano colla rarefazione e col crescere del diametro del tubo.

Secondo le esperienze di Hertz anche nei metalli le onde elettriche si propagherebbero con velocità diversa da quella che si ha pei dielettrici; ma il Thomson fa osservare che questo sarebbe in contradizione con l' altro fatto accennato pure da Hertz che quella velocità nei metalli cresca colla rapidità delle vibrazioni. E in una Nota successiva (*Proc. R. Soc.* 46, pag. 1) il Thomson dimostra che la minor velocità osservata nei metalli si può spiegare col mettere in calcolo la capacità dei conduttori rettilinei adoprati; e del resto sulla lunghezza d' onda delle vibrazioni elettriche nei fili ha anche influenza la distanza che passa fra l' apparecchio adoprato e le pareti della sala.

Detto. *Capacità specifica induttiva dei dielettrici sui quali agiscono forze elettriche rapidamente alternanti* (Ivi, vol. 46, pag. 292). — Il metodo usato dall' A. nella determinazione della costante dielettrica consiste nel misurare la lunghezza d' onda delle vibrazioni elettriche effettuate da un condensatore le cui armature sono riunite elettricamente. Se C è la capacità in misura elettrostatica, del condensatore, L il coefficiente d' autoinduzione, in misura elettromagnetica, del circuito che riunisce le armature del condensatore, la lunghezza d' onda, se è grande in confronto della lunghezza di quel circuito, è $2\pi\sqrt{LC}$; e quindi se si può misurare la lunghezza d' onda delle vibrazioni eseguite da tal sistema, è possibile trovare anche la capacità specifica induttiva di un dielettrico. Perchè, se si determina la lunghezza d' onda prima quando

fra le armature v' è dell' aria, poi quando v' è il dielettrico che si studia, il rapporto fra i quadrati di quelle lunghezze d' onda è uguale al rapporto fra le capacità del condensatore nei due casi, e dalla cognizione di questo rapporto si può anche dedurre la capacità specifica induttiva di quel dielettrico. Per eccitare le vibrazioni elettriche le armature del condensatore furono unite a due semicerchi metallici, colle palline affacciate, e ai capi di un rocchetto d' induzione, e per misurare la lunghezza d' onda delle vibrazioni che si avevano quando il rocchetto funzionava, di faccia a ciascuna armatura fu posta una lastra di zinco unita a un filo metallico lungo circa 20 m. e i due fili *a*, *b* furon disposti parallelamente fra loro. Alle palline di un risonatore circolare di Hertz furon applicati due fili di ugual lunghezza; e, posto uno di essi in comunicazione coll' estremità del filo *a* per es., l' altro fu fatto scorrere lungo il filo *b* finchè nel risonatore non cessavano le scintille. Tenendo fisso questo, il primo filo fu spostato allora lungo il filo *a* fino a che non sparivano di nuovo le scintille, e allora l' estremità di *a* e questo punto così determinato sono allo stesso potenziale, e la distanza fra essi è la lunghezza d' onda delle vibrazioni elettriche.

Con questo metodo, per le capacità specifiche induttive furon trovati i valori :

vetro 2,7 , ebanite 1,9 , solfo 2,4

per vibrazioni elettriche la cui frequenza era 25 000 000 al secondo; mentre i valori trovati col metodo dei diapason oscillanti sono pel vetro fra 9 e 11, per l' ebanite 2,1 e per lo solfo 2,27. Per le vibrazioni adoprate dall' A., e che si avvicinano di più alle condizioni in cui la luce attraversa i dielettrici, la capacità specifica induttiva del vetro è molto prossimamente uguale al quadrato dell' indice di refrazione, come richiede la teoria di Maxwell. La differenza fra i valori trovati pel vetro con oscillazioni rapidissime e con oscillazioni relativamente lenti, accenna all' esistenza di vibrazioni molecolari con un periodo minore di 25 000 000 al secondo; e l' A. fa notare che sarebbe molto interessante studiare il contegno del vetro per oscillazioni elettriche del periodo critico.

E. Lecher. *Studii sui fenomeni di risonanza elettrica.* (*Wien. Anzeig.*, XXVII, pag. 92, 1890). — L' A. accenna a un nuovo metodo per osservare le vibrazioni elettriche nei fili. Alle due lastre metalliche dell' eccitatore di Hertz sono affacciate due lastre ugualmente grandi e isolate, da ciascuna delle quali parte un filo lungo diversi metri. Sulle estremità dei fili si pone un tubo di vetro, privo di elettrodi, in cui l' aria è stata rarefatta, il quale

diventa luminoso in seguito alle oscillazioni elettriche propagate dai fili. Se i due fili paralleli si uniscono fra loro per mezzo di un filo trasversale, in generale il tubo cessa di esser luminoso; ma se il filo trasversale si sposta, si trovano delle posizioni per le quali il tubo diventa luminoso a un tratto; quelle posizioni corrispondono ai ventri delle oscillazioni. L' A. mostra che ciò corrisponde a un fenomeno di risonanza elettrica, e determina la forma e la posizione delle onde così prodotte, studiando anche l' influenza che esercitano delle capacità aggiunte alle estremità dei fili. Le esperienze fatte confermano i resultati trovati da Hertz; salvo che l' A. ha trovato per la velocità delle onde elettriche nei fili la stessa velocità della luce, e non una velocità minore come trovò Hertz. Egli non sa indicare la causa di questa divergenza ma ritiene che il risultato da esso ottenuto sia il più verosimile, non solo teoricamente, ma anche sperimentalmente, e ciò per la semplicità dei mezzi adoprati, che riducono queste determinazioni a un' esperienza da lezione.

S. KALISCHER. *Ha la luce azione magnetica?* (*Naturwiss. Rundschau*, n.° 32, pag. 505, 1889). — Determinatovi dalle esperienze sopra riferite (pag. 80) del Bidwell, l' A. comunica quelle che egli fece diversi anni prima sullo stesso soggetto, facendo anche notare che secondo Maxwell l' azione sopra accennata della luce sul magnetismo non dovrebbe esser possibile. Il Kalischer avvolse su un tubo di vetro, chiuso da lastre piane, una spirale; la pose fra i poli di un forte elettromagnete, riempì il tubo di soluzione di sali di ferro e di sali diamagnetici, colorati in bleu e senza colore, e fece passare in quelle soluzioni luce ordinaria e luce polarizzata, continuamente, e a intervalli. Il tubo fu anche sostituito da vetro di Faraday. La spirale fu unita ad un telefono, o a un galvanometro o a un elettrodinamometro secondo i casi; ma in nessun modo l' A. potè ottenere resultati positivi.

Philosoph. Magazine. Vol. 28, 1889.

J. J. THOMSON. *Sugli effetti magnetici prodotti dal moto in un campo elettrico.* — Riferendosi agli studi di Heaviside pubblicati nel volume precedente del *Phil. Mag.*, l' A. mostra che le forze che agiscono su una sfera che si muove in un campo magnetico non dipendono soltanto dalle alterazioni causate da quel moto nella polarizzazione del dielettrico che la circonda, ma anche dalle condizioni che si pongono ai limiti, e dal modo di considerare il moto all' intorno della sfera che forma il mezzo in cui ha luogo lo spostamento elettrico.

Per potere spiegare i resultati ottenuti analiticamente, l' A. ammette che il moto dell' etere polarizzato produca delle forze magnetiche determinate, e ne deduce che una superficie carica di elettricità, la cui densità elettrica sia σ e che si muova con la velocità v relativamente all' etere, deve agire come una corrente d' intensità σv.

C. V. Boys. *Potere isolante del quarzo.* — Determinatovi da alcuni fenomeni elettrici che osservò quando costruiva i fili di quarzo, l' A. volle determinare il potere isolante del quarzo in confronto di quello del vetro, e per far ciò sospendeva due foglie d' oro a dei ganci sempre della stessa forma e delle medesime dimensioni, ma formati da tubi di vetro o di quarzo, e trovò che il tempo che le foglie d' oro, caricate sempre al medesimo modo, impiegavano a scaricarsi era lo stesso per il vetro contenente piombo tenuto in aria disseccata con H_2SO_4 quanto col quarzo, sia che questo fosse tenuto nell' aria secca o in quella satura di umidità. Il vetro contenente soda nell' aria secca isola 11 volte meno del quarzo; nell' aria umida non isola quasi affatto. Prima di usarlo, il vetro era stato anche bollito nell' acqua distillata. Anche i cristalli di quarzo, come le lastre che si usano nei polariscopi, isolano assai bene; ma non quanto il quarzo che è stato fuso.

C. T. Hutchinson e G. Wilkes. *Confronto dell' unità di mercurio con l' unità* B. A. *di resistenza elettrica.* — Il confronto fu fatto col metodo del Rayleigh, e furono adoprate minuziose precauzioni per poter avere esattamente il valore della lunghezza e della sezione media a 0° della colonna di mercurio adoprata. Il resultato finale delle esperienze eseguite dagli A. è:

1 m. di Hg, della sez. di 1 mm² a 0° = 0,95341 B. A. compreso fra il valore 0,95331 ottenuto dal Kohlrausch nel 1887 e quello 0,95412 trovato dal Rayleigh nel 1883.

S. Arrenius. *Dissociazione elettrolitica contro idrazione.* — L'A. cerca di far vedere come l' ipotesi di Mendelejeff che tutti i fenomeni spiegati col concetto della dissociazione elettrolitica si possano spiegare anche coll' ammettere che nelle soluzioni esistano degli idrati è insostenibile. In un' appendice egli critica poi un lavoro del Pickering e in parte lo cita in appoggio della sua tesi; ma il Pickering fa osservare, nel successivo fascicolo del *Phil. Mag.*, che il suo lavoro non è stato pubblicato altro che in estratto, e che da quello completo che sarà pubblicato a suo tempo si potrà vedere che molte delle critiche di Arrenius derivano da malintesi, e che alle altre è già stato risposto.

G. Fuller. *Su una macchina elettrica ad influenza a spruzzo d' acqua.* — Questa macchina serve ad ottenere direttamente da una caduta d' acqua una provvista d' elettricità ad alto potenziale.

Essa consta di 4 parti simili, disposte simmetricamente attorno a un sostegno verticale, ed ogni parte è composta degli organi seguenti:

Di un tubo A che serve, mediante una pannocchia a fori sottili, per il getto dell'acqua;

Di un anello B d'ottone, posto sotto ad A, e attraverso il quale scorre l'acqua;

Di una bacinella C che riceve l'acqua dopo che è passata attraverso all'anello B;

Di un tubo d'ottone formato da due parti verticali E, F e terminato da un arco di cerchio al di sopra di A, e fra le cui estremità inferiori E, F può girare la bacinella C attorno a un asse orizzontale;

Di una colonnetta di vetro D, alla cui sommità è fissato il semicerchio del tubo E F, e la cui parte inferiore è fissata al sostegno principale della macchina.

Gli anelli B di due parti II e III comunicano metallicamente con le bacinelle delle altre due parti I e IV; mentre l'anello di I comunica con la bacinella di IV e viceversa.

Perchè la macchina agisca bisogna che gli anelli B non sieno nè troppo alti nè troppo bassi al di sotto di A, e che la velocità dello spruzzo non sia troppo piccola, perchè le goccioline d'acqua non sieno attratte dagli anelli.

La teoria di questa macchina sembra simile a quella del moltiplicatore ad acqua del Thomson.

O. J. LODGE e J. L. HOWARD. *Sulla radiazione elettrica, e sulla sua concentrazione per mezzo delle lenti.* — Gli A. hanno ripetuto le note esperienze di Hertz, e per mostrare la rifrazione delle radiazioni elettriche usarono due grosse lenti cilindriche di pece, piano-convesse, con la superficie curva parabolica, e disposte, colle loro faccie piane parallele, ad una distanza di circa 2 metri l'una dall'altra. L'eccitatore di Hertz fu posto lungo la linea focale principale di una lente; il risonatore era di quelli lineari, perchè per distanze assai grandi è più sensibile di quelli circolari. Fu costatato che non è necessaria molta esattezza nell'accordarne il periodo con quello dell'eccitatore; perchè, forse a motivo del forte smorzamento che subiscono le onde elettriche, soltanto le prime onde si mostrano efficaci; mentre per le scariche delle bottiglie di Leyda, che si smorzano più lentamente, si richiedono risonatori molto meglio accordati. Una precauzione da non dimenticarsi è quella di tener ben pulite le palline fra le quali deve scoccare la scintilla del risonatore, se il suo periodo è piccolissimo (dell'ordine di $1^{sec}/300\,000\,000$); perchè in tal caso il minimo impedimento alla scarica irrompente fa sì che le

onde elettriche si smorzino gradatamente, senza dar luogo a scintilla.

La superficie piana delle lenti era un rettangolo di 90 × 85 cm; la distanza dal vertice della superficie iperbolica alla faccia piana era 21 cm.

L' effetto di queste lenti fu evidentissimo; perchè quando l'eccitatore era nella linea focale di una di esse, il risonatore posto nella linea focale dell' altra lente dava alla distanza di 250 cm. le scintille della stessa intensità che si avevano direttamente a 100 cm. dall' eccitatore; e colle variazioni osservate nell' intensità delle scintille quando il risonatore si spostava lateralmente, fu possibile costatare anche la convergenza dei raggi elettrici dietro la seconda lente.

La lunghezza d' onda di queste oscillazioni, con un eccitatore del periodo calcolato di 1 / 300 000 000 di secondo, fu trovata di 101 cm.; per misurarla fu posta una lastra metallica sulla faccia piana di una delle lenti affacciate: allora si produsse un sistema di onde riflesse che, interferendo con quelle dirette, dava origine ad un sistema stazionario, coi nodi distanti circa 50 cm. gli uni dagli altri.

Wiedemann - Ann. der Phys. und Chem.
Vol. 37 e 38. — 1889.

Vol. 37. (Continuazione). — W. Giese. *Fondamenti di una teoria unitaria della conduttività elettrica.* — Dopo aver fatto notare che fin dal 1882 egli pubblicò delle ricerche sulla conduttività delle fiamme (*Wied. Ann.* 17) che lo avevano condotto prima di Schuster e di Arrenius (cfr. *N. Cim.* vol. 25, pag. 178) a stabilire la natura elettrolitica della conduttività dei gas, mentre altri fisici pensano che quella conduttività, almeno finchè la scarica non è irrompente, sia dovuta alla convezione effettuata da molecole elettrizzate, l' A. espone diverse considerazioni che interessano la questione controversa.

Da prima egli mostra che per trasportare una data quantità di elettricità per mezzo di molecole elettrizzate sarebbe necessario che si mettesse in moto una quantità di materia che è molte migliaia di volte maggiore di quella che occorrerebbe se il trasporto avvenisse per mezzo degli ioni. Di poi espone le ragioni principali che contradicono all' ipotesi che la molecola gasosa si possa elettrizzare; e mostra come anche la conduttività dei metalli si possa spiegare senza conduzione per molecole, e come l' ipotesi che, anche nei metalli, soltanto gli ioni sien quelli che traspor-

tano elettricità, conduca naturalmente a spiegare i fenomeni dell'elettricità di contatto, il fenomeno Peltier, e la polarizzazione galvanica.

Se dunque non è necessario tener conto delle molecole per spiegare la conduttività dei metalli, perchè si può supporre che in essi l'elettricità sia trasportata dagli ioni, acquista certamente valore l'ipotesi che anche nei gas avvenga lo stesso, tanto più che così si giunge a una teoria che spiega in un sol modo tutti i fenomeni della conduttività elettrica.

G. Wiedemann. *Ricerche magnetiche.* — In continuazione dei suoi studi sulle relazioni fra l'elasticità e il magnetismo, l'A. comunica i seguenti resultati ottenuti da recenti esperienze.

Se un filo metallico si fissa ad un'estremità e per mezzo dell'altra rimasta libera si torce e si storce alternativamente, nulla farebbe supporre che la torsione non dovesse propagarsi ugualmente in tutte le parti del filo, se da alcune esperienze non fosse sembrato resultare che quella propagazione non sia uniforme. Ma l'A., servendosi di un filo di ferro, e studiando la distribuzione del magnetismo in esso indotto mentre è soggetto a torsioni e a detorsioni successive, ha costatato che i momenti magnetici dei singoli punti del filo variano con la solita legge della catenaria, tanto dopo la torsione che dopo la detorsione, e una successiva torsione; talchè le anomalie costatate da altri osservatori devono ascriversi a cause perturbatrici come per es. a mancanza di uniformità nel filo etc.

L'A. ha ripreso anche a studiare la distribuzione del momento magnetico nelle sbarre che sono parzialmente smagnetizzate, di cui si occupò già il Bouty nel 1876, e per le sbarre di acciaio temperato ha trovato che durante l'azione della forza smagnetizzante il momento magnetico diminuisce in tutti i punti della sbarra, ma più alle estremità che nel mezzo; talchè per una certa intensità della forza smagnetizzante la porzione di mezzo della sbarra mantiene sempre la magnetizzazione originaria (che si può dire per brevità positiva) mentre alle estremità mostra magnetizzazione opposta a quella iniziale (o negativa). Quando poi il momento di tutta la sbarra è ridotto a zero, nel mezzo è ancora positivo e alle estremità negativo; quando invece è nullo il momento della porzione di mezzo, il momento complessivo, come quello delle estremità, è negativo.

Per forze magnetizzanti molto intense, invece, la magnetizzazione temporaria negativa del mezzo della sbarra cresce più rapidamente di quella delle estremità, finchè a poco a poco, per forze ancora maggiori, si ottiene una distribuzione dei momenti negativi

simile a quella che produrrebbe una corrente di ugual direzione in una sbarra che non fosse già magnetizzata.

Nello stesso modo variano i momenti permanenti dopo che è cessata l'azione della forza smagnetizzante; e anche colle sbarre di acciaio non temperato si hanno fenomeni affatto simili.

La spiegazione di questi fenomeni è assai facile, osserva l'A. se si pensa che per l'azione reciproca fra i magneti elementari, gli assi delle molecole del mezzo son più diretti secondo l'asse longitudinale del magnete di quanto non lo sieno quelli delle molecole vicine alle estremità; e perciò le molecole del mezzo saranno deviate, da deboli forze, meno di quelle estreme; tantochè quelle estreme potranno anche esser fatte rotare di 180°, cioè esser dirette negativamente, mentre quelle del mezzo conserveranno ancora la loro primitiva orientazione positiva. Ma se la forza smagnetizzante è così intensa da far rovesciare tutti i magneti elementari, allora per le loro azioni scambievoli essi si disporranno come se le forze smagnetizzanti avessero agito sopra una sbarra non ancora magnetizzata.

Quanto poi alla magnetizzazione anormale, che fu studiata dal Waltenhofen e dal Peuckert (*N. Cim.* 25, pag. 168), l'A. fa da prima osservare che il Peuckert, mentre eliminò l'effetto delle correnti indotte nella spirale magnetizzante, non eliminò quelle indotte nella massa del ferro, la cui azione non è trascurabile; e ripetendo le esperienze in modo da eliminare tutte le azioni perturbatrici, l'A. è giunto alle seguenti conclusioni:

1. I nuclei di ferro, nei quali non posson circolare correnti indotte, come fasci di fili isolati, o ferro in polvere, all'aprire istantaneo della corrente magnetizzante assumono un magnetismo residuo più debole di quello che si ha per una lenta apertura del circuito, e quindi anche talvolta un magnetismo anormale, soltanto quando nel circuito magnetizzante si presentano scariche oscillanti: per es. ciò accade se le estremità di quel circuito sono unite alle armature di un condensatore.

2. Se mancano tali scariche oscillanti il magnetismo permanente all'apertura istantanea è uguale a quello che si ha per un'apertura lenta del circuito magnetizzante, o alquanto maggiore a causa della scintilla d'apertura, che diminuisce in parte l'effetto della estracorrente d'apertura.

3. Togliendo la spirale magnetizzante dal circuito della pila col chiuder quella spirale su se stessa, si diminuisce ancor più l'effetto dell'estracorrente d'apertura, e perciò il magnetismo rimanente apparisce anche maggiore.

4. In nessun caso, nelle condizioni 2 e 3 il magnetismo rimanente per la chiusura istantanea del circuito fu minore di

quello che si ha per una chiusura lenta, nemmeno se quella segue a questa (supposto che in ambedue i casi il momento temporario fosse lo stesso). Perciò non fu mai costatata una magnetizzazione anormale, cioè le molecole non oltrepassarono mai le loro posizioni di equilibrio permanente.

5. I nuclei di ferro massicci presentano un magnetismo residuo più piccolo per l' apertura istantanea che per l' apertura lenta della corrente magnetizzante, non solo quando nella spirale magnetizzante si hanno scariche oscillatorie, ma anche senza quelle; e con essi fu osservata talvolta la magnetizzazione anormale. Ma in questi casi nel nucleo si destano correnti indotte, che hanno densità diversa nei diversi strati del nucleo, e le quali posson perciò determinare una diminuzione o un' inversione del magnetismo. Se questa inversione fosse dovuta al fatto che le molecole oltrepassassero le loro posizioni di equilibrio stabile, ciò dovrebbe accadere anche nei nuclei di ferro in polvere e di fili isolati, e anzi in questi la magnetizzazione anormale dovrebbe esser maggiore che nei nuclei massicci, e ciò non è stato mai osservato. Dunque il fenomeno di Waltenhofen deve ascriversi all' azione delle correnti indotte, e devesi ritenere che il movimento delle molecole magnetiche nella magnetizzazione sia aperiodico.

R. COHEN. *Determinazione sperimentale del rapporto fra i calori specifici del vapor d' acqua sovrariscaldato.* — Completando le ricerche di Jaeger (*N. Cim.* 27, pag. 172) che studiò specialmente l' etere e il vapor d' alcole, l' A. ha studiato il vapor acqueo sovrariscaldato, a temperature tali che fosse applicabile la legge di Mariotte-Gay Lussac. Misurando col metodo di Kundt la velocità del suono nel vapore a temperature comprese fra 134 e 300° c., e calcolando colla formula di Clausius i resultati ottenuti, l' A. trova per il rapporto fra i due calori specifici del vapor acqueo il valore 1,333 che si avvicina a quello ottenuto da altri sperimentatori; ma egli crede che il calcolo non sia del tutto esente da obiezioni, perchè ritiene che la formula di Clausius nel caso studiato sia assai meno applicabile della legge Mariotte-Gay Lussac.

A. GLEICHEN. *Su alcune nuove formule per le lenti.* — Applicando le formule stabilite in un suo studio precedente (*N. Cim.* 27, pag. 83) l' A. trova per la rifrazione nelle lenti sottili una formula che dà con esattezza la posizione dell' immagine, al contrario di quello che avviene colle formule comunemente usate, che danno soltanto una prima approssimazione.

La formula trovata dall' A. è

$$(1) \qquad \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{\rho + \rho'}{\rho \rho'} \frac{\frac{d\alpha}{d\beta} - 1}{\cos^2 \alpha}$$

ove a e a' sono le distanze del punto luminoso e della sua immagine dal centro ottico della lente, ρ e ρ' sono i raggi delle due faccie, e α e β sono gli angoli che l'asse del fascetto conico incidente e quello del fascio emergente fanno colla normale alla superficie nel punto considerato.

Nella (1) la legge di refrazione è affatto arbitraria; se questa è espressa da $\operatorname{sen}\alpha = n \operatorname{sen}\beta$, la (1) diviene

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'}\right) \frac{n\cos\beta - \cos\alpha}{\cos^2\alpha},$$

mentre quella ordinariamente usata può porsi sotto la forma

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = (n-1)\left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'}\right)\cos\alpha .$$

W. HALLWACHS. *Sulla dipendenza fra l' assorbimento della luce e la dispersione elettrica da essa prodotta.* — Quantunque non abbia potuto stabilire nessuna legge quantitativa, pure l' A. ha sempre osservato, con soluzioni opportune di fucsina, cianina, eosina, permanganato potassico, etc., che la dispersione dell' elettricità negativa provocata dalle radiazioni ultraviolette è una conseguenza dell' assorbimento della luce.

A. ELSAS. *Interruttore automatico.* — Per poter avere oscillazioni lente, alle quali non si presta l' interruttore ordinario del rocchetto Ruhmkorff, l' A. ha immaginato una disposizione assai semplice, colla quale vengono utilizzate le oscillazioni di torsione di un filo metallico, che son mantenute da un piccolo elettromagnete.

Vol. 38. — C. DIETERICI. *Ricerche calorimetriche.* — Tenendo conto delle grandi difficoltà che si presentano quando si voglia determinare la densità dei vapori saturi a basse temperature, l' A. ha pensato di applicare a quelle determinazioni il metodo calorimetrico, che permette un' esattezza assai maggiore di quelli fin qui usati. Per trovare infatti la quantità di vapor acqueo che a 0° c. serve a saturare un dato volume, basta determinare quale è la quantità di calore che occorre per vaporizzare a quella temperatura l' acqua a ciò necessaria; e tal determinazione può farsi con precisione mediante il calorimetro a ghiaccio, servendosi dei resultati già ottenuti dall' A. stesso pel calore di vaporizzazione dell' acqua a 0° (*N. Cim.* 27, pag. 275).

Con questo metodo l' A. ha trovato che il coefficiente di dilatazione del vapore sopra riscaldato è $^1/_{273}$ come per i gas permanenti, e che quel valore continua ad esser valido fino a 1°,5; per temperature inferiori a 1°,5 la legge di Gay-Lussac non è più applicabile, e dalle divergenze osservate sembra potersi concludere che la densità del vapore cresca allora molto, e rapidamente.

In queste ricerche bisogna tener conto della perturbazione che deriva dalla condensazione del vapor acqueo sul vetro degli apparecchi usati; ed eliminando quella condensazione, sia seguendo le norme indicate da Warburg e Ihmori (*N. Cim.* 21, pag. 166), sia non spingendo troppo oltre la rarefazione nello spazio destinato al vapore, l' A. ha trovato che il vapor d' acqua saturo a 0° segue la legge di Gay-Lussac sino al punto di saturazione, e la densità del vapore a 0° è 4,8856, dimodochè il volume specifico del vapor acqueo saturo a 0° è 204,680 mg / dm³.

Calcolando poi con questi dati la tensione del vapor saturo a 0°, l' A. trova il valore $p_0 = 4,619$ mm. Hg, mentre Regnault trovò 4,60, Magnus 4,525 e Fischer 4,63; quindi egli conclude che l' ipotesi di Avogadro è applicabile al calcolo della densità del vapor saturo a 0°.

L' A. termina accennando all' uso che di questo metodo calorimetrico potrebbe farsi nello studio della condensazione dei vapori su diverse sostanze, della verificazione della legge di Mariotte e della determinazione della tensione al di sopra delle soluzioni saline.

J. Elster e H. Geitel. *Alcune esperienze da lezione, per provare che il movimento dell' elettricità nei gas rarefatti avviene in un sol senso quando si usano elettrodi incandescenti.* — Per fare quelle esperienze occorrono dei tubi di vetro muniti di un disco metallico isolato, di fronte al quale sono tesi uno o due fili di platino o di carbone che si posson rendere incandescenti con una pila; e caricando quel disco di elettricità e poi mettendolo in comunicazione con un elettroscopio si osservano i fatti seguenti:

1. Un filo di platino incandescente che si trovi nell' ossigeno o nell' aria rarefatta scarica l' elettricità negativa meglio di quella positiva.

2. Lo stesso filo, o un filo incandescente di carbone, nell' idrogeno rarefatto scarica invece meglio l' elettricità positiva.

3. Il vuoto eseguito nell' aria o nell' ossigeno è traversato dalla corrente di un rocchetto d' induzione più facilmente quando è incandescente l' anodo di quando è incandescente il catodo.

4. Nell' idrogeno questo fenomeno è invertito specialmente usando filamenti di carbone.

5. In un campo magnetico la conduttività dell' idrogeno indicato al n. 2 diminuisce.

6. In un campo magnetico e nell' idrogeno rarefatto un conduttore elettrizzato positivamente che è di faccia ad un filamento (rettilineo) di carbone incandescente, si scarica meglio quando il filo (supposto pieghevole) è percorso dalla corrente in quella di-

rezione che, seguendo le leggi di Ampère, si volgerebbe al conduttore, di quando la corrente è diretta in senso contrario.

Detti. *Nota sulla dispersione dell' elettricità per mezzo della luce solare e di quella diffusa.* — Con un piatto di zinco, del diametro di 20 cm., isolato, protetto dall' elettricità atmosferica e posto in comunicazione con un elettroscopio, gli A. hanno provato, facendo uso della luce solare o anche di quella diffusa, il fatto già noto per le radiazioni ultraviolette; che, cioè, quel piatto sotto l' azione della luce non può mantenere una carica negativa, mentre resta carico se è elettrizzato positivamente. Lo zinco deve essere asciutto e bene smerigliato.

Assai meglio riescono le esperienze adoprando un reticolato di fili metallici ben puliti con carta smerigliata e uniti all' elettroscopio. I fili di Al e di Mg agiscono in questo caso meglio dei fili di Zn. Quei fili funzionano anche come una fiamma che sia unita all' elettroscopio: perchè un elettroscopio che ne sia munito, portato all' aperto, per l' azione dell' elettricità dell' aria si carica di elettricità positiva.

In una seconda Nota su questo soggetto gli A. descrivono altre esperienze che confermano i resultati precedenti. Essi hanno trovato che i metalli che sono più attivi son quelli elettropositivi, i quali per la loro sensibilità ai raggi luminosi si dispongono nella serie

K, Na, Mg, Al, Zn

che coincide con quella di Volta; gli altri metalli come Sn, Cd, Pb, Cu, Fe, Hg, Pt come pure l' ottone, il carbone di storta e i liquidi (ad eccezione del colore luminoso di Bailmain) sono inattivi.

Il potassio e il sodio non si possono adoperare puri, perchè si ossidano troppo rapidamente, ma gli A. ne adoprarono le amalgame. Se un elettroscopio è in comunicazione con un tubo di vetro munito di un piccolo foro dal quale possa colare a goccie il mercurio, l' elettroscopio mantiene a lungo la sua carica negativa finchè il mercurio è puro; ma si scarica subito alla luce se il mercurio contiene traccie di K o di Na.

Il modo migliore di ripeter le esperienze degli A., anche in lezione, è di adoprare una sfera di zinco, amalgamata, ben lavata in acqua pura, asciugata perfettamente con un pannolino, e sostenuta da un' asta isolata che sia posta in comunicazione con un elettroscopio. Se la sfera è tenuta all' oscuro, l' elettroscopio mantiene nel modo stesso tanto una carica negativa, quanto una positiva; ma se la sfera è illuminata sia dai raggi solari diretti, sia dalla luce diffusa, la carica negativa si disperde in pochi secondi. Lo zinco amalgamato è preferibile, perchè mantiene la sua

sensibilità più a lungo di quello puro e ben pulito. Se queste esperienze si fanno in una stanza, è necessario che sien tenute aperte le finestre, perchè il vetro assorbe molti dei raggi solari attivi.

È da notare che questi fatti varrebbero ad avvalorare l' ipotesi di Arrenius, che l'elettricità atmosferica sia dovuta all' azione della luce solare sul globo terrestre (*Meteorol. Zeitschr.* 5, 1888).

E. Cohn. *La costante dielettrica dell' acqua.* — Il valore assai grande trovato per la costante dielettrica dell' acqua colle misure fatte dall' A. insieme all' Arons, e dal Tereschin, può far sospettare che nelle esperienze a tale scopo istituite siasi fatta sentire l' azione di altre proprietà sconosciute della sostanza adoprata; e perciò l' A. ha voluto misurare quella costante dielettrica anche partendo dalla definizione che ne dette Faraday. Egli ha trovato che le misure fatte sull' andamento della carica di un condensatore ad acqua sono in perfetto accordo coi resultati ottenuti coi metodi precedenti; cioè sono rappresentate molto bene ammettendo che la costante dielettrica dell' acqua abbia un valore uguale circa a 80, ed escludono affatto valori inferiori a 50.

F. Braun. *Correnti di deformazione.*

L. Zehnder. *Sulle correnti di deformazione.* — La Nota del Braun è la continuazione di altre già riassunte (*N. Cim.* 27, p. 269) e contiene nuove indicazioni per servire alla spiegazione di quelle correnti che egli chiamò di deformazione; quella dello Zehnder contiene il riassunto delle esperienze che egli pure, in seguito ai lavori del Braun, e tenendo conto di quelli precedenti di Matteucci, Knott e Ewing, volle eseguire su fili di nichel magnetizzati; e da queste esperienze resultò che se un filo magnetizzato di nichel, che è teso orizzontalmente nella direzione Est-Ovest, si torce in modo che le generatrici, che erano parallele all' asse, formino un' elica destrorsa, nel filo si ottiene una corrente che va dall' estremità sud a quella nord, e la corrente s' inverte nella detorsione o per torsione opposta. Lo Zehnder ritiene che queste correnti di torsione e quelle di deformazione del Braun sian dovute alla stessa causa; invece il Braun fa osservare che le correnti da esso studiate si hanno anche quando la deformazione delle spirali si fa in modo che il filo non si possa torcere. Ma lo Zehnder in una sua successiva nota dice che la deformazione della spirale nel modo indicato dal Braun è impossibile, e insiste perciò sull' identità fra le correnti di deformazione e quelle di torsione.

Bibliografia. — B. Galitzine. *Sulla legge di Dalton.* (*160 pp. Strassburg*, Heitz et Mündel, 1890). — Per molto tempo la legge di Dalton relativa alla pressione dei miscugli gasosi fu

ritenuta vera incondizionatamente, e si considerò come una legge generale della natura, analoga a quelle di Mariotte e di Gay-Lussac. Quando peraltro si riconobbe che queste ultime due erano soltanto approssimate, anche alla legge di Dalton fu attribuita una validità limitata, e furono intraprese su di essa numerose ricerche; ma, a motivo principalmente delle difficoltà sperimentali, quelle ricerche non furono mai affatto decisive. L' A. si determinò perciò a riassumere in questo suo studio, che presentò come dissertazione inaugurale all' Università di Strasburgo, le ricerche fatte fin qui sulla legge di Dalton, a riferire su quelle da esso istituite con apparecchi perfezionati, e a trattare teoreticamente le cause che debbono influire sulla pressione dei miscugli gassosi, e dei vapori coi gas.

Fra i molti resultati ottenuti dalle esperienze dell' A. è anche questo: che la somma delle pressioni parziali di due gas (separati) è in generale diversa dalla pressione del loro miscuglio, e per grandi pressioni la differenza Δ può essere anche considerevole. Dopo aver raggiunto un massimo per una determinata pressione, Δ comincia a diminuire per un' ulteriore diminuzione del volume, e per un dato volume, assai piccolo, Δ si annulla e la legge di Dalton è rigorosamente applicabile; ma diminuendo ancor più il volume, Δ diventa negativo e raggiunge valori notevoli.

Da questo si può dedurre che nel miscuglio dei gas devesi tener conto di due fattori diversi, che sono la coesione interna e la dilatazione cubica delle molecole.

Nelle considerazioni teoriche, che formano l' ultima parte del libro, l' A. studia l' azione reciproca delle molecole dei diversi gas, trova un' espressione assai semplice per la coesione interna, e riconosce che anche le molecole si debbono attirare scambievolmente secondo la legge di Newton, cioè in ragione inversa del quadrato delle distanze.

ERRATA CORRIGE

A pag. 10 linea 8 invece di $\rho^{n+1} = \frac{n+1}{\sqrt[n]{n!}} as^n$, leggi $\rho^{n+1} = \frac{(n+1)^n as^n}{1 . 2 . 3 \ldots n}$

PATTI D'ASSOCIAZIONE

Del Nuovo Cimento si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:

Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50

Per l'Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al Prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*

(Conto corrente con la Posta)

Si pubblica una volta al mese. 1890. Fascicolo N. 9 e 10.

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXVIII.

SETTEMBRE e OTTOBRE

Pubblicato il 9 Novembre 1890.

1890

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

RIVISTA

SULLE CORRENTI TELLURICHE; MEMORIA DEL PROF. A. BATTELLI [1]).

(Sunto dell' Autore).

Determinazione della direzione delle correnti telluriche e mutamenti a cui essa va soggetta.

Una cosa molto importante da stabilire in questi studi si è la direzione delle correnti telluriche; ma bisogna distinguere il caso in cui la corrente ha un andamento regolare, e allora ha una direzione determinata, dal caso in cui vi sono variazioni forti e irregolari della corrente, che allora la direzione muta a sbalzi, senza leggi almeno per ora decifrabili.

Per direzione della corrente tellurica adunque si deve prendere quella che essa ha nei tempi di calma, e per conseguenza facilmente si vede quanta influenza possono avere sulla determinazione di questo elemento le forze elettromotrici al contatto delle lamine col terreno. Siccome il massimo valore che, secondo le mie esperienze, può raggiungere la forza elettromotrice della corrente tellurica nella direzione perpendicolare al meridiano magnetico è all'incirca di 0,00185 Volta, per la distanza di un chilometro, e di 0,0008 Volta per la stessa distanza nella direzione del meridiano; se anche si suppone di aver situata casualmente una linea nella direzione esatta della corrente tellurica del luogo, tuttavia il massimo valore che in essa potrebbe assumere la forza elettromotrice per la distanza di un chilometro sarebbe all'incirca di 0,0021 Volta. È noto che è molto facile che due lamine sepolte nel suolo in due punti differenti, senza aver preso speciali precauzioni, possano avere una differenza di forza elettromotrice superiore a 0,0021 Volta; e non è difficile che possano averla superiore anche a 0,021 Volta, e talvolta pure a 0,10 Volta, che sarebbero i massimi valori che potrebbe assumere la forza elettromotrice della corrente tellurica per le distanze di 10 chilometri e di 50 chilometri.

Questo mostra senz'altro come sia da accogliere con molta circospezione per vera direzione della corrente tellurica quella

1) *Continuazione e fine.* Vedi pag. 233 del vol. XXVII.

determinata in una linea telegrafica, sia anche considerevolmente lunga.

Questo inoltre può spiegare le grandi discordanze che esistono fra i risultati dei diversi osservatori circa la direzione di queste correnti; ma tuttavia per le esperienze di Lamont, di Matteucci e dalle mie, le quali tutte sono fatte con metodi che permettevano di distinguere bene la detta direzione, sono inclinato a credere che *nei diversi luoghi possano essere diversi il senso e la direzione delle correnti telluriche.* Mi rafferma in questa opinione il fatto che anche per quegli sperimentatori che hanno trovato lo stesso senso nella corrente, tuttavia l'inclinazion di essa verso un dato meridiano fisso risulta per tutti molto diversa.

Finora ho sempre ammesso implicitamente che le correnti osservate non fossero altro che derivazioni di una corrente che attraversa la superficie terrestre del luogo in una data direzione, e che indicherò col nome di *corrente tellurica principale.* Tutti i fatti notati dagli altri sperimentatori e da me, sembrami che diano ragione a questa ipotesi. Perciò ho creduto interessante di determinare l'angolo formato da tale corrente col meridiano magnetico del luogo delle mie esperienze non solo, ma anche di cercare quali variazioni subisca quest'angolo col tempo. Per questi calcoli ho adoperato le formole (2).

Dalle osservazioni accennate ho potuto concludere:

Nel luogo delle mie esperienze la direzione della corrente tellurica era da Nord-Est a Sud-Ovest;

L'angolo medio formato dalla corrente tellurica col meridiano magnetico, durante l'epoca delle mie ricerche, quando l'andamento della corrente era regolare, risultò uguale a 66° 37′ 11″ da Nord verso Est;

L'angolo della corrente tellurica col meridiano magnetico considerato come fisso, varia in modo uniforme nei giorni in cui la corrente si mantiene calma: al mattino esso va crescendo, finchè raggiunge un massimo circa le $7^{h}.30^{m}$ ant., poi comincia a diminuire fino a raggiungere un minimo circa le 11^{h} ant.; dopo di che riprende ad aumentare fino ad un nuovo valore massimo circa le 7^{h} pom., e finalmente a diminuire fino ad un nuovo valore minimo poco dopo le 10^{h} pom.;

Se si considerano le medie giornaliere di tali angoli nei

tempi in cui la corrente si comporta regolarmente, risulterebbe da queste esperienze che esse vanno man mano diminuendo a cominciare da un dato giorno, raggiungono un minimo; poi prendono a crescere, raggiungono un massimo, e di nuovo cominciano a diminuire per raggiungere un altro minimo, e via di seguito;

Nei tempi in cui la corrente tellurica soffre variazioni irregolari non si ha alcuna legge intorno al senso della corrente stessa e intorno ai mutamenti a cui esso può andare soggetto.

Veduto come la direzione della corrente tellurica principale vada periodicamente variando, riesce interessante il conoscere se il valore della forza elettromotrice, che produce la corrente stessa, varii o rimanga costante, anche per potere stabilire se i mutamenti delle correnti osservate nei fili possano dipendere soltanto dal cangiamento di direzione della corrente principale.

Perciò io ho calcolato direttamente dalle mie determinazioni, di 5 minuti in 5 minuti, il valore ε della caduta di potenziale per la distanza di un chilometro, nella direzione della corrente principale, usando le formule (2).

Dai calcoli eseguiti risulta che la forza elettromotrice della corrente tellurica principale ha un andamento giornaliero regolare; essa nell'estate, a cominciare dal mattino, va diminuendo fino a raggiungere un minimo circa le 9 ant.; poi comincia a crescere e raggiunge un massimo circa le 3 $^1/_2$ pom.; e finalmente riprende a diminuire senza che generalmente alle 10 pom. si sia raggiunto ancora un minimo.

Per avere poi una prova che le due correnti osservate nelle due linee N-S ed E-O fossero diramazioni di un'unica corrente (la corrente tellurica principale), ho creduto utile di misurare alcune volte anche le cadute del potenziale in ciascuna delle direzioni trasversali N-E e N-O; e le ho confrontate poi coi valori che teoricamente si avrebbero dovuti avere in queste medesime direzioni, secondo la sopradetta ipotesi.

L'accordo fra i valori sperimentali e i valori del calcolo è riuscito molto soddisfacente.

Ho cercato anche di sciogliere la questione se i fenomeni meteorologici abbiano influenza sulle correnti telluriche; questione che fu lungamente discussa, ma mancarono finora i dati sperimentali necessari per poterla risolvere.

Perciò io ho rivolta una cura particolare, nel corso delle mie esperienze, a notare tutti i mutamenti meteorologici non solo, ma anche a procurarmi artificialmente diverse condizioni dell'aria e del suolo in differenti punti delle mie linee, per modo da poter giungere a conclusioni che avessero un maggior grado di sicurezza.

Feci osservazioni dello stato igrometrico dell'aria leggendo uno psicrometro di ora in ora; e feci osservazioni della pioggia della rugiada e della brina.

Da tali osservazioni risulta che non passa alcuna relazione fra lo stato igrometrico dell'aria e le correnti telluriche; e che queste non rimangono affatto alterate nè dalla rugiada, nè dalla brina.

Generalmente neppure durante la pioggia le correnti telluriche soffrono alterazioni sensibili, se si eccettuino quelle piccolissime che possono essere prodotte dalla variazione di resistenza del suolo, le quali però non nascondono affatto l'andamento delle correnti stesse; e soltanto al cadere delle prime goccie si osservano variazioni repentine dovute probabilmente a irregolare mutamento del potenziale elettrico nei diversi punti del suolo, per effetto di elettricità comunicata dalla pioggia stessa, o per effetto dell'induzione esercitata dall'elettricità delle nubi.

Inoltre disposi un apparecchio speciale per determinare la differenza di potenziale dell'aria ai due estremi di una linea; onde scoprire se essa avesse relazione colla corrente tellurica della linea medesima; non essendo affatto decisive le esperienze eseguite da Barlow, da Walkers, da Lamont, da Matteucci e da Secchi, intorno alle relazioni fra le correnti telluriche e l'elettricità atmosferica.

A lato delle due fosse che si trovavano a Nord ed a Sud, feci fissare due altri pali, alle punte dei quali congiunsi due robusti bracci di ferro; l'estremità di ciascuno di questi bracci fu ben rivestita di pelle verniciata con molti strati di ceralacca e poi ricoperta con panno di lana imbevuto di paraffina, e sul panno fu avvolta una corda che sosteneva un pallone del diametro di 80 centimetri. Ciascun pallone era tutto quanto rivestito di stagnola dentro e fuori; e un lembo estremo di essa era saldato ad un filo di ferro zincato uguale a quelli che congiungevano le lastre sepolte nel suolo. Il pallone era formato di

due callotte vuote l'una sovrapposta all'altra, di cui la superiore era munita esternamente di 4 punte, e l'inferiore veniva riempita d'acqua. Le due callotte essendo rivestite di stagnola anche negli orli che erano a contatto, costituivano evidentemente un solo conduttore. L'acqua poi gocciolava per tre sottili cannelli, e nell'intera giornata cadeva quasi tutta in un recipiente sottoposto. Ogni mattina la callotta veniva riempita. I due fili che partivano dai due palloni venivano senza interruzione fino al casolare, dove dapprima furono messi in comunicazione con un galvanometro. I due palloni erano all'altezza di circa 6 metri dal suolo, e i fili che partivano da essi erano poi fissati ai pali che sostenevano i fili delle lastre.

Anche questo filo fu verniciato con gomma lacca, e il braccio di ferro, insieme col panno e colla fune che l'avvolgevano, fu ben ricoperto con cera, onde impedire che per effetto della pioggia o della rugiada si stabilisse talvolta la comunicazione fra il pallone e il suolo. Così tutto il sistema era ben isolato; come è bene ricordare che erano pure bene isolati i fili che mettevano in comunicazione fra di loro le lamine. Provai molte volte al giorno, e per più giorni di seguito, a congiungere le estremità libere dei due fili con uno dei galvanometri che servivano allo studio delle correnti telluriche, ma non potei mai notare corrente di sorta. Provai anche a stabilire alternativamente la comunicazione fra ciascuna lastra immersa nel suolo e ciascun pallone, per mezzo dello stesso galvanometro; ma neppure in questo modo potei constatare segno di corrente. Allora pensai di sostituire al galvanometro un elettrometro, sperando che questo strumento fosse più adatto al caso delle mie esperienze. Per somma gentilezza del prof. Naccari potei servirmi di un elettrometro di Thomson modificato da Branly, che collocai sopra una delle mensole di marmo del casolare, e di cui posi l'ago in comunicazione col polo negativo di una pila che aveva a terra il polo positivo. Determinai la sensibilità dello strumento così disposto, e dalla media di parecchie determinazioni mi risultò che la forza elettromotrice di una Daniell produceva in esso la deviazione di 6,5 divisioni della scala [1]). Il 3 di settem-

1) Avrei desiderato di aumentare la sensibilità dello strumento, ma la ristrettezza dei mezzi di cui disponevo al momento e l'urgenza del tempo me l'impedirono.

bre potei mettere la prima volta le due copie di quadranti opposti dell' elettrometro in comunicazione coi due palloni; ottenni una deviazione di 3 divisioni: allora tolsi subito la comunicazione coll' elettrometro, e la stabilii col galvanometro, ma non potei notare in questo alcun movimento. Seguitai ancora per molte volte a inserire alternativamente nel filo il galvanometro e l' elettrometro, ma non potei mai notare indizio di corrente nel primo, mentre nel secondo trovai sempre una deviazione oscillante fra le 2 e le 3 divisioni.

Queste esperienze mostrano che per conoscere le differenze di potenziale elettrico nell' aria alle due estremità della linea doveva usarsi l' elettrometro e non il galvanometro; e la ragione a mio credere è riposta in ciò, che, messi metallicamente in congiunzione i due palloni, essi danno, a motivo della piccola quantità di elettricità che contengono, una corrente così tenue, da non essere sufficiente a produrre una deviazione nell' ago del galvanometro, e per conseguenza, come sopra ho accennato, sebbene Barlow, Walker, Lamont e Matteucci non abbiano potuto osservare nulla nei loro strumenti, tuttavia non si può dare molta importanza alle conclusioni a cui giunsero in seguito a tali risultati.

Dal 3 di settembre in poi feci continuamente le determinazioni di queste differenze di potenziale elettrico dell' aria fra i due estremi della linea N-S, ma non ogni 5 minuti, come le facevo per gl' istrumenti magnetici e galvanometrici, sibbene ogni mezz' ora soltanto. Posi poi a confronto i valori delle deviazioni dell' elettrometro con i valori della forza elettromotrice della corrente tellurica nella linea N-S di mezz' ora in mezz' ora, e trovai che per la massima parte dei giorni non esisteva alcuna relazione fra le differenze di potenziale nell' aria e nel suolo; anzi abbastanza frequentemente le due differenze non erano neppure nello stesso senso.

Però è da notare che le variazioni irregolari delle correnti telluriche da me osservate furono sempre accompagnate da mutamenti abbastanza repentini nella differenza di potenziale elettrico dell' aria fra i due estremi della linea, e che inoltre se si ottenne un aumento della caduta del potenziale nel suolo in un dato senso, si ottenne invece sempre una diminuzione della ca-

duta del potenziale nell'aria del medesimo senso. Disgraziatamente non ho avuto occasione di fare un numero sufficiente di esperienze da poter stabilire se queste relazioni fra l'elettricità atmosferica e le correnti telluriche sieno generali; mi pare tuttavia che esse siano spiegabili colle condizioni elettriche in cui si trovano l'aria e il suolo. Giacchè è noto che la terra è elettrizzata negativamente e l'aria positivamente; e se in un punto qualunque, per determinate circostanze, avviene uno scambio di elettricità fra gli strati inferiori dell'aria e la terra, ciò deve evidentemente disturbare la distribuzione del potenziale elettrico sia nell'aria che nella terra, e deve produrre nell'aria, fino a una certa distanza, una caduta di potenziale, diretta verso il punto ov'è avvenuto lo scambio, e nella terra una caduta di potenziale, e quindi una corrente elettrica nel senso contrario. Quando poi avvengono scariche più o meno lunghe d'elettricità fra la terra e lo *strato superiore conduttore* dell' atmosfera (scariche che avrebbero somiglianza con quelle che si ammettono quali cause delle aurore boreali [1]), allora deve aversi pure un disturbo nella distribuzione del potenziale nella terra e nel conduttore atmosferico non solo, ma anche negli strati inferiori dell'aria fino a una certa distanza dal luogo ove sono avvenute le scariche; e quindi fino a quella data distanza deve esservi in tali casi una certa corrispondenza fra le variazioni delle correnti telluriche e gli squilibri del potenziale elettrico nell'atmosfera.

Osservai inoltre che anche le scariche d'elettricità statica nell'aria producevano variazioni nelle correnti che attraversavano i fili. Ogni volta che feci osservazioni in momenti di temporale, vidi che ad ogni lampo si produceva istantaneamente una forte deviazione in ciascun galvanometro. La cosa del resto era stata già notata da taluno dei precedenti osservatori. Notai che, o fosse il temporale al disopra del luogo delle esperienze, o fosse a un estremo dell'orizzonte, le deviazioni nei galvanometri si producevano in ogni caso capricciosamente sia da una parte che dall'altra della posizione ordinaria dell'ago. Non si può dire se queste scariche avessero direttamente influenza sopra le correnti telluriche o sopra i conduttori; è molto probabile che l'avessero su quelle e su questi.

1) Lemström. *L'aurore Boréale*, Paris, Gauthier-Willars. 1886, pag. 131.

Volli anche osservare se l'evaporazione abbia veramente influenza sulle correnti telluriche, come asserisce E. O. Walker. Siccome per la poca lunghezza delle mie linee si aveva quasi dappertutto la stessa evaporazione in uno stesso istante, pensai di variare artificialmente le condizioni delle estremità della linea E-O, affinchè al di sopra delle due fosse e per un certo tratto all'intorno l'evaporazione fosse differente. Perciò ai quattro lati di ciascuna fossa, e alla distanza di circa 7 metri dal centro per ogni parte, fissai nel suolo 4 pali in modo da formare un quadrato di circa 10 metri di lato. A questi pali sospesi all'altezza di circa un metro e mezzo dal suolo una specie di rete formata con fili di ferro, la quale copriva il quadrato e sulla quale distendevo, quando le esperienze lo richiedevano, delle coperte di tela e di pelle, e così potevo difendere il quadrato stesso dai raggi del sole, e quindi, specialmente quando era bagnato, alternarne grandemente l'evaporazione. Ad un braccio di ferro sostenuto da un bastone alto circa 90 centimetri, e infisso nel mezzo della fossa, appendevo un vaporimetro Piche, in cui il cannello di vetro era del diametro interno di 5 millimetri, e il cilindro, pure di vetro, congiunto all'estremità inferiore del cannello, aveva il diametro interno di 50 millimetri.

La bocca del cilindro era chiusa con un disco di carta asciugante del diametro di 52 millimetri, nel cui mezzo era stato praticato un forellino con uno spillo, e l'acqua nello strumento arrivava fino vicino alla sommità del cannello.

Nel fare queste esperienze per conoscere l'influenza dell'evaporazione, sceglievo una giornata in cui il suolo fosse umido e tutta quanta la linea fosse battuta dal sole; poi distendevo le coperte sopra una delle reti metalliche situate alle due estremità della linea, lasciando l'altra rete scoperta; e da due persone facevo leggere contemporaneamente ad ogni ora le indicazioni dei due vaporimetri sospesi sopra le due fosse. Nell'istesso tempo si facevano le solite osservazioni nel casolare. Faccio notare che le letture sopra i vaporimetri furono fatte dai signori Gastaldi, studenti, i quali avevano preso bene la pratica di leggere coll'aiuto di una lente il decimo di millimetro sopra il cannello di vetro, che era diviso in millimetri.

Se l'evaporazione avesse prodotto un cambiamento nel potenziale elettrico del suolo, come asserisce E. O. Walker, avreb-

bero dovuto avverarsi delle alterazioni nelle correnti telluriche per l'evaporazione diversa al di sopra delle due fosse. Invece in queste condizioni non solo le correnti telluriche mantennero lo stesso valore degli altri giorni, ma anche il loro andamento si mantenne regolare dentro i soliti limiti, raggiungendo nelle ore consuete i massimi e i minimi.

Notai inoltre le temperature nelle diverse ore del giorno per vedere se esistesse nessun rapporto fra l'andamento giornaliero e mensuale delle correnti telluriche e quello della temperatura; ma non ho riscontrata alcuna relazione. Barlow nelle sue esperienze (dal 17 al 30 maggio) avrebbe trovato che i punti più alti e più bassi delle curve rappresentanti le correnti telluriche si hanno nei momenti delle più alte e più basse temperature dell'aria. Ma così le ricerche mie, come quelle degli altri sperimentatori, fanno pensare che le variazioni osservate da Barlow fossero prodotte dal calore; tanto più, come nota Lamont, se si ha riguardo alle osservazioni di Baumgartner, il quale trovò che nell'estate le correnti andavano tanto da Vienna come da Gratz verso le stazioni collocate più in alto, durante il giorno, mentre che avveniva il contrario durante la notte.

Infine sarebbe stato anche utile il determinare nelle diverse ore del giorno la pressione atmosferica, per vedere se essa avesse qualche influenza sulle correnti telluriche, ma non avevo un buon barometro a mia disposizione. Tuttavia osservando qual'è l'andamento giornaliero della pressione atmosferica, si vede che anche per essa come per le correnti telluriche esistono nelle 24 ore due massimi e due minimi, e non molto lontano dalle ore in cui per le correnti telluriche si hanno i massimi, per la pressione atmosferica si hanno i minimi, e viceversa; ma non mi sembra che ci sia una vera corrispondenza fra i due andamenti. Secondo i dati poi gentilmente comunicatimi dal R. Osservatorio di Torino e da quello di Chieri, si vede che non passa alcun rapporto fra le variazioni delle medie giornaliere delle correnti telluriche e quelle della pressione atmosferica.

Di somma importanza era poi la ricerca delle relazioni fra le correnti telluriche e gli elementi del magnetismo terrestre, tanto più che i risultati ottenuti dai precedenti osservatori dimostravano chiaramente l'esistenza di tali relazioni.

Intanto essendo situate la mie lamine tutte prossimamente in uno stesso piano orizzontale, io venivo a confrontare le va-

riazioni di quella parte della corrente che passava per questo piano con le variazioni degli elementi magnetici. Ora, se si suppone situato in un polo magnetico il centro di tre assi di coordinate rettilinee, in modo che l'asse delle z sia verticale, l'asse delle x parallelo alla direzione della corrente, e l'asse delle y perpendicolare agli altri due assi, e se in un punto qualunque di coordinate (x, y, z) si rappresenta con i l'intensità della corrente che corrisponde all'unità di sezione, si dovrà avere l'azione elementare della corrente sopra il polo magnetico proporzionale a

$$i\,dx\,dy\,dz\,.$$

Sia ρ la distanza dell'elemento di corrente dal polo, e quindi

$$\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2;$$

e le forze, con cui la corrente agisce sopra il polo magnetico nelle direzioni dei tre assi x, y e z, si rappresentino con X, Y, Z.

Si avrà

$$X = 0$$

$$Y = \iiint \frac{i\,z}{\rho^3}\,dx\,dy\,dz$$

$$Z = \iiint \frac{i\,y}{\rho^3}\,dx\,dy\,dz\,;$$

supponendo nel polo una quantità di magnetismo uguale ad *uno*.

Specialmente nel luogo delle mie esperienze, dove il terreno si manteneva omogeneo per una grande estensione, si poteva ammettere che la intensità i fosse indipendente da x, y e z. Con questa supposizione, se si integra rispetto ad x, si ottiene:

$$Y = \iint \frac{i\,z\,x\,dy\,dz}{(y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,,$$

$$Z = \iint \frac{i\,y\,x\,dy\,dz}{(y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\,.$$

E se si considera il piano come infinito, il che si può fare nelle presenti condizioni, ossia se si prende x fra i limiti $-\infty$ e $+\infty$, si ottiene:

$$Y = \iint \frac{i\,z\,dy\,dz}{y^2+z^2}\,,$$

$$Z = \iint \frac{i\,z\,dy\,dz}{y^2+z^2}\,.$$

Si integri ora rispetto ad y:

$$Y = 2\int i\,dz \text{ arc. tg. } \frac{y}{z},$$

$$Z = \int i\,dz \log. (y^2 + z^2),$$

e secondo la considerazione fatta di sopra, prendendo y fra i limiti $+\infty$ e $-\infty$, si ottiene:

$$Y = 2\int i\,\pi\,dz$$

$$Z = 0$$

La seconda di queste eguaglianze dice che la componente della corrente in un piano orizzontale non produce nessuna variazione sopra l'intensità verticale del magnetismo terrestre. *E perciò nel mio caso era inutile fare le osservazioni di questo elemento.*

Se si integra l'equazione (1) fra i limiti $z = h$ e $z = h + k$, dove h è la distanza dell'elemento magnetico dalla superficie della terra, e k è lo spessore dello strato attraversato dalla corrente, si ha

$$Y = 2\,i\,\pi\,k,$$

cioè la componente orizzontale della corrente tellurica esercita sopra un polo magnetico, situato sulla superficie terrestre, una forza la cui direzione è orizzontale e disposta nel piano perpendicolare alla direzione della corrente, e la cui intensità è proporzionale allo spessore dello strato percorso dalla corrente stessa, ed è indipendente dalla posizione del polo magnetico.

Se poi si rappresenta con φ l'angolo che la direzione della corrente tellurica in un piano orizzontale fa col meridiano magnetico da Nord verso Ovest, la forza prodotta da essa corrente sul polo magnetico nella direzione dell'intensità orizzontale del magnetismo terrestre sarà

$$V = 2\,i\,\pi\,k \text{ sen } \varphi$$

e se della corrente tellurica nel piano orizzontale si prende la componente diretta secondo il parallelo magnetico, l'intensità di tale componente sarà proporzionale ad

$$i \text{ sen } \varphi$$

Pertanto le variazioni di V dovevano essere proporzionali a quelle della corrente E-O, e quindi era opportuno confrontare le variazioni di questa con quelle dell' intensità orizzontale per esaminare i rapporti fra le correnti telluriche e il magnetismo terrestre.

Siccome poi la forza esercitata dalla corrente tellurica sul polo, perpendicolarmente al meridiano magnetico, è

$$V' = 2 i \pi k \cos \phi ;$$

se questa componente varia, le sue variazioni saranno proporzionali a quelle della componente N-S della corrente tellurica, il cui valore è dato da

$$i \cos \phi .$$

D' altra parte le variazioni della componente V' produrranno degli spostamenti nell' ago di declinazione, ossia delle variazioni della declinazione, le quali entro certi limiti si può ammettere che siano proporzionali alle variazioni della componente stessa. Per tali ragioni posi anche a confronto le variazioni della declinazione con quelle della componente N-S della corrente tellurica.

Il 27 agosto io avevo già collocati i due istrumenti per le variazioni dei due elementi magnetici nello stesso casolare ove trovavansi i galvanometri.

Il variometro della declinazione consisteva in una piccola calamita d' acciaio in forma di anello sospesa per un lungo filo senza torsione entro un cilindro di rame, il cui spessore annulare era di un centimetro e mezzo. Il filo sosteneva anche uno specchietto, ch' era chiuso entro una cassettina di vetro e che rifletteva le divisioni di una scala posta alla distanza di circa due metri. Però non ho creduto necessario di determinare con esattezza nè la distanza della scala dallo specchio, nè l' intervallo fra due divisioni della scala medesima, poichè a me importava soltanto conoscere le variazioni relative. Faccio notare però che tanto l' ago di declinazione quanto il suo cannocchiale erano situati sopra mensole sostenute da pilastri solidissimi, come ho già descritto per gli strumenti galvanometrici.

Per avere poi uno strumento che mi desse le variazioni dell' intensità orizzontale del magnetismo terrestre, ho sospeso un

piccolo ago magnetico in modo simile al precedente e l' ho collocato sopra una delle due mensole che avevano la direzione della larghezza del casolare. Poi vi ho avvicinato una sbarra magnetica in modo che l' ago, per effetto di quest' ultima, si disponesse in una posizione esattamente normale al meridiano magnetico. Per ottenere una tale disposizione nel miglior modo possibile coi poveri mezzi di cui potevo disporre, ho appeso all' asse stesso, che sosteneva il filo a cui era unito l' ago, altri due fili, uno da una parte, l' altro dall' altra, i quali sostenevano due sbarrette di piombo. La sospensione di questi due fili fu fatta per mezzo di cera, in modo che ambedue toccassero appena l' ago, senza però menomamente deviarlo dalla sua posizione. Ho scelto poi una pagliuzza lunga, sottile e ben diritta, e l' ho attaccata con cera al filo che sosteneva l' ago, al disopra dell' ago stesso, in maniera che toccasse i due fili laterali senza muoversi; così la pagliuzza aveva certamente una posizione parallela a quella dell' ago. Allora ho collocato a una certa distanza dall' apparecchio quello stesso squadro da agrimensore che avevo già adoperato per determinare il meridiano magnetico del luogo, e l' ho disposto verticalmente con una delle linee della base superiore, nella direzione esatta dell' ago che esso portava, e in posizione tale che la coppia di fili di ragno perpendicolare alla linea dell' ago coprisse il punto di sospensione della pagliuzza. Indi ho avvicinata all' ago la sbarra deviatrice finchè la pagliuzza, guardata per mezzo dello squadro, si vedesse nella direzione esatta degli stessi fili di ragno. Ho rifatto poi, per ottenere maggiore esattezza, un' altra determinazione collo squadro dall' altra parte, ed ho apportato nella posizione del magnete deviatore la piccola correzione che era necessaria; e finalmente ho fatto un' ultima determinazione collo squadro dalla parte di prima, apportando approssimativamente soltanto la metà della piccolissima correzione che sarebbe stata di bisogno, perchè essa tendeva a riportare il magnete deviatore nella posizione primitiva. Nella mensola situata di fronte a quella che portava tale apparecchio ho collocato un cannocchiale con scala, la quale veniva riflessa da uno specchietto unito all' ago magnetico. La deviazione prodotta dall' ago magnetico stesso per un mutamento dell' intensità orizzontale del magnetismo terrestre e letta mediante

il cannocchiale sulla scala, poteva essere presa senz'altro proporzionale a tale mutamento. Indicando con E il valore di una particella della scala in funzione dell'intensità orizzontale del magnetismo terrestre e supponendo di aver letta sulla scala una divisione n mentre l'intensità orizzontale era H, e poi la divisione n' mentre l'intensità era H', la variazione dell'intensità stessa, prendendo per unità H, poteva venire rappresentata (come è noto) da:

$$\frac{H' - H}{H} = E\,(n' - n).$$

Così riferendo tutte le differenze alla quantità H, si poteva conoscere con esattezza la variazione dell'intensità orizzontale; siccome però mi sarebbe stato lungo, e assai incomodo per le condizioni in cui mi trovavo, il determinare il valore di E, ho scelto EH come unità invece di H, ossia ho espresso le variazioni in particelle della scala; perchè a me veramente interessava soltanto conoscere l'andamento di queste variazioni.

Faccio notare poi che alle variazioni stesse ho apportato le correzioni dovute ai mutamenti di temperatura che cambiavano il magnetismo dell'asta deviatrice, avendo precedentemente determinato il relativo coefficiente di temperatura.

Le letture degli strumenti magnetici si facevano di 5 in 5 minuti, come negli strumenti galvanometrici; ed ho costruito delle curve che ne rappresentassero l'andamento per ciascun giorno; quindi immediatamente sotto quelle della declinazione ho costruito le corrispondenti curve delle variazioni della forza elettromotrice nella linea N-S e sotto a quelle della intensità orizzontale ho costruito le corrispondenti curve delle variazioni della forza elettromotrice nella linea E-O.

Da tali curve si ricavano le seguenti conclusioni:

Le correnti telluriche non possono avere influenza sopra la componente verticale del magnetismo terrestre;

Così nei tempi di calma come in quelli di burrasca magnetica le variazioni giornaliere e mensuali della corrente NS concordano molto bene con quelle della declinazione, e le variazioni della corrente EO con quelle della intensità orizzontale del magnetismo terrestre;

Le variazioni delle correnti telluriche precedono quasi sempre di alcuni minuti le variazioni corrispondenti degli elementi magnetici rispettivi; cosicchè si è indotti a credere che le correnti telluriche sieno la cagione delle variazioni regolari ed irregolari del magnetismo terrestre nelle nostre latitudini.

SUL MODO DI RICERCARE LA VERA ESPRESSIONE DELLE LEGGI DELLA NATURA DALLE CURVE EMPIRICHE; MEMORIA DEL PROF. ENRICO PUCCI [1]).

7. La formula (15) è molto importante perchè in essa i termini successivi corrispondono alle perequazioni dei varii ordini, ossia a perequazioni fatte assimilando successivamente l'arco di curva sperimentale compreso fra le ordinate estreme y_n, y_{-n} a parabole di ordine nullo, di 1°, di 2°, di 3° ordine; cosicchè il 1° termine equivale alla perequazione di una costante fisica, la somma dei primi due alla perequazione lineare, la somma dei primi tre alla perequazione parabolica propriamente detta, e così via discorrendo. I termini della (15) sono dunque delle successive approssimazioni, e siccome ciascuno di essi può esser calcolato indipendentemente dalle quantità che entrano a comporre quelli che lo seguono, si può spingere successivamente l'approssimazione per gradi senza spreco di calcoli, fino al limite di precisione che il genere di misura adottato comporta, limite che risulta immediatamente dall' errore probabile del resultato, calcolato nel modo che ora andremo ad indicare.

8. Se si costituiscono le risolventi relative alle equazioni normali (6) si trova

$$\mathrm{I} = \frac{1}{\Sigma_1} - \mathrm{II}[\Sigma_2 1] - \mathrm{III}[\Sigma_3 1] - \mathrm{IV}[\Sigma_4 1] - \dots,$$

$$\mathrm{II}[\Sigma_{2\cdot 2} 1] + \mathrm{III}[\Sigma_{2\cdot 3} 1] + \mathrm{IV}[\Sigma_{2\cdot 4} 1] + \dots + [\Sigma_2 1] = 0,$$

$$\mathrm{III}[\Sigma_{3\cdot 3} 2] + \mathrm{IV}[\Sigma_{3\cdot 4} 2] + \dots + [\Sigma_3 2] = 0,$$

. . . .

1) *Continuazione* e *fine* V. pag. 220 del Vol. XXVII.

ed eliminando successivamente dalla prima di queste i correlativi per mezzo delle altre si ottiene facilmente:

$$(16) \qquad \frac{1}{p_y} = I = \frac{1}{\Sigma_1} + \frac{[\Sigma_2 1]^2}{[\Sigma_{2\cdot 2} 1]} + \frac{[\Sigma_3 2]^2}{[\Sigma_{3\cdot 3} 2]} + \frac{[\Sigma_4 3]^2}{[\Sigma_{4\cdot 4} 3]} + \ldots$$

che è una formula analoga alla (15), e che si calcola semplicissimamente, quasi senza aumento di fatica, contemporaneamente al valore più probabile y perequato.

Dalla (16) risulta un teorema interessante della perequazione, che si può formulare come segue: *il peso di un' ordinata perequata diminuisce con notevole rapidità col crescere dell' ordine della parabola a cui conviene assimilare il fenomeno dentro l' intervallo perequatorio scelto.* Per avere il risultato di massima precisione sarà quindi utile in molti casi limitare il numero delle ordinate comprese nel suddetto intervallo per potere abbassare il grado della parabola perequante.

9. Le formule (15) e (16), che risolvono in generale il problema della perequazione a due variabili, presentano una certa complicazione di calcolo che le renderebbe inapplicabili nel caso di una lunga serie di valori da perequare. Osserviamo per altro che per ciascun sistema di pesi i coefficienti che vi compariscono divengono delle costanti le quali possono essere calcolate a priori: ora nella massima parte delle quistioni fisiche o di filosofia naturale, i pesi delle osservazioni non sono assegnabili a priori con tanto rigore da non render sempre, nell' intervallo di ogni singola perequazione, paragonabile la legge del loro andamento con qualche legge aritmetica molto semplice, come sarebbe ad esempio la legge lineare con cui si succedono i numeri naturali, o quella delle loro inverse, o la serie dei quadrati ecc. In pratica si possono quindi assegnare a priori delle formule perequatorie di semplice calcolazione e che bastino per la massima parte dei problemi che si presentano nello studio sperimentale delle leggi della natura.

Ed ecco i resultati che ho calcolati pel caso della perequazione di 7 ordinate in alcune ipotesi qui sotto rispettivamente indicate, e per parabole di 4° ordine inclusivamente.

1° Per pesi eguali all' unità

$$
\begin{array}{l|l|l|l}
[Y_2 1]=Y_2 & [Y_3 2]=[Y_3 1] & [Y_4 3]=[Y_4 2] & [Y_5 4]=[Y_5 3] \\
[Y_3 1]=Y_3-4Y_1 & [Y_4 2]=[Y_4 1]-7[Y_2 1] & [Y_5 3]=[Y_5 2]-\frac{67}{7}[Y_3 2] & \\
[Y_4 1]=Y_4 & [Y_5 2]=[Y_5 1] & & \\
[Y_5 1]=Y_5-28Y_1 & & &
\end{array}
$$

$$y=\frac{Y_1}{7}-\frac{1}{21}[Y_3 2]+0{,}022727\,[Y_5 3]\,,$$

$$\frac{1}{p_y}=0{,}14286+0{,}19048+0{,}23377\,.$$

2° Per $p_{-3}=1,\ p_{-2}=2,\ p_{-1}=3,\ p_0=4,\ p_1=5,\ p_2=6,\ p_3=7,$

$$
\begin{array}{l|l|l|l}
[Y_2 1]=Y_2-Y_1 & [Y_3 2]=[Y_3 1]-[Y_2 1] & [Y_4 3]=[Y_4 2]-\frac{6}{7}[Y_3 2] & [Y_5 4]=[Y_5 3] \\
[Y_3 1]=Y_3-4Y_1 & [Y_4 2]=[Y_4 1]-7[Y_2 1] & & \quad -\frac{2}{3}[Y_4 3] \\
[Y_4 1]=Y_4-7Y_1 & [Y_5 2]=[Y_5 1]-\frac{67}{7}[Y_2 1] & [Y_5 3]=[Y_5 2]-\frac{67}{7}[Y_3 2] & \\
[Y_5 1]=Y_5-28Y_1 & & &
\end{array}
$$

$$y=\frac{Y_1}{28}-\frac{[Y_2 1]}{84}-\frac{[Y_3 2]}{84}+0{,}00379\,[Y_4 3]+0{,}00568\,[Y_5 4]\,,$$

$$\frac{1}{p_y}=0{,}03571+0{,}01190+0{,}03571+0{,}00974+0{,}04870\,.$$

3° Per $p_{-3}=1,\ p_{-2}=0{,}5\ p_{-1}=0{,}33,\ p_0=0{,}25,\ p_1=0{,}20,$ $p_2=0{,}17,\ p_3=0{,}14$

$$
\begin{array}{l|l|}
[Y_2 1]=Y_2+1{,}301158Y_1 & [Y_3 2]=[Y_3 1]+0{,}9315695[Y_2 1] \\
[Y_3 1]=Y_3-5{,}200771Y_1 & [Y_4 2]=[Y_4 1]-7{,}679930\ [Y_2 1] \\
[Y_4 1]=Y_4+10{,}03475Y_1 & [Y_5 2]=[Y_5 1]+9{,}343111\ [Y_2 1] \\
[Y_5 1]=Y_5-39{,}99613Y_1 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{|l|l}
[Y_4 3]=[Y_4 2]+0{,}7603342[Y_3 2] & [Y_5 4]=[Y_5 3]+0{,}58188[Y_4 3] \\
[Y_5 3]=[Y_5 2]-10{,}00524\ [Y_3 2] &
\end{array}
$$

$$y=\frac{Y_1}{2{,}59}+0{,}1432189[Y_2 1]-0{,}1554949[Y_3 2]-0{,}0474830[Y_4 3]$$
$$+0{,}08185[Y_5 4]$$

$$\frac{1}{p_y}=0{,}38610+0{,}18635+0{,}62021+0{,}14201+0{,}84535\,.$$

Il calcolo delle ausiliarie Y_1, Y_2, Y_3..., $[Y_2 1]$, $[Y_3 1]$... ecc. si fa poi speditamente abbastanza, se si ha la previdenza di perequare le differenze fra le ordinate e il loro valore medio, anzichè le ordinate stesse.

10. Della perequazione di una funzione di più variabili ci occuperemo partitamente in un' altra nota: qui vogliamo però dare le formule della perequazione di una funzione z di due variabili, pel caso più semplice in cui la superficie

$$z = z(x, y),$$

nel campo corrispondente alle ascisse

$$y_{-n}, y_{-n+1}, y_{-n+2} \cdots y_{-2}, y_{-1}, y_0, y_1, y_2 \cdots y_n,$$
$$x_{-n}, x_{-n+1}, \ldots\ldots x_{-2}, x_{-1}, x_0, x_1, x_2 \ldots x_n,$$

può essere assimilata ad una superficie parabolica del 3° ordine, e le osservazioni delle ordinate sono per ipotesi tutte della stessa precisione. In tal caso conviene evidentemente scegliere lo stesso numero di ascisse nei due sensi y, x, per limitare il campo di ogni singola perequazione, perchè altrimenti il valore perequato di z non riuscirebbe determinato con egual precisione rispetto ai due enti x, y, dai quali dipende. Supporremo inoltre che l'intervallo fra due ascisse consecutive dello stesso genere sia una costante, per modo che, considerando la funzione z come l'ordinata di una superficie, il campo del piano xy, al quale si estende la perequazione rimanga suddiviso in numero $(2n)^2$ di quadrati elementari aventi per lato l'intervallo

$$\Delta x = \Delta y.$$

Notiamo per altro che le formule seguenti sono valide anche pel caso di una suddivisione in rettangoli. Finalmente supporremo, come sempre, che la funzione z sia finita e continua e che ammetta tutte le derivate finite e continue.

Indicando con h e k due numeri intieri positivi o negativi, si avrà in generale

$$
(17)\left\{
\begin{aligned}
& z = z(x + h\Delta x, y + k\Delta y) = z_{xy} + h\Delta x \frac{dz}{dx} + k\Delta y \frac{dz}{dy} \\
& + \frac{1}{1.2}\left\{ h^2\Delta x^2 \frac{d^2 z}{x^2} + 2hk\,\Delta x\,\Delta y \frac{d^2 z}{dx\,hy} + k^2\,\Delta y^2 \frac{d^2 z}{dy^2} \right\} \\
& + \frac{1}{1.2.3}\left\{ h^3\Delta x^3 \frac{d^3 z}{dx^3} + 3h^2 h\Delta x^2\Delta y \frac{d^3 z}{dx^2 dy} + 3hk^2\Delta x\Delta y^2 \frac{d^3 z}{dx dy^2} + k^3\Delta y^3 \frac{d^3 z}{dy^3} \right. \\
& + \frac{1}{1.2.3.4}\left\{ h^4\Delta x^4 \frac{d^4 y}{dx^4} + 4h^3 k\Delta x^3\Delta y \frac{d^4 z}{dx^3 dy} + 6h^2 k^2\Delta x^2\Delta y^2 \frac{d^4 z}{dx^2 dy^2} \right. \\
& \left. + 4\,h\,k^3\,\Delta x\,\Delta y^3 \frac{d^4 z}{dx dy^3} + k^4\,\Delta y^4 \frac{d^4 z}{dy^4} \right\} + 5^{\circ} \text{ ordine.}
\end{aligned}
\right.
$$

Rappresentando ancora con Z la media aritmetica dei $(2n+1)^2$ valori sperimentali di z corrispondenti ai diversi punti del piano x, y dati dalla combinazione di una qualunque delle $(2n+1)$ ascisse x con una qualunque delle $(2n+1)$ ascisse y considerate, sarà

$$
(18) \qquad Z = \frac{1}{(2n+1)^2} \sum_{h=-n}^{h=+n} \sum_{k=-n}^{k=+n} z_{h,k}\,,
$$

e quindi, facendo uso dello sviluppo (17), si otterrà facilmente:

$$
\begin{aligned}
& (2n+1)^2 Z = (2n+1)^2 z_{x,y} + (2n+1)\,\Delta x \frac{dz}{dx} \sum_{-n}^{+n} h + (2n+1)\,\Delta y \frac{dz}{dy} \sum_{-n}^{+n} k \\
& + \frac{1}{1.2}\left\{ (2n+1)\Delta x^2 \frac{d^2 z}{dx^2} \sum_{-n}^{+n} h^2 + 2\Delta x\Delta y \frac{d^2 z}{dx\,dy} \sum_{-n}^{+n} h \sum_{-n}^{+n} k + (2n+1)\Delta y^2 \frac{d^2 z}{dy^2} \sum_{-n}^{+n} k^2 \right\} \\
& + \frac{1}{1.2.3}\left\{ (2n+1)\,\Delta x^3 \frac{d^3 z}{dx^3} \sum_{-n}^{+n} h^3 + 5\,\Delta x^2\,\Delta y \frac{d^2 z}{dx\,dy} \sum_{-n}^{+n} h^2 \sum_{-n}^{+n} k \right. \\
& \left. + 3\,\Delta x\,\Delta y^2 \frac{d^3 z}{dx\,dy^2} \sum_{-n}^{+n} h \sum_{-n}^{+n} k^2 + (2n+1)\,\Delta y^3 \frac{d^3 z}{dy^3} \sum_{-n}^{+n} k^3 \right\} \\
& + \frac{1}{1.2.3.4}\left\{ (2n+1)\,\Delta x^4 \frac{d^4 z}{dx^4} \sum_{-n}^{+n} h^4 + 4\,\Delta x^3\,\Delta y \frac{d^4 z}{dx^3\,dy} \sum_{-n}^{+n} h^3 \sum_{-n}^{+n} k \right. \\
& \left. + 6\Delta x^2\Delta y^2 \frac{d^4 z}{dx^2 dy^2} \sum_{-n}^{+n} h^2 \sum_{-n}^{+n} k^2 + 4\Delta x\Delta y^3 \frac{d^4 z}{dx dy^3} \sum_{-n}^{+n} h \sum_{-n}^{+n} k^3 + (2n+1)\Delta y^4 \frac{d^4 z}{dy^4} \sum_{-n}^{+n} k^4 \right\} + 5^{\circ}\ \text{ord}.
\end{aligned}
$$

Si ha per altro

$$\sum_{-n}^{+n} h = \sum_{-n}^{+n} k = \sum_{-n}^{+n} h^3 = \sum_{-n}^{+n} k^3 = \sum_{-n}^{+n} h^5 = \sum_{-n}^{+n} k^5 = \ldots = 0$$

$$\sum_{-n}^{+n} h^2 = \sum_{-n}^{+n} k^2 = 2\,(1^2 + 2^2 + \ldots + n^2) = 2\,S_2$$

$$\sum_{-n}^{+n} h^4 = \sum_{-n}^{+n} k^4 = 2\,(1^4 + 2^4 + \ldots + n^4) = 2\,S_4$$

e perciò possiamo scrivere semplicemente:

$$(19)\left\{\begin{aligned} &(2n+1)^2\,Z = (2n+1)^2\,z_{x,y} + (2n+1)\,S_2\left(\Delta x^2\frac{d^2z}{dx^2} + \Delta y^2\,\frac{d^2z}{dy^2}\right)\\ &+\frac{1}{12}\left((2n+1)S_4\Delta x^4\frac{d^4z}{dx^4} + 12S_2S_2\Delta x^2\Delta y^2\,\frac{d^4z}{dx^2dy^2} + (2n+1)S_4\Delta y^4\,\frac{d^4z}{dy^4}\right) + 6^\circ \text{ ord.}\end{aligned}\right.$$

11. Teoricamente parlando questa formula risolve già il problema della perequazione parabolica di un ordine qualunque per una funzione di due variabili, osservata in punti discreti equidistanti colla stessa precisione, giacchè i valori delle derivate $\frac{d^2z}{dx^2}$, $\frac{d^2z}{dy^2}$, $\frac{d^4z}{dx^4}$ ecc. le quali nella (19) si riferiscono al punto x, y medio, possono esser dedotti sperimentalmente con sufficiente approssimazione, per mezzo delle note formule interpolatrici, estese alle funzioni di due variabili. Ma in pratica il calcolo di queste derivate per tutti i punti da perequare riuscirebbe intollerabilmente laborioso, e anche piuttosto incerto a causa degli errori di osservazione. Conviene quindi seguire un altro metodo, analogo a quello indicato dal prof. Schiaparelli pel caso di una funzione di una sola variabile. Perciò osserviamo che, a meno delle quantità di 4° ordine, si ha:

$$\begin{aligned} z_{x_n, y_n} + z_{x_n, y_{-n}} + z_{x_{-n}, y_n} + z_{x_{-n}, y_{-n}} &= 4z_{x,y}\\ &+ 2n^2\left(\Delta x^2\,\frac{d^2z}{dx^2} + \Delta y^2\,\frac{d^2z}{dy^2}\right), \end{aligned}$$

e quindi, se poniamo per semplicità di notazione,

$$z_{n,n} + z_{n,-n} + z_{-n,n} + z_{-n,-n} = z_{4n},$$

la (19) si riduce a

$$z = Z - \frac{S_2}{2n^2(2n+1)}(z_{4n} - 4z_0) + 4^\circ \text{ ordine},$$

ed, esprimendo S_2 in funzione di n per mezzo della nota relazione

$$1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

si avrà

$$z = Z - \frac{n+1}{12 \,.\, n}\{z_{4n} - 4z_0\} + 4^\circ \text{ ordine},$$

ove nel secondo membro z_{4n} e z_0 indicano dei valori che non sono conosciuti se non approssimativamente dalle osservazioni fatte. Però la formula (19) mostra come gli z veri, astrazion fatta dagli errori di osservazione, non differiscono dagli z perequati linearmente se non per quantità del 2° ordine, quindi a meno del 4° ordine si può porre finalmente

$$z = Z - \frac{n+1}{3n}\left\{\frac{Z_{4n}}{4} - Z\right\}, \tag{20}$$

che è la formula di perequazione che volevamo stabilire.

12. Non sarebbe difficile estendere la (20) al caso della perequazione di una funzione di un numero qualunque di variabili: per esempio pel caso di tre variabili si troverebbe che è ancora applicabile la formula (20) stessa, quando al valore di $\frac{z_n}{4}$ si sostituisca la media dei valori che prende z agli otto vertici del cubo, al quale corrisponde il campo perequatorio rispetto alle tre variabili. Ma piuttosto cercherò qui ancora il peso che si deve attribuire al valore z perequato per mezzo della (20); peso che si deduce subito dalla nota formula generale

$$\frac{1}{p_t} = \frac{\left(\frac{dt}{dx}\right)^2}{p_x} + \frac{\left(\frac{dt}{dy}\right)^2}{p_y} + \frac{\left(\frac{dt}{dz}\right)^2}{p_z} + \ldots \tag{21}$$

nella quale $x, y, z, \ldots$ rappresentano le osservazioni indipendenti, ossia, nel caso nostro, le ordinate osservate. Se si sostituiscono alle Z perequate i loro valori in funzione delle z, e si introduce il simbolo Σ_k per indicare la somma di k ordinate indipendenti, alla (20) può esser data la forma simbolica

$$(2n+1)^2 z = \left(1+\frac{n+1}{3n}-\frac{4(n+1)}{12n}\right)\Sigma_1+\left(1+\frac{n+1}{3n}-\frac{2(n+1)}{12n}\right)\Sigma_{4n}$$
$$-\frac{2(n+1)}{12n}\Sigma_{4n}+\left(1+\frac{n+1}{3n}-\frac{n+1}{12n}\right)\Sigma_{4n^2}-\frac{n+1}{12n}\Sigma_{12n^2},$$

da cui

$$z=\frac{1}{(2n+1)^2}\left\{\Sigma_1+\frac{7n+1}{6n}\Sigma_{4n}-\frac{n+1}{6n}\Sigma_{4n}+\frac{5n+1}{4n}\Sigma_{4n^2}-\frac{n+1}{12n}\Sigma_{12n^2}\right\}$$

ove Σ_1, Σ_{4n}, Σ_{4n}, Σ_{4n^2} Σ_{12n^2} rappresentano delle quantità indipendentemente osservate coi pesi 1, $\frac{1}{4n}$, $\frac{1}{4n}$, $\frac{1}{4n^2}$, $\frac{1}{12n^2}$. Si avrà pertanto

$$\frac{1}{p_z}=\frac{1}{(2n+1)^4}\left\{1+\frac{(7n+1)^2}{9n}+\frac{(n+1)^2}{9n}+\frac{(5n+1)^2}{4}+\frac{(n+1)^2}{12}\right\}$$
$$=\frac{57n^3+74n^2+28n+2}{9n(2n+1)^4}.$$

In questo genere di calcoli il peso è sempre cercato e determinato con una precisione assai grossolana, e d'altra parte il numero n non è minore di 2; si può quindi porre con sufficiente approssimazione in ogni caso

$$\frac{1}{p}=\frac{57n^2+74n+28}{9(2n+1)^4}$$

e nella maggior parte dei casi e per $n>3$,

$$\frac{1}{p}=\frac{6(n+1)^2}{(2n+1)^4}.$$

AZIONE DELLE SCINTILLE ELETTRICHE SUI CONDUTTORI ELETTRIZZATI; NOTA DI ANDREA NACCARI.

1. Ripetendo alcune esperienze sugli effetti elettrici delle variazioni ultraviolette mi avvenne di esaminare l'azione di piccole scintille d'induzione sopra conduttori isolati ed elettrizzati.

Notai allora che una scintilla anche minima, come ad esempio quella dell'interruttore automatico d'una slitta del Du Bois-Reymond, può produrre degli effetti singolarmente intensi sopra un corpo conduttore elettrizzato ed isolato. Questi effetti consistono in un'accelerazione della dispersione che si palesa tanto nel caso che il conduttore posseda elettricità positiva quanto nel caso opposto. Riferisco qui alcune esperienze che possono dare una idea della intensità del fenomeno.

Una pallina di ottone del diametro di quattro centimetri fu sospesa mediante un filo di seta ad un bastone di ceralacca fissato ad un sostegno di ferro. Un filo isolato congiungeva la pallina all'ago d'un elettrometro del Mascart. Le due coppie di quadranti di questo erano rispettivamente congiunte ai due poli d'una pila di trenta coppie, il cui punto di mezzo era posto a terra. L'elettrometro ha specchietto concavo e l'imagine della fessura illuminata si osserva sopra la scala collocata a un metro di distanza. Le divisioni della scala sono millimetri. L'elettrometro era in condizioni di poca sensibilità. Una Daniell produceva una deviazione di quattro parti.

A poca distanza dalla palla posi nelle prime esperienze una slitta del Du Bois-Reymond con l'interruttore volto verso la palla. La distanza fra l'interruttore e la palla fu diversa nelle varie esperienze, e nelle tabelle seguenti è indicata con la lettera d.

Io osservavo di tempo in tempo la posizione della striscia luminosa sulla scala. Lo zero di questa stava nel mezzo di essa. Indico col segno + le letture fatte dalla parte corrispondente alla carica positiva della pallina, col segno — quelle fatte dalla parte opposta. Per lo più quando la palla era scarica, la striscia si portava esattamente allo zero.

Nell' esperienze seguenti una sola coppia Bunsen era applicata alla slitta, ed era caricata con liquidi già adoperati più volte.

Indico con un asterisco il tempo in cui si chiude il circuito della pila e quindi la scintilla comincia a scoccare, con due asterischi il tempo in cui il circuito viene aperto. La lettera *t* indica i tempi delle osservazioni, contati in minuti primi, la *s* le deviazioni osservate.

1ª *esperienza.*

$d = 2$ cm.

t	*s*	*t*	*s*
0	— 212	**9	— 75
*6m	205	*10	75
**7	116	**11	45
*8	116	12	45

2ª *esperienza.*

$d = 4$ cm.

t	*s*	*t*	*s*
0	— 229	*9	— 138
*5	220	10	108
**6	170	11	90
*7	170	**12	— 79
**8	138	16	79

3ª *esperienza.*

$d = 10$ cm.

t	s	t	s
0	— 191	*20	— 160
*5	189	**26	147
6	182	*34	143
**7	180	**43	129
*8	180	51	126
**14	162	—	—

4ª *esperienza.*

$d = 2$ cm.

t	s	t	s
0	+ 216	**4	+ 54
*1	212	*5	54
**2	100	**6	31
*3	100	7	31

5ª *esperienza.*

$d = 4$ cm.

t	s	t	s
0	+ 222	*6	+ 136
1	220	**7	114
*2	196	*8	114
**3	167	**9	99
*4	169	10	99
**5	136	—	—

6ª esperienza.

$d = 7$ cm.

	s		*s*
0	+ 203	* 9	+ 163
1	200	** 12	139
* 2	197	* 16	137
** 5	166	** 19	121

Queste esperienze non sono destinate a paragonare l'effetto prodotto dalla scintilla sulle cariche positive con quello prodotto sulle cariche negative. Esse valgono soltanto a dare un' idea della grandezza dell' effetto.

Facendo scoccare le scintille quando la pallina, era scarica, non si osservava alcun effetto.

Con rocchetti d'induzione di dimensioni diverse, da uno che dà scintilla di qualche millimetro appena ad uno che può dare scintille di quarantacinque centimetri, ottenni effetti consimili, ma l'intensità di questi è ben lontana dal crescere nella stessa ragione della potenza dell'apparecchio d'induzione o della lunghezza della scintilla.

2. Il fatto che l'accelerazione nella dispersione avviene tanto per elettricità positiva, quanto per negativa, mi fece fin da principio ritenere che l'effetto non si dovesse attribuire alle variazioni ultraviolette.

D'altra parte interponendo una lamina di quarzo o di gesso l'azione veniva immediatamente sospesa. Qualunque diaframma non traforato produceva il medesimo effetto. Esaminai se si potesse attribuire l'effetto alla causa stessa del fenomeno osservato dal Guthrie [1]) nel 1873; il quale fenomeno consiste in ciò, che un corpo solido incandescente posto a poca distanza da un conduttore elettrizzato lo scarica, se è elettrizzato negativamente.

1) Guthrie, *Phil. Magazine* (4) XLVI (1873). *Chem. News*, XLV, 116.

Più tardi l'Elster e il Geitel [1]) osservarono che a poca distanza la dispersione avviene pressochè nella stessa misura anche se il corpo è caricato positivamente. Ma la spiegazione che solamente si può applicare a quei fenomeni si fonda sopra un'azione elettrostatica fra il corpo caldo e il corpo elettrizzato.

Ad una simile spiegazione converrebbe ricorrere se si vedesse nel fenomeno prodotto dalla scintilla una stretta affinità con i fatti descritti dal Koch [2]), dai quali risulta che l'elettricità positiva esce da un corpo caldo più facilmente della negativa finchè la temperatura non è molto alta. Per altissime temperature le due elettricità pare che si disperdano con uguale rapidità.

Nel caso delle mie esperienze, specialmente di quelle fatte con i rocchetti, ogni azione elettrostatica doveva essere esclusa, perchè io aveva interposto fra la scintilla e il conduttore elettrizzato un disco di tela metallica posto in comunicazione col suolo e m'ero accertato ch'esso arrestava affatto ogni azione di quel genere. Io aveva usato questo disco fin da principio nell'esperienze con i rocchetti, perchè gli elettrodi di questi si comportano come corpi elettrizzati staticamente e possono agire fortemente come tali.

Paragonai inoltre l'azione d'un corpo incandescente con quello della scintilla. La fiamma d'una candela anche a tre centimetri di distanza non produceva il minimo effetto sulla palla elettrizzata quando fosse interposto un pezzo di tela metallica comunicante col suolo. Un filo di platino reso incandescente da una corrente fu parimenti inetto a produrre alterazione nella carica della palla quando questa era difesa dalla tela metallica.

3. Restava da esaminare se l'aria circostante venisse dalla scintilla modificata in maniera da produrre l'effetto osservato.

Disposi perciò l'esperienza in modo che un rocchetto producesse una scintilla a distanza abbastanza grande per non produrre effetto troppo forte sulla pallina elettrizzata. Una corrente d'aria ottenuta mediante un mantice e un tubo di gomma spingeva al momento opportuno e per l'intervallo di tempo convenienti l'aria prossima alla scintilla verso la palla. Era sempre

1) Elster u. Geitel, *Wied. Ann.* XXVI, pag. 1.
2) Koch, *Wied. Ann.* XXXIII, 454.

interposto un disco di tela metallica di 35 centimetri di diametro posto in comunicazione col suolo. Il tubo di gomma ponevasi con la sua bocca al di sopra della scintilla in tal posizione che la scintilla non venisse spostata dalla corrente d'aria e avvicinata alla palla.

M'accertai con apposite esperienze che la corrente d'aria per sè sola, cioè quando mancava la scintilla, non produceva effetto sensibile.

Riferisco i numeri spettanti ad alcune esperienze fatte in tali condizioni. Nelle tabelle che seguono indico con l la lunghezza della scintilla, con l'indice ' il tempo in cui la corrente d'aria comincia, con l'indice " quello in cui la corrente cessa.

1ª *esperienza.*

$d = 2$ cm. $l = 0,1$ cm.

Carica negativa.

t	s	t	s
0	— 236	4"	106
*1	234	5	76
2	214	6'	46
3'	187	6,"5	10

2ª *esperienza.*

$d = 2$ cm. $l = 0,1$ cm.

Carica positiva.

t	s	t	s
0	+ 192	3'	+ 144
*1	183	4	28
2	164	5"	6

3ª *esperienza.*

$d = 5$ cm. $l = 1$ cm.

Carica negativa.

t	*s*	*t*	*s*
0	— 221	4′	188
*2	217	**5″	3
3	205	—	—

4ª *esperienza.*

$d = 10$ $l = 1$ cm.

Carica negativa.

t	*s*	*t*	*s*
0	— 183	8′	— 152
*2	175	10″	131
4′	171	**13	119
6″	157	15	116

5ª *esperienza.*

$d = 5$ $l = 0{,}2$ cm.

t	*s*	*t*	*s*
0	+ 212	5′	+ 149
*1	210	6″	113
2	206	**7	108
3′	198	8	106
4″	155		

Se la palla era scarica, ogni effetto spariva.

Queste esperienze mettono fuori di dubbio che la dispersione si accelera grandemente quando l'aria che sta intorno alla scintilla e che, come è noto, vi forma un'aureola luminosa, vien portata a contatto con la palla. Poichè l'effetto è lo stesso, o poco diverso, sull'una e sull'altra elettricità, sembra che in generale l'aria così modificata consenta più facilmente il passaggio alla elettricità. Devo notare che in più casi sperimentando senza corrente d'aria osservai che la elettricità positiva sfuggiva, a parità di condizioni, più facilmente dell'altra, ma non ho potuto peranco esaminare le particolarità di quelle esperienze.

Per esaminare se la modificazione per cui l'aria acquista la maggiore conducibilità sia permanente o cessi al cessare della scintilla, eseguii l'esperienze seguenti. Feci scoccare la scintilla entro un globo di vetro che aveva quattro fori con tubi disposti in croce. Introdussi per due fori posti di fronte gli elettrodi facendoli passare attraverso tappi di sovero. Dopo aver fatto scoccare a lungo le scintille lì dentro, appena cessate le scintille, inviai l'aria interna sulla pallina mediante il mantice, giovandomi degli altri due fori. Non ebbi così effetto alcuno. Se invece il mantice agiva finchè le scintille scoccavano, benchè la distanza di queste dalla palla fosse di venti centimetri avveniva una rapida dispersione. Così venne posto in chiaro che l'aria perde dopo breve tempo la proprietà che acquista per effetto della scintilla.

È chiaro che i fatti descritti in questa nota hanno affinità con quelli che vennero descritti dall'Arrhenius [1]) e dallo Schuster [2]) e che si riferiscono alla conducibilità elettrica dell'aria rarefatta. Fra l'esperienze dello Schuster ve ne sono alcune fatte alla pressione ordinaria, che mi erano sfuggite dapprima; però le altre condizioni delle mie esperienze sono diverse, sono pure in gran parte diversi gli effetti osservati e diversa è la spiegazione a cui fui condotto.

1) Arrhenius, *Wied. Ann.* XXXII, 55, 1887, 111.
2) Schuster, *Proc. R. Society,* XLII, 371, 1887.

SULLA MECCANICA DELLA LUMINOSITÀ; E WIEDEMANN [1]).

(Snnto).

Mentre sono assai numerose le misure fatte per determinare la posizione delle righe nello spettro, e molti i tentativi fatti per assegnare in esso la distribuzione della luminosità e dell'energia e per rappresentare tutto ciò per mezzo di formule analitiche, pochissime ricerche sono state fatte per riconoscere la meccanica dei fenomeni luminosi. In generale tutto si è limitato alla ricerca dell'intensità dell'illuminazione, senza occuparsi dell'energia delle particelle vibranti che emettono la luce, e dalla quale questa dipende.

Riferendosi a diversi suoi precedenti lavori, il Wiedemann ha stabilito in questo che è qui riassunto molti fatti importanti per la meccanica della luminosità, provando sperimentalmente le deduzioni teoriche e determinando anche i valori numerici delle grandezze che ha avuto luogo di dover considerare.

Generalità. — Produzione di luce.

Secondo i recenti concetti sulla costituzione dei corpi, oltre ai movimenti di traslazione delle molecole col loro centro di gravità, si ammettono dei movimenti rotatorii e oscillatorii attorno al centro di gravità, ritenuto fisso, non solo delle parti materiali delle molecole, ma anche delle atmosfere d'etere da cui esse son circondate. Nei gas i moti di traslazione del centro di gravità producono soltanto debolissima emissione di luce; e lo Stokes [2]) ha voluto dedurre da questi lo spettro continuo debolissimo che accompagna quello a righe del sodio. Il Wiedemann [3]) dimostrò che i moti rotatorii non posson produrre nè gli spettri a righe nè quelli a colonnato. Come causa della produzione di luce non restano dunque, per i gas, che i moti intermolecolari,

1) *Wied. Ann.* XXXVII, pag. 177-248, 1889.
2) Ved. un lavoro di Schuster, *Phil. Trans. Lond.* pag. 37, 1879.
3) *Wied. Ann.* V, pag. 307, 1878.

sia delle particelle materiali, sia delle atmosfere d'etere; ma sarà più appresso mostrato che soltanto le vibrazioni delle particelle materiali potranno produrre della luce. Nei solidi e nei liquidi la luce può esser prodotta tanto dalle vibrazioni delle intere molecole attorno alla posizione del loro centro di gravità quanto da quelle degli atomi. Le prime darebbero spettri continui uguali per tutti i solidi incandescenti; le altre determinerebbero le differenze nell'emissione della luce dei diversi corpi.

Le considerazioni teoriche che seguono si riferiscono ai concetti della luminosità introdotti dal Wiedemann [1]), e alla separazione che ne resulta di fenomeni affatto diversi, ma che pel passato erano stati in generale fra loro confusi.

Il Wiedemann chiama *luce* l'intero complesso di raggi fra l'estremo infrarosso e l'estremo ultravioletto. I movimenti delle molecole che producono la luminosità sono chiamati, per brevità, *movimenti luminosi*, per distinguerli dalle vibrazioni della luce emessa. Per *intensità* delle vibrazioni s'intenderà quell'*energia*, misurata in piccole calorie al secondo, che è trasportata dalle vibrazioni delle onde luminose emesse dalle molecole del corpo luminoso; per *energia luminosa* (Leuchtenergieinhalt) l'energia di quei movimenti delle molecole, o dei loro atomi, che producono la luce irraggiata. La prima energia dipende dal modo con cui la seconda diminuisce col tempo. Una delle principali ricerche di questo lavoro sarà quella di mostrare come l'energia luminosa si possa dedurre dall'intensità. Per *splendore* s'intenderà l'intensità misurata col fotometro, cioè con mezzi fisiologici.

Secondo la teoria cinetica dei gas, che è posta a fondamento di queste ricerche, a temperatura costante esiste un rapporto ben determinato fra l'energia cinetica dei movimenti traslatorii corrispondenti alla temperatura, e quella dei movimenti intermolecolari, tanto nell'insieme, come per ogni loro specie, e quindi anche fra quella dei movimenti traslatorii e quella dei movimenti luminosi: altrimenti non sarebbe possibile alcuno stato stazionario; e se accadono delle perturbazioni in un senso o in un altro, sia per aumento di moti luminosi, sia invece per la loro diminuzione in seguito all'irraggiamento, il sistema ten-

1) Cfr. *N. Cim.* 26, pag. 275.

derà a riprendere il valor normale di quel rapporto, con adeguate trasformazioni di una specie di energia nell' altra.

Luminescenza, e temperatura della luminescenza.

In alcuni casi speciali, tuttavia, non esiste un rapporto normale fra i movimenti traslatorii corrispondenti alla temperatura, e i movimenti luminosi; e già in un lavoro precedente [1]) l'A. ha introdotto il nome di *luminescenza* per quei fenomeni luminosi che sono più intensi di quelli che corrispondono alla temperatura considerata. In tutti quei casi nei quali si presenta luminescenza, l'energia del movimento luminoso è maggiore di quella di cui sopra è stato detto che è corrispondente al rapporto determinato soltanto dalla temperatura, e perciò l'A. ha dovuto considerare diverse specie di luminescenza a seconda del modo di eccitazione. Così nella *fotoluminescenza* specialmente, che comprende la fluorescenza e un certo numero di casi di fosforescenza, son compresi quei fenomeni nei quali la luce incidente provoca nell'interno delle molecole delle vibrazioni che determinano direttamente un'emissione di luce; perciò in essa non son compresi i casi nei quali la luce incidente provoca da prima dei fenomeni chimici, che determinano poi secondariamente un'emissione luminosa, casi che rientrano nella luminescenza chimica.

Per *temperatura della luminescenza* è definita qui quella temperatura alla quale bisognerebbe portare un corpo, senza decomporlo, perchè per ogni lunghezza d'onda, da indicarsi caso per caso, producesse luce dello stesso splendore di quella che emette effettivamente in seguito ai processi della luminescenza.

Si può ora intanto notare che la produzione della luce nei fenomeni della luminescenza dei gas non può essere spiegata ammettendo che in conseguenza della diversità delle velocità delle singole molecole, come è ammesso dalla teoria cinetica dei gas, alcune molecole separate posseggano una temperatura molto elevata e perciò diventino luminose. Perchè, se così fosse, alla temperatura dell' incandescenza (e se questa temperatura fosse definita, com' è, dalla grande velocità di traslazione delle mole-

1) Cfr. *N. Cim.* 26, pag. 275.

cole) la maggior parte delle sostanze si decomporrebbe, specialmente le sostanze organiche che sono fluorescenti o fosforescenti allo stato di vapore. Lo stesso vale pei solidi e pei liquidi; soltanto per questi i limiti entro i quali son comprese le velocità delle molecole son più ristretti che pei gas.

Temperatura della luminescenza, e la seconda legge della termodinamica.

In ogni trattazione matematica che si riferisce alla seconda legge della termodinamica, compariscono espressioni dQ/T, che contengono quantità Q di calore, che sono fornite al corpo o ne sono sottratte, divise per la temperatura assoluta T alla quale ciò avviene. Ma se nella comunicazione di energia si presenta luminescenza, la temperatura che corrisponde a quei moti intermolecolari, che saranno in seguito definiti, che determinano la luminescenza, cioè la temperatura della luminescenza, è assai maggiore della temperatura del corpo luminescente misurata col termometro [1]). Dobbiamo perciò in quei casi dividere in due parti le variazioni di energia che si presentano: in una, che corrisponde alla temperatura media dominante, qual'è definita dai movimenti molecolari di traslazione; e in un'altra, che è determinata dai moti intermolecolari. E così l'espressione $\int dQ/T$ deve dividersi nelle due corrispondenti parti. Se la luce della luminescenza non è omogenea, ma si compone di singole linee luminose, o se produce uno spettro continuo, allora si dovrà determinare la temperatura e la corrispondente energia per ogni raggio emesso di determinata lunghezza d'onda. Ogni termine di $\int dQ/T$ prende allora la forma $\Sigma_x dQ_x/T_x$, ove T_x è la temperatura definita dai moti di traslazione o da quelli interni, e dQ_x la corrispondente quantità di calore. Devesi anche notare

1) L'ipotesi, che si fa nel dedurre la seconda legge, che il calore non possa passar senza lavoro da un corpo a una data temperatura a un altro a temperatura più alta, in seguito alle precedenti considerazioni sulla luminescenza deve essere intesa diversamente, perchè nei fenomeni della luminescenza un tal passaggio può benissimo aver luogo.

che nell'integrale tutti i termini pei quali la temperatura della luminescenza è molto alta, son piccolissimi; mentre essi, secondo il solito modo di calcolo, hanno un valore considerevole.

Che tali fenomeni di luminescenza si presentino effettivamente, si può dimostrare direttamente in molti casi: così per es. i gas con le scariche elettriche si fanno divenir luminosi senza il corrispondente aumento della temperatura; e altrettanto dicasi dei fenomeni della *luminescenza chimica*, e specialmente in quelli ove meno si aspetta. Le esperienze di W. v. Siemens [1]) hanno mostrato che i gas scaldati molto al di sopra di 1000° non emettono luce, e pure è luminosa la fiamma dell'alcole. Questa emette da prima i raggi ultravioletti; nella combinazione dei componenti dell'alcole coll'ossigeno si devon dunque produrre dei moti interni, pei quali la corrispondente temperatura della luminescenza è molto superiore a quella della fiamma. Analogamente deve avvenire per lo solfo e per il solfuro di carbonio che bruciano e in molti altri casi: per es. nella luminosità del fosforo a bassa temperatura, nell'emissione della luce che si ha quando l'anidride arseniosa cristallizza cambiando disposizione molecolare, ecc.

In questi fenomeni di luminescenza, la produzione di moti interni di temperatura diversa da quella mostrata dal termometro si può riconoscere direttamente coll'occhio, quindi è senza altro evidente la necessità di separare in due parti le quantità di calore; ma processi analoghi si presentano anche in molti altri casi in cui non sono direttamente percettibili, come nella maggior parte dei fenomeni chimici, e per es. quando la luminescenza si limita ai raggi di lunghezza d'onda maggiore o minore di quelle che posson percepirsi dall'occhio.

Oltre questi moti oscillatorii interni, di temperatura diversa dalla media, che producono tal luminescenza, altri possono prodursene anche di natura diversa, come rotatorii, ecc., che non sono in grado di produrre delle onde luminose nell'etere circostante, come può essere il caso nella conduzione elettrica degli elettroliti. Ma di questi l'A. si limita a darne notizia preliminare.

1) *Wied. Ann.* 18, pag. 311, 1883.

Luminescenza e legge di Kirchhoff

La produzione della luce può, secondo quanto è stato sopra osservato, aver luogo o per un aumento di temperatura, o in seguito a luminescenza.

Per la luminosità che resulta dall'aumento di temperatura è valida la legge di Kirchhoff sul rapporto fra l'emissione e l'assorbimento. Su di esso è fondata la nota inversione delle righe dello spettro. La luce provocata dalla luminescenza non obbedisce, invece, a tal legge, com'è mostrato, p. es. dal contegno dei corpi fluorescenti, che emettono luce di refrangibilità diversa da quella della luce assorbita. Provando se la legge di Kirchhoff è valida o no, si può, anzi, spesso distinguere i due fenomeni.

Per trovar le cause per le quali la legge di Kirchhoff vale per i corpi incandescenti e non vale in generale per quelli luminescenti, si posson fare le seguenti considerazioni. Com'è stato detto, a motivo degli urti delle molecole in un gas ha luogo un continuo scambio fra l'energia di traslazione e quella intermolecolare (della quale ultima l'energia luminosa è una parte) e perciò ne resulta uno stato finale medio. Se una molecola qualunque subisce un aumento di energia intermolecolare, per es. per l'assorbimento della luce incidente, essa ne perde altrettanta negli urti immediatamente successivi; e se ha una deficienza di energia intermolecolare, tosto la riacquista. Ora il potere emissivo dipende dalla facilità con la quale parte di questa energia intermolecolare prodotta dagli urti, e corrispondenti all'energia luminosa, è restituita sotto forma di *vibrazioni luminose*, cioè dipende dall'attrito fra le molecole vibranti del corpo e l'etere che le circonda. L'assorbimento dipende dalle stesse quantità, e quindi anch'esso dalla struttura molecolare. Ma poichè da una parte il potere emissivo è tanto maggiore quanto è maggiore quell'attrito, e dall'altra parte il potere assorbente cresce del pari col medesimo attrito, così il potere assorbente e quello emissivo devono procedere ugualmente; e quindi soltanto per tutti i corpi pei quali esiste questa reciprocità vale la legge di Kirchhoff. L'applicabilità della legge di

Kirchhoff ai fenomeni luminosi presuppone dunque una trasmutabilità uniforme dell' energia intramolecolare, specialmente di quella luminosa, in energia di traslazione e viceversa, perchè soltanto in questo caso il rapporto fra l' energia assorbita e quella emessa può esser funzione della lunghezza d' onda.

Ma se le condizioni son tali che l' energia intermolecolare prodotta dall' assorbimento della luce incidente non è convertita dopo pochi urti in energia di traslazione, allora la quantità dell' energia luminosa aumenta gradatamente, e una nuova emissione si aggiungerà a quella dipendente dalla temperatura, cioè si produrrà luminescenza. Che qui non vale più e che non può valere la legge di Kirchhoff è chiaro, perchè la struttura della molecola è tale che la trasformazione uniforme dell' energia luminosa in quella del moto di traslazione, e viceversa, non può allora aver più luogo; anzi, sembrerebbe che la legge di Kirchhoff fosse applicabile soltanto nel caso ideale di un corpo luminoso, in cui l' assorbimento non producesse nessun aumento nei moti luminosi. Quella legge vale dunque soltanto per quella parte del moto luminoso, che non è luminescenza. Del resto la legge stessa non è stata provata vera quantitativamente per i gas luminosi, e tutto si è limitato alla verifica qualitativo-quantitativa di alcune sue conseguenze.

Come dipende la luminescenza dal modo di eccitazione.

La luce luminescente per l' intensità e pel calore dipende in alto grado dal modo di eccitazione.

Nella fotoluminescenza, e specialmente nella fluorescenza e nella fosforescenza, il colore della luce emessa dipende da quello della luce eccitante. Nell' elettroluminescenza, scariche diversamente intense provocano diverse qualità di radiazioni. I limiti delle stratificazioni nei tubi di scarica sono di colori diversi secondo che son rivolti al polo positivo o a quello negativo. Ciò si osserva anche meglio se in un tubo di scarica si mescolano idrogeno e vapor di sodio. Di più la colorazione dell' involucro che circonda il catodo è diversa da quella della luce positiva. I composti dello solfo, che diventano luminosi per luminescenza chimica, danno colori diversi a seconda della loro tem-

peratura. E come l'A. stesso ha fatto notare in una comunicazione successiva (*Wied. Ann.* XXXVIII, pag. 488, 1889) il crown nel fosforoscopio emette luce di un bel verde, mentre sotto l'azione dei raggi catodici dà luce verde-cupa. Il flint e il vetro poco fusibile emettono nel fosforoscopio luce verde, nei raggi catodici luce bleu; cioè i raggi catodici eccitano luce più rifrangibile di quella eccitata dai raggi solari.

Anche l'ordine dell'intensità dell'emissione luminosa può in due corpi esser completamente invertito, secondo il modo di eccitazione. Così se nell'elettroluminescenza un corpo A è luminoso al pari o più di un altro corpo B, non è necessario che lo stesso abbia luogo nell'incandescenza o nella luminescenza chimica. Ne sono esempio il mercurio e il sodio: nella fiamma a gas il primo, portatovi sotto forma di vapore, non è quasi affatto luminoso, mentre emette luce vivissima nei tubi di Geissler; il sodio è invece molto luminoso in ambedue i casi.

In alcuni casi luminescenza e ignizione si succedono l'una all'altra: per es. nella fiamma una parte del fenomeno luminoso è dovuto certamente alla luminescenza chimica, e un'altra a fenomeni d'ignizione, almeno quando si separano particelle solide. Se in un tubo pieno d'idrogeno si fanno passare scariche di tale intensità che si manifestino appena le righe del suo spettro, l'idrogeno non è scaldato ancora fino all'incandescenza; se invece si adoprano scariche molto energiche, alla luminosità primitiva si aggiunge un forte aumento di temperatura che produce l'incandescenza. Soltanto per i raggi emessi per l'incandescenza l'assorbimento sarà corrispondente alla legge di Kirchhoff; non così per gli altri. E anche le righe di diversa lunghezza, che si osservano quando l'immagine di una fiamma orizzontale è proiettata sulla fenditura verticale di uno spettroscopio, dipendono senza dubbio, in parte almeno, dai differenti processi di luminescenza e di incandescenza; e sono in corso delle ricerche per dedurre da questo fenomeno quali righe dello spettro sien dovute alla luminescenza, e quali all'incandescenza.

Differenze nel modo della produzione e dell' emissione della luce; eccitazione continua e discontinua. — Valore dell' intensità luminosa.

In tutte le ricerche sulla luminosità si devon ben distinguere due classi principali di fenomeni: prima quelli nei quali *sempre le stesse* particelle emetton luce, e poi quelli nei quali i moti luminosi son prodotti da molecole *sempre diverse*.

Il primo caso, del quale soltanto qui sarà trattato, si presenta nei fenomeni ordinari della fluorescenza, dell' elettroluminescenza, ecc.; il secondo si presenta nei fenomeni chimici (come la combustione del fosforo) nella cristallizzazione dell' anidride arseniosa, e nei fenomeni luminosi che offrono i composti fosforescenti dello solfo.

La quantità di energia che si comunica a un corpo e che dà luogo ai movimenti luminosi, subisce continuamente una diminuzione in conseguenza dell' emissione della luce, e lo stato finale del corpo, per quanto si riferisce ai fenomeni luminosi, dipende dalle relazioni fra queste due quantità: se esse, cioè se la somministrazione e la perdita di energia per l'unità di tempo, diverranno uguali, si presenterà uno stato stazionario.

a) La *somministrazione dell' energia* che provoca la luce o può esser continua, o può ripetersi a intervalli più o meno grandi.

Una comunicazione *continua* si ha quando si determina la fluorescenza con la luce incidente, perchè le interruzioni che si osservano nel fosforoscopio non debbono considerarsi affatto, essendo infinitamente lunghe in confronto del periodo di vibrazione. Alla stessa categoria appartengono probabilmente la luminescenza catodica e l' elettroluminescenza.

Eccitazione *discontinua* si ha in molti altri casi, come nei gas incandescenti. Nell' urto di due molecole una parte dell' energia di traslazione è trasformata in energia luminosa, e di questa una porzione è perduta per la radiazione esterna nella traiettoria libera fra due urti.

I due casi devon trattarsi separatamente perchè il modo dell' eccitazione è essenzialmente diverso. Nell' incandescenza

sono le azioni reciproche fra le molecole che si urtano, sieno esse o no della stessa specie, che producono i movimenti cui è dovuta la luce; mentre nella foto- e nella elettroluminescenza la luce è dovuta a un movimento che è comunicato alle particelle dall' esterno.

b) La *diminuzione dell' energia luminosa* può parimente aver più cause. È da prima causata dalle vibrazioni della luce emessa; poi per gli urti di due molecole una parte dell' energia dei moti luminosi può convertirsi in energia di traslazione e quindi aumentare di temperatura; inoltre è da notare che entro ogni molecola gli atomi che posson compiere vibrazioni luminose saranno soltanto quelli associati in un particolar modo (e che qui saranno chiamati atomi *lucigeni*) e un' altra causa di diminuzione consisterà nel potersi i moti di questi comunicare in parte ad altri contigui non lucigeni. Oltre a ciò, secondo la struttura delle molecole, soltanto una specie particolare di vibrazioni potrà essere spenta, mentre altre resteranno inalterate, analogamente a quanto si presenta nelle vibrazioni sonore.

Come esempi possono qui citarsi le soluzioni di fluoresceina e di eosina [1]) nella glicerina, ottenute coll' aggiungere gelatina alle soluzioni di quelle sostanze, e lasciando seccare. Nella luce fluorescente di tali corpi, osservata durante l' illuminazione stessa, lo spettro è continuo dal rosso al verde; in quella fosforescente, che è osservata qualche poco dopo, si ha un minimo quasi affatto oscuro nell' aranciato. Dunque in tali corpi per il complesso dei raggi del ranciato la perdita di energia luminosa è causata non solo dall' emissione, ma anche da un assorbimento avvenuto entro le molecole stesse.

Consideriamo ora le relazioni fra l' intensità della luce emessa da un corpo, studiando separatamente i casi dell' eccitazione continua e di quella discontinua.

A) Se l' eccitazione è continua si può usare la relazione

$$di = (\phi - bi)\, dt. \tag{1}$$

1) E. Wiedemann, *Sitzb. d. phys. med. Soc.* Erlangen, luglio 1887 Cfr. *N. Cim* 21, pag. 258, 1887.

La variazione di dell'intensità che avviene nell'elemento di tempo dt è uguale alla variazione $\phi\, dt$ dell'intensità prodotta da cause esterne, diminuita della variazione $bi\, dt$ dovuta alla radiazione, ove si ammetta che la diminuzione dell'intensità sia proporzionale all'intensità esistente nel momento considerato [1]).

Come si vede dalla (1), b è il valor reciproco del tempo nel quale l'unità d'intensità è irraggiata quando lo splendore del corpo raggiante si mantenga uguale all'unità. La diminuzione di splendore può esser qui dovuta tanto alla radiazione quanto all'assorbimento interno.

La funzione ϕ dipende essenzialmente dal modo dell'eccitazione.

Per la fotoluminescenza possiamo ammettere $\phi = AJ$, cioè che ϕ sia proporzionale all'intensità J della luce incidente; allora A è la reciproca del tempo necessario ad eccitare l'unità d'intensità coll'intensità incidente uguale a 1; oppure A rappresenta la frazione dell'intensità incidente che, durante l'unità di tempo, è convertita in intensità irraggiata. Allora

$$di = (A\,J - bi)\, dt,$$

e se C è una costante

$$i = 1/b\,(AJ - Ce^{-bt}).$$

Se $i = 0$ per $t = 0$, si ha $C = AJ$, e quindi

$$i = \frac{A\,J}{b}(1 - e^{-bt}). \tag{2}$$

Altre equazioni, diverse dalle (1) e (2), si avranno per altre ipotesi sulla dipendenza di di da i; ma poichè l'intensità irraggiata deve crescere con quella incidente si avrà sempre un'equazione analoga alla (2). Le conclusioni seguenti saranno quindi essenzialmente sempre valide.

A rigore, per ogni lunghezza d'onda occorrerebbe un'equazione della forma (1), perchè il valore di b può essere ben diverso per raggi di diversa lunghezza d'onda, come lo mostrano le esperienze sopra accennate coll'eosina e colla fluoresceina; e anche il

1) Questa equazione vale per le intensità comunicata e irraggiata; ma se si ammette che l'intensità irraggiata sia proporzionale all'energia luminosa esistente, può applicarsi senz'altro anche alle intensità dei moti luminosi.

valore di A dipende dal colore della luce eccitante, come mostrano molti corpi fluorescenti.

L'intensità i_f della *luce fluorescente*, cioè l'intensità della luce ottenuta con illuminazione continua, è determinata dal valore di i per $t = \infty$; essa è così grande che la perdita è uguale al guadagno, e quindi deve essere $di/dt = 0$; dunque sarà

$$(3) \qquad i_f = \frac{A J}{b}.$$

Lo splendore della luce fluorescente dipende dunque dalla frazione dell'energia incidente trasformata in vibrazioni luminose e dalla perdita di energia che è definita da b. La prima quantità dipende a sua volta dall'assorbimento, ecc.; la seconda dell'intensità dell'emissione e dalla perdita d'energia causata sia dall'urto delle molecole, sia dall'attrazione mutua degli atomi costituenti la molecola. Il grande aumento della luce fluorescente che si presenta, se con l'aggiunta di gelatina si fanno più vischiose le soluzioni di corpi fluorescenti, si può riferire alla diminuzione di quella parte di b che corrisponde alla perdita di energia causata dagli urti; perchè per l'aumentato attrito, e quindi per la diminuita mobilità, le molecole si urtano molto più raramente.

B). Consideriamo ora il secondo caso, nel quale per una causa qualunque l'energia è portata ad un valore costante, e quindi al tempo $t = 0$ il corpo irraggiante è lasciato a se stesso e si toglie la causa eccitante. Si ammetterà che la perdita di energia avvenga soltanto per l'irraggiamento e non per l'assorbimento, e che durante l'irraggiamento la quantità di energia luminosa contenuta in una particella non sia aumentata da processi che avvengano nell'interno della molecola, nè da urti di altre molecole.

Se, allora, i è l'intensità misurata con un'unità qualunque. cioè l'energia emessa per unità di tempo al tempo t, b la costante di cui sopra, durante il tempo dt il corpo irraggiante perde una quantità di energia luminosa

$$di = - bi\, dt.$$

Integrando da 0 a ∞ si ottiene la quantità totale dell'energia luminosa delle particelle vibranti, perchè in un tempo ∞

tutta l' energia deve essere emessa; dunque la quantità totale L di energia che si ottiene è:

$$L = \int_0^\infty i\,dt = \int_0^\infty i_0\,e^{-bt}\,dt = \frac{i_0}{b}.$$

Se si conosce l' intensità i_0 per $t = 0$, e la costante b, quest' equazione ci dà, nelle precedenti ipotesi, l' energia luminosa del corpo studiato.

Potere emissivo totale e vero.

L' energia emessa dall' unità di peso di un corpo nell' unità di tempo, che è contenuta nei raggi compresi in una piccola regione dello spettro fra le lunghezze d' onda λ e $\lambda + d\lambda$, si può indicare con $s_\lambda\,d\lambda$, se s_λ è l' energia contenuta nella regione fra λ e $\lambda + 1$, e se in quella regione si trova in ciascun punto la stessa energia come nel punto λ; s_λ si può dunque chiamare il *potere emissivo vero* al punto λ, riferito all' unità di peso. Lo spessore dello strato irraggiante è qui supposto tanto sottile, che si possa trascurare in esso l' assorbimento dei raggi emessi; e l' energia si suppone misurata in unità termiche.

Se la regione considerata dello spettro si estende da λ_1 a λ_2, l' energia emessa è

$$S_\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} s_\lambda\,d\lambda.$$

S_λ è il potere *emissivo totale* dell' unità di peso fra le lunghezze d' onda λ_1 e λ_2, e rappresenta l' energia emessa nell' unità di tempo dall' unità di peso del corpo considerato, per tutti i raggi compresi fra λ_1 e λ_2.

Si deve notare che S_λ e s_λ non erano mai stati trovati sperimentalmente, e che per l' innanzi l' emissione non era riferita a una quantità determinata del corpo raggiante, ma soltanto alla sua unità di superficie. Moltiplicando s_λ e S_λ pel peso molecolare del corpo, si ottengono i poteri emissivi molecolari.

Per la determinazione sperimentale dei due poteri emissivi nello spettro visibile, espressi in misura termica, devesi determinare per un dato corpo (e meglio sarebbe per uno affatto nero)

l'irraggiamento in misura termica, e, col metodo che sarà quì sotto indicato, confrontare e rendere uguale il suo splendore con quello del corpo da studiarsi; poichè, a splendore uguale, anche l'energia, relativa alla stessa regione dello spettro, che arriva all'occhio è la stessa. Dovrà dunque esser da prima stabilito il rapporto delle energie ricevute dall'apparecchio, le quali sono proporzionali ai poteri emissivi delle due sorgenti luminose e dipendono dalla distanza del corpo luminoso, dallo spessore dello strato irraggiante, ecc.; inoltre dovrà tenersi conto della dispersione.

Andamento delle determinazioni sperimentali.

Poichè in tutte le misure di cui qui si tratta si doveva determinare il potere emissivo in misura termica, cioè in piccole calorìe al secondo, occorreva ridurre prima in misure assolute le misure fatte per una certa distanza dalla fenditura del fotometro, colla lampada all'acetato di amile che serviva come sorgente di confronto. Ciò fu ottenuto mediante il confronto coll'irraggiamento di un filo di platino incandescente, pel quale fu trovata tanto l'energia irraggiata da 1 g. di Pt, espressa in piccole calorie al sec., quanto il rapporto fra l'energia totale e quella corrispondente a una data regione dello spettro, p. es. al giallo. Poi fu confrontato lo splendore totale di una fiamma luminosa a gas colorata dal sodio, con lo splendore della fiamma all'acetato di amile, e quindi fu dedotto il potere emissivo in piccole calorie al sec. per un grammo e per una molecola di sodio. Infine fu determinata la costante b, e coll'aiuto del suo valore così trovato, fu determinato il valore dell'energia luminosa L e perciò quello dell'energia cinetica dei movimenti luminosi.

Le misure furon fatte da prima per la linea D, e come lampada di confronto servì sempre quella all'acetato di amile.

La disposizione sperimentale adottata nella determinazione in misura assoluta dello splendore della lampada campione, fu il seguente. A una determinata distanza della fenditura del collimatore del fotometro di Glan e sul prolungamento del suo asse, fu situato un filo d di platino col suo asse parallelo alla fenditura, e per mezzo di una corrente elettrica fu portato all'incan-

descenza. Davanti al prisma di confronto fu posta l'altra sorgente luminosa. Il filo di platino si trovava nel vuoto perchè la perdita della sua energia fosse determinata soltanto dall'irragiamento, e non dalle correnti di convezione, e poichè il filo nel riscaldarsi si dilata, per impedire che s'incurvasse era tenuto sempre teso con un peso opportunamente disposto.

Il prisma a doppia immagine del fotometro fu disposto in modo che i quadrati delle cotangenti degli angoli di deviazione fossero proporzionali allo splendore J del filo di platino. L'apparecchio usato differiva da quello descritto dal Glan soltanto per una rotazione di 180° fatta subire al prisma di Wollaston.

La quantità E d'energia perduta in un secondo dal filo di platino per illuminazione costante, in unità termiche, è proporzionale al prodotto della resistenza w del filo pel quadrato dell'intensità i della corrente; e se w e i son misurati in ohm e in ampere, si ha

$$E = 0{,}24\, w i^2$$

ove 0,24 è il fattore necessario a ridurre l'energia misurata in ohm-amp. a energia misurata in piccole calorie al secondo.

La misura di w fu ottenuta con un ponte di Wheatstone, che in uno dei rami conteneva il filo di platino d, e in uno dei rami adiacenti un galvanometro destinato a misurare l'intensità della corrente i. Il coefficiente di riduzione di tal galvanometro era determinato spesso per mezzo di un voltametro a miscuglio esplosivo.

Fu da prima ricercato in qual modo l'intensità della luce nel giallo cresce al crescere della temperatura. Se si indicano con w_{15} e con w_t i valori di w alle temperature di 15° e di $t°$, con i l'intensità della corrente e con J lo splendore nel giallo, fu trovato:

$w_{15} = 0{,}2555$

w_t	0,6314	0,6609	0,6923	0,7274	0,7336
i	1,997	2,195	2,478	2,843	3,383
w_t/w_{15}	2,471	2,587	2,709	2,847	3,028
$w_t i^2$	2,518	3,184	4,251	5,879	8,854
J	0,025	0,0935	0,189	0,455	1,761

Secondo W. Siemens [1]) il rapporto $w_t/w_{18} = 2,471$ corrisponderebbe circa a 700° c., quello $= 3,028$ a circa 1000° c.; quindi in quest'intervallo di temperatura il valore di J cresce di circa 70 volte, in concordanza con ciò che trovò Violle [2]), secondo il quale per la linea D fra 775 e 1045° c. crescerebbe di 72 volte.

Dalle cifre su riportate si vede che la radiazione J nella parte visibile cresce assai più rapidamente di quella totale E (misurata da w_t^2); perchè mentre la prima diviene 70 volte maggiore, la seconda non lo diviene che $3\,^1/_2$ volte. Resultati analoghi si hanno dalle ricerche di Violle per le altre porzioni dello spettro visibile; ma al crescere della temperatura l'intensità cresce più lentamente per i raggi meno rifrangibili che per gli altri. Ora è da notare che nella radiazione totale sono anzi tutto contenuti i raggi infrarossi, il cui aumento è più lento di quello che è dato dai numeri sopra riportati; ma contemporaneamente si vede che anche per le più elevate temperature la radiazione nell'infrarosso dà il contributo prevalente alla radiazione totale. Perchè, l'aumento straordinariamente rapido della radiazione nella parte visibile dello spettro non serve a compensare quello tanto più lento dell'infrarosso.

Resultati analoghi furono ottenuti dallo Schnebeli [3]) nelle sue ricerche con una lampada Swan.

Determinazioni numeriche dell' irraggiamento pel platino, pel sodio, ecc.

Dalle misure fatte nel modo anzi detto, e dai calcoli che per brevità si tralascia di riportare, il Wiedemann trovò che 1 cm². della superficie del filo di platino scaldato a circa 1000° irraggia 4,7 piccole calorie al secondo. Il valore così trovato è maggiore di quello indicato dal Bottomley [4]). forse per la maggior temperatura adoprata dal Wiedemann; per l'ordine di grandezza esso concorda con quello che il Tumlirz [5]) trovò nelle sue ricerche sull'equivalente meccanico della luce.

1) *Proc. R. Soc. Lond.* 35, pag. 166, 1883; *Beibl.* 7, pag. 769.
2) *Compt. Rend.* 92, pag. 866 e 1204, 1881.
3) *Wied. Ann.* 22, pag. 433, 1884.
4) *Phil. Trans. R. Soc. Lond.* 118, pag. 429, 1887.
5) *Wien. Ber.* 95 e 97, 1888.

Se d è lo spessore dello strato irraggiante, s il peso specifico del platino, il peso dello strato irraggiante che ha l'unità di superficie è $\gamma = sd$. Prendendo col Wien [1]) $d = 10^{-5}$ cm., ed essendo $s = 21{,}5$, il peso dello strato irraggiante è $2{,}15 . 10^{-4}$ g., e un grammo di platino alla temperatura di 1000° circa emette al secondo un' energia totale misurata da $2{,}2 . 10^{4}$ piccole calorie.

Se per il peso assoluto di un atomo d'idrogeno si ammette il valore $7{,}5 . 10^{-23}$ g., che si deduce dalle ricerche di Van der Waals, e si prende = 194 il peso atomico del platino, il peso di 1 atomo di platino è $15 . 10^{-21}$ g.; e perciò 1 atomo di platino, allo stato solido e alla temperatura di circa 1000° emette un' energia data da $2{,}2 . 10^{4} . 15 . 10^{-21} = 3{,}3 . 10^{-16}$ piccole calorie al secondo.

Poichè, secondo Violle, occorrono circa 38 calorie per inalzare da 0 a 1000° la temperatura di 1 grammo di platino, e poichè per scaldare ugualmente lo strato superficiale irraggiante occorrono $2 . 10^{-4} . 38 = 7{,}6 . 10^{-3}$ calorie, si vede che l' energia irraggiata in un secondo dal platino a 1000° è circa 600 volte più grande di quella, che occorre per scaldare la stessa quantità di platino da 0 a 1000°.

Se si ha un filo di platino di raggio r cm. lungo 1 cm. l'energia M prodotta in 1 sec. per l'irraggiamento a 1000° e quella W comunicata per scaldarlo da 0 a 1000° son date da

$$M = 2\pi r . 4{,}7 \qquad W = \pi r^2 . 21{,}5 . 38 ,$$

quindi

$$W / M = 87\, r .$$

Si vede dunque che per un filo dello spessore di circa $^1/_{42}$ di cm. l' energia irraggiata al secondo e quella comunicata per scaldarlo da 0 a quella temperatura sono presso che uguali. Per fili più sottili la seconda diminuisce molto rapidamente in confronto della prima.

I numeri indicati in queste ricerche per le temperature sono soltanto approssimati, perchè la resistenza elettrica misurata è la media di quelle che si hanno alle diverse temperature nei vari strati del filo.

Dopo le misure qui riportate, l'A. confrontò la lampada

1) *Wied. Ann.* 35, pag. 57, 1888.

all'acetato d'amile col filo di platino incandescente, e tenendo conto del fatto che il filo di platino è una sorgente luminosa lineare, mentre la fiamma è una superficie, trovò che l'energia E' dell'unità di superficie della fiamma stessa, espresso per quella E del filo incandescente di platino, è nel giallo

$$E' = 0{,}13\,E\,.$$

Con misure analoghe alle precedenti, e col metodo sopra indicato, valutando la quantità di sodio che era volatilizzata nel bruciatore adoprato, l'A. trovò che il potere emissivo totale del sodio, cioè l'energia irraggiata da 1 grammo di sodio nelle due linee gialle, è di $3{,}2\,.\,10^3$ picc. calorie al sec.; e quindi, nell'ipotesi (certamente non vera) che ambedue le linee abbian lo stesso splendore, a ciascuna di esse corrispondono 1600 picc. calorie al sec. Un atomo di sodio, che pesa $1{,}7\,.\,10^{-21}$ g., emette dunque $5{,}5\,.\,10^{-8}$ picc. calorie al sec.; ma poichè oltre a quelle direttamente osservate, bisognerebbe tener conto anche delle radiazioni infrarosse, i numeri così trovati sono al di sotto del vero.

Se l'anzidetta energia si divide per la larghezza di una linea del sodio, che è $^1/_4$ della distanza fra le due righe gialle del sodio stesso, e quindi 0,15 $\mu\mu$, se per unità di lunghezza si prende 1 $\mu\mu$ pel potere emissivo vero del sodio si ha

$$s_{Na} = \frac{1600}{0{,}15} = 10700\,.$$

Se ora si confronta questo con quello del platino, si trova:

$$s_{Na} / s_{Pt} = 5\,.\,10^3\,;$$

quello del sodio è dunque assai maggiore di quello del platino.

Uno strato di platino di 1 cm² di superficie e dello spessore di 10^{-5} cm. che contiene $2\,.\,10^{-4}$ g. di platino, è quasi affatto opaco. Secondo la legge di Kirchhoff adunque, uno strato di vapor di sodio che, a motivo del maggior potere emissivo dei suoi raggi, contiene minor quantità di sostanza, dovrebbe esser anch'esso opaco; dovrebbe cioè essere opaco uno strato che per cm² contenesse

$$\frac{2\,.\,10^{-4}}{5\,.\,10^3} = 4\,.\,10^{-8} \text{ g. di Na}\,.$$

Nelle fiamme adoprate in queste ricerche, in uno strato di 1 cm^2 di superficie si trovavano $6,9 . 10^{-7}$ g. di Na, cioè quasi 20 volte più di quello che sarebbe necessario per produrre una opacità uguale a quella del platino. Se la legge di Kirchhoff valesse qui, la fiamma avrebbe dunque dovuto esser affatto opaca per i raggi gialli. L'esperienza mostra che per una tal fiamma si ha infatti un'inversione delle righe, cioè nel mezzo di ciascuna delle due linee gialle del sodio se ne presenta una nera, se la fiamma è attraversata da un fascio di luce bianca; ma l'assorbimento non è così grande come esigerebbe la legge di Kirchhoff, poichè la linea nera è limitata al centro. Quindi sembra che nella fiamma del sodio insieme ai fenomeni luminosi ordinari si presentino anche dei fenomeni di luminescenza. E infatti questa fiamma è sede di fenomeni chimici molto complicati, che richiedono uno studio accurato.

I poteri emissivi del sodio e del platino furono anche confrontati direttamente, tenendo il filo di platino teso nella fiamma a gas che serviva a bruciare il sodio: quando si voleva misurare la luce emessa dal platino, la fiamma era resa oscura spolverandovi dell'acqua; quando invece si colorava col sodio, il platino era allontanato dall'asse del fotometro. I resultati così ottenuti per i poteri emissivi totali concordano con quelli trovati col metodo precedente. Per i poteri emissivi veri non si ha, dal confronto diretto, lo stesso accordo; forse perchè la distribuzione dell'intensità luminosa è diversa da quella che è stata supposta nelle deduzioni teoriche.

Della differenza che passa fra il potere emissivo vero e quello totale, è da tenersi conto in molti casi, e specialmente nel confronto degli spettri a righe con quelli a colonnato. In ambedue il potere emissivo totale è lo stesso, o quasi; mentre quello vero per ciascuna regione dello spettro è maggiore assai negli spettri a righe che in quelli a colonnato. Di questa differenza devesi tener conto specialmente nelle inversioni degli spettri; perchè l'assorbimento corrisponde all'emissione vera e non a quella totale.

Determinazione della quantità d'energia luminosa.

Secondo l'equazione $L = i_0 / b$ sopra stabilita, poichè ad i_0

si deve sostituire E_0, cioè l' energia irraggiata nell' unità di tempo, purchè lo stato del corpo resti costante come al principio; e poichè E_0 è stato determinato colle precedenti misure, per trovare L non resta che determinare b, che dipende dalla velocità con la quale cessa di esser luminoso un corpo che è sottratto all' azione che provoca la luce.

Se J_t e J_0 sono le intensità cui son proporzionali le energie emesse ai tempi t e 0, si ha

$$J_t = J_0 e^{-bt}, \qquad \text{quindi} \qquad b = (\log J_0 / J_t) / t \log e.$$

Per questi calcoli non si possono evidentemente adoperare le quantità ricavate da quei fenomeni nei quali, avendosi pure una diminuzione graduale dell' emissione luminosa, la diminuzione dello splendore è determinata non solo dalla diminuzione dei movimenti luminosi, ma l' energia luminosa è in parte sostituita da altri processi. Ciò si presenta nei corpi resi incandescenti per un aumento di temperatura, e che si raffreddano gradatamente per irraggiamento; poichè nel raffreddarsi, mentre le molecole perdono per irraggiamento una parte dell' energia dei loro moti luminosi, se l' energia del moto luminoso diminuisce al di sotto di ciò che corrisponderebbe alla temperatura dominante, una parte di essa è ristorata dagli urti molecolari a spese dell' energia di traslazione.

Se, inoltre, il corpo assorbe molta luce, e se lo strato usato è così spesso che tutte le sue molecole non possano emettere raggi luminosi, allora una porzione dell' energia delle parti più interne, più calde e non irraggianti, è trasmessa per conduzione agli altri strati esterni che si raffreddano per irraggiamento. In tali casi, perciò, il corpo perde non solo energia *sotto forma di movimenti luminosi,* ma perde anche la quantità totale di calore che gli era stata comunicata per riscaldarlo dalla temperatura dell'ambiente a una temperatura più elevata. Le misure del tempo impiegato nel raffreddamento dal calor bianco all' oscurità, non posson quindi impiegarsi nella determinazione di b.

Ricerche sul color luminoso di Bailmain.

Nei fenomeni della fosforescenza non si presentano le cause secondarie sopra accennate. La sostanza adoprata in queste ricer-

che fu il colore luminoso di Bailmain, che fu ridotto in strati sottili sciogliendolo nella gelatina e facendone seccare piccoli strati sopra lastre di vetro. Dalle misure fatte con opportuni apparecchi risultò che i tempi impiegati a passare da un determinato splendore all'oscurità dipende, per uno strato di quella sostanza, dal tempo che è durata l'illuminazione precedente. Se questo è brevissimo, per es. 1 sec., quel passaggio è molto più rapido di quando l'illuminazione è durata più a lungo. Perciò le misure fatte con quel colore, o con sostanze analoghe, non possono adoprarsi per trovare il valore di b.

Per spiegare questi fenomeni si può ammettere che la luce incidente provochi, nei corpi fosforescenti, delle modificazioni chimiche, che poi agiscono in senso opposto e producono perciò a loro volta della luce. La porzione più superficiale, che per prima subisce l'azione chimica, trasmetterà oltre quei raggi che erano assorbiti nella prima modificazione, e così strati sempre più interni subiranno l'azione chimica; accadrà cioè come nell'ioduro di mercurio, nel quale la modificazione gialla è trasparente per tutti quei raggi pei quali non lo è la modificazione rossa, e viceversa. Casi analoghi si presentano nelle diverse modificazioni del fosforo, del selenio, ecc.

Per quello che si riferisce alle modificazioni chimiche, si vede che è molto verosimile che le sostanze fosforescenti consistano di due modificazioni, una A stabile e l'altra B instabile, e che la modificazione A si trasformi nella B per l'assorbimento di certe radiazioni, la quale, per l'emissione della luce, si ritrasformi nella modificazione A. Si avrebbe così analogia completa coi fenomeni della dissociazione provocata dal calore, nei quali l'aumento e la diminuzione di temperatura corrisponderebbero alla comunicazione e all'emissione della luce. Quest'ipotesi spiegherebbe anche perchè alcuni raggi dello spettro provocano per i primi una fosforescenza vivace, ma che dura meno: sarebbero, cioè, i raggi assorbiti dalla modificazione B, che eccitando appunto le molecole di B affretterebbero la loro trasformazione, con produzione di luce assai viva. La medesima ipotesi spiegherebbe anche un fenomeno osservato da Becquerel [1]) nella fosfo-

1) *Compt. rend.* 96, pag. 1853, (1883).

rescenza dei solfuri delle terre alcaline; nonchè la tribolumine-scenza dei chetoni preparati dal Kraft [1]), i quali emettono luce quando sono spezzati, o quando son mossi in una camera oscura.

Metodi per determinare il valore di b.

Se il colore di Bailmain non si presta per le ragioni anzi dette, altri fenomeni si conoscono che posson servire a determinare l'ordine di grandezza del valore di b.

a) Dalle osservazioni fatte da Michelson e Morley [2]) sulle frange d'interferenza con grande differenza di fase, resulta che colla luce del sodio sono visibili delle frange con una differenza corrispondente a 200000 lunghezze d'onda; quindi possiamo concludere che dopo un tempo uguale a quello che è necessario per compiere 200000 vibrazioni della luce del sodio, l'energia non è ancora nelle molecole vibranti ridotte alla metà; perchè altrimenti la differenza d'intensità dei due fasci che interferiscono sarebbe troppo grande, alla fine di quel tempo, per produrre delle frange d'interferenza visibili. Che un gran numero di vibrazioni possano aver luogo inalterate o senza grande diminuzione d'intensità, è dimostrato anche dal presentarsi di righe spettrali molto sottili, perchè le vibrazioni che le producono possono aver luogo soltanto nella traiettoria libera fra due urti, dacchè dal momento che le molecole si trovano entro la sfera dell'azione reciproca, le loro vibrazioni divengono irregolari. Dalle ricerche di Ebert [3]) si deduce che l'aumento del numero delle particelle luminose nell'unità di volume è quasi la sola causa dell'allargamento delle righe, segno sicuro che i modi di vibrazione divengono più complicati in seguito agli urti delle molecole della stessa specie.

Se si prende la lunghezza d'onda del sodio uguale a 0,0006 mm. il periodo d'oscillazione è $1/(5 . 10^{14})$ sec., e si ha

$$J_t = \frac{1}{2} J_0 = J_0 \, e^{-b \frac{200000}{5 . 10^{14}}} = J_0 \, e^{-4 . 10^{-10} b}$$

1) *Chem. Ber.* XXI 1888, pag. 2265.
2) *Sill Journ.* (3), 34, pag. 421, 1887.
3) *Wied. Ann.* 34, pag. 85, 1888.

da cui

$$b = 1 . 74 . 10^9$$

Il valore esatto è certamente minore, perchè è certo che si compiono più di 200000 vibrazioni prima che sia $J_t = {}^1/_2\, J_0$.

b) Con uno specchio girante Feddersen ha osservato delle scariche oscillanti che sono separate da spazi perfettamente oscuri. La durata delle oscillazioni era $100 . 10^{-7}$ sec. L'intervallo oscuro che corrisponde al passaggio da un'intensità elevata a un'altra piccolissima, per es. $^1/_{10000}$ del valore primitivo, è circa $^1/_{10}$ del periodo di oscillazione, cioè 10^{-6} sec.; quindi

$$J_t = J_0 / 10000 = J_0\, e^{-b . 10^{-6}} ; b = 10^7 .$$

Il valor vero è certamente maggiore.

c) Le scariche elettriche nei tubi di Geissler appariscono spesso così serrate fra loro negli specchi rotanti, che si seguono l'una all'altra a intervalli di $^1/_{10000}$ di sec., e son separate pur nonostante da intervalli quasi affatto oscuri.

Possiamo perciò supporre che durante $^1/_{100000}$ di sec. lo splendore sia ridotto almeno a $^1/_{10}$, e quindi

$$J_t = J_0 / 10 = J_0\, e^{-b . 10^{-5}} ; b = 2{,}3 . 10^5 .$$

d) Nel fosforoscopio i liquidi fluorescenti non emettono più luce già dopo $^1/_{4000}$ di secondo; possiamo dunque porre

$$J_t = J_0 / 100 = J_0\, e^{-b . 10^{-4}} ; b = 5 . 10^4 ;$$

ma b è certamente maggiore, perchè così non si può determinare esattamente, non conoscendo nessun liquido che sia anche fosforescente, e per t non si può assegnare che un limite superiore.

e) Da esperienze fatte con corpi fosforescenti solidi, come per es. col nitrato d'uranio, si deduce $b = 10^3$.

f) Dal tempo necessario a un filo di platino per passare dal calor bianco all'oscurità, e che fu trovato uguale a 8 sec. si

dedurrebbe $b = 100$ circa; ma il tempo indicato è certamente troppo grande, perchè, come fu già notato, una parte dell'energia irraggiata è restituita dai moti di traslazione; il valore di b è dunque certamente maggiore di quello così ottenuto.

Valutazione della quantità di energia luminosa.

Secondo l'equazione sopra stabilita, per la quantità L dell'energia luminosa si ha $L = E_0 / b$ in piccole calorie, ove E_0 si riferisce all'unità di peso. Ora si è trovato:

$$\text{pel sodio } E_0 = 3{,}2 \,.\, 10^3; \quad \text{pel platino } E_0 = 2{,}2 \,.\, 10^4.$$

Ponendo da prima per ambedue $b = 10^8$, si avrebbe

$$\text{pel sodio } L = 3{,}2 \,.\, 10^{-5}; \quad \text{pel platino } L = 2{,}2 \,.\, 10^{-4}$$

Se pel Pt si pone $b = 10^3$, ciò che dovrebbe esser più prossimo al vero, trattandosi di un corpo solido, si avrebbe pel platino $L = 22$ picc. calorie al sec.

Questi numeri rappresentano in misura calorimetrica l'energia cinetica effettiva dei movimenti intermolecolari che determinano l'emissione della luce nelle indicate condizioni della luminescenza. Si ha così per la prima volta un sicuro apprezzamento dell'ordine di grandezza dell'energia di tali movimenti, e siamo così posti in grado di ottenere nozioni più precise su quei movimenti medesimi.

Prova che le molecole materiali sono quelle che contengono l'energia luminosa. — Applicazione agli spettri.

Vediamo ora se le atmosfere d'etere delle molecole, o se le loro parti materiali son quelle che compiono i moti, che determinano l'energia luminosa. Quest'energia col decorrer del tempo viene emessa sotto forma di luce, e originariamente è presente sotto forma di vibrazioni, la cui forza viva massima è appunto uguale a quell'energia. L'ipotesi che da prima essa esistesse sotto forma di energia potenziale presenterebbe grandi difficoltà, specialmente pei gas monatomici.

Se v è la velocità con la quale le molecole vibranti passano per la loro posizione d'equilibrio, a l'ampiezza, T la durata d'oscillazione, il valore di v è dato com'è noto, dal massimo di

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(a \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T}\right) = \frac{2\pi a}{T} \cos 2\pi \frac{t}{T} ,$$

cioè

$$v = \frac{2\pi a}{T} .$$

Se m è la massa delle particelle vibranti, $\frac{1}{2} m v^2$ è l'energià luminosa che esse contengono; perchè qui, come quando si calcola l'energia delle oscillazioni di un pendolo, non si deve prendere il valor medio durante un'oscillazione, ma la forza viva che corrisponde alla velocità massima. L'energia totale determinata dal moto oscillatorio è irraggiata gradatamente, in modo del tutto indipendente dal fatto che in momenti diversi da quello in cui la particella passa per la sua posizione d'equilibrio, si componeva di energia potenziale e cinetica.

Se G è il peso della massa vibrante, che è contenuta in 1 grammo della sostanza luminosa, g l'accelerazione della gravità, 430 l'equivalente meccanico del calore, deve essere

$$430 \frac{E_0}{b} = \frac{1}{2} \frac{G v^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{G}{g} \frac{2^2 . \pi^2 a^2}{T^2} .$$

Poniamo $g = 10$ m , $T = \frac{1}{\alpha . 10^{14}}$, ove $\alpha . 10^{14}$ è il numero delle vibrazioni al secondo dell'etere pel raggio considerato; allora:

$$a^2 = \frac{2 . 10 . 430}{2^2 . \pi^2 . 10^{28}} \frac{E_0}{\alpha^2 G b} = \frac{1}{4{,}6 . 10^{25}} \frac{E_0}{\alpha^2 G b} \text{ (metri)}^2$$

Circa il peso G della massa vibrante, possiamo fare due ipotesi estreme:

1) Ammettiamo che sieno le particelle stesse che vibrano e che producono l'emissione della luce: allora G = 1 .

2) Ammettiamo che oscilli l'etere che circonda la molecola. Il peso dell'etere vibrante si trova come appresso. Il peso

di una molecola d'idrogeno è, secondo la teoria cinetica dei gas, $15 . 10^{-23}$ g. e il suo volume $4 . 10^{-25}$ cm³. La densità dell'etere rispetto all'acqua è 10^{-17}, il peso dell'etere contenuto nel volume di una molecola d'idrogeno è quindi dell'ordine di grandezza di

$$4 . 10^{-25} . 10^{-17} = 4 . 10^{-42} \text{ g.}$$

In ciò che precede si è supposto che l'etere occupi tutto il volume della molecola materiale e che entro i corpi abbia la stessa densità che ha nel vuoto; ma anche se la densità dell'etere si prende diversa, come lo mostrano gl'indici di refrazione, e se si suppone che formi soltanto un involucro attorno alla molecola, l'ordine di grandezza del valore ottenuta per G non è alterato.

1) Se dunque vibrano le particelle materiali, si ha

$$a_K^2 = \frac{1}{4,6 . 10^{15}} \frac{E_0}{\alpha^2 b} (\text{metri})^2$$

2) Se vibrano le particelle dell'etere, si ha

$$a_A^2 = \frac{1}{4,6 . 10^{25}} \frac{E_0}{\alpha^2 b . 2,6 . 10^{-20}} = \frac{1}{1,3 . 10^6} \frac{E_0}{\alpha^2 b} (\text{metri})^2 .$$

Calcoliamo ora a_K e a_A pel sodio e pel platino.

Pel *Sodio* è: $E_0 = 3,2 . 10^3$ picc. cal., $b = 10^8$, $\alpha = 5$, e quindi sostituendo il millimetro al metro si ha:

$$a_K = 1,7 . 10^{-13} \text{ mm.} \qquad a_A = 1,1 . 10^{-3} \text{ mm.}$$

Pel *platino*, ponendo $E_0 = 2,2 . 10^4$, $b = 10^3$, $\alpha = 2$ si trova

$$a_K = 3,5 . 10^{-10} \text{ mm.} \qquad a_A = 2,1 \text{ mm} .$$

Se anche si ponesse $b = 10^8$, si avrebbe

$$a_K = 1,1 . 10^{-12} \qquad a_A = 6,6 . 10^{-3} \text{ mm.}$$

Se confrontiamo ora i valori così trovati di a_K e a_A col diame-

tro delle molecole, che dalla teoria cinetica dei gas sappiamo essere dell'ordine di 10^{-7} mm., si hanno i resultati seguenti:

Se nel platino l'energia luminosa è dovuta alle vibrazioni dell'etere, le ampiezze di vibrazione dell'etere dovrebbero esser di $^1/_{100}$ di mm. o più, ciò che è affatto impossibile a immaginarsi; dunque le vibrazioni devon esser compiute dalle molecole materiali. Lo stesso vale anche pel sodio, perchè anche per esso le ampiezze di vibrazione dovrebbero esser migliaia di volte maggiori del diametro delle molecole.

Se invece si ammette che le vibrazioni sieno compiute dalle molecole stesse, le loro vibrazioni dovrebbero essere in ambedue i casi piccole frazioni del diametro delle molecole, e ciò è incomparabilmente assai più probabile.

E se, per riprova, si calcola quali valori dovrebbe aver b, perchè le vibrazioni delle atmosfere d'etere nel platino incandescente avessero un'ampiezza uguale al diametro molecolare, cioè 10^{-7} mm. si troverebbe $^1/b = 2{,}4 \,.\, 10^{-18}$, e quindi in un tempo uguale a $2{,}4 \,.\, 10^{-18}$ di sec. l'intensità si sarebbe ridotta a $^1/_{10}$ di quella iniziale (perchè $t = 1/b$ è appunto il tempo necessario affinchè nell'ipotesi $i_t = i_0\, e^{-bt}$ divenga $i_t = {}^1/_{10}\, i_0$); in altre parole basterebbero $^5/_{1000}$ del periodo di vibrazione per ridurre l'intensità a $^1/_{10}$ del valore iniziale, e ciò è assurdo. Lo stesso si trova pel sodio; dunque si può concludere: *l'energia luminosa è dovuta alle vibrazioni delle particelle materiali, e non a quelle dell'etere luminifero.*

La diversa specie degli spettri delle diverse sostanze deriva dunque dalla diversa struttura delle molecole dei corpi, e non dall'involucro d'etere che le circonda.

Per gli *atomi* luminosi, che si muovono liberamente nello spazio, e che producono spettri a righe, quelle vibrazioni posson consistere soltanto in cambiamenti opposti di posizione delle parti costituenti di un atomo materiale, che perciò non può avere una forma assolutamente fissa: sono dunque del tutto analoghe alle vibrazioni di una sfera deformata. Ciò serve di appoggio a quelle vedute teoriche che cercano di dedurre moti oscillatorii speciali per ogni corpo dalle equazioni che valgono per i corpi elastici.

Per i *composti* luminosi indecomposti, (che anche per le

massime dispersioni danno spettri a colonnato non riducibili a righe) la luminosità è dovuta agli spostamenti reciproci degli interi atomi separati che formano una molecola. Poichè le ampiezze sono piccolissime in confronto dei diametri delle molecole, esse posson benissimo aver luogo senza che i singoli atomi escano dalla sfera dell' azione scambievole, cioè senza che accada decomposizione.

La natura degli spettri dipende dunque da quella delle forze da cui dipendono le vibrazioni; e poichè nel caso degli atomi liberi sono analoghe alle forze elastiche e nel caso delle molecole vibranti sono forze scambievoli, è evidente che anche gli spettri relativi devono essere affatto diversi.

Energia luminosa e calore specifico dei gas monatomici.

La determinazione numerica dell' energia luminosa ci pone in grado di spiegare ciò che fu trovato da Kundt e Warburg [1]) secondo i quali il vapor di mercurio rispetto al suo calore specifico si comporta come un gas monatomico, cioè col riscaldamento cresce in esso soltanto la velocità traslatoria delle molecole, ma non si produce alcun' energia interna in ogni atomo. Con ciò contradice il fatto che il mercurio dà un bellissimo spettro a righe, che può derivare soltanto da moti intramolecolari.

Non conoscendo ancora i dati per calcolare l' energia luminosa del mercurio, per spiegare questa contradizione ci serviremo dei resultati ottenuti pel sodio, il cui vapore si deve comportare, alla temperatura della fiamma, come un gas monatomico, com'è sicuramente mostrato dal suo spettro a righe [2]).

Se si pone il calore atomico del vapor di sodio uguale a 3,0 come quello del vapor di mercurio, il suo calore specifico è 0,13. La quantità totale W di calore che devesi somministrare a un grammo di vapore di sodio per riscaldarlo dallo zero della

1) *Pogg. Ann.* 154, pag. 353, 1875.

2) Cfr. H. v. Helmholtz in un lavoro di Moser, *Pogg. Ann.* 160, 1877; ed E. Wiedemann, *Wied. Ann.* 5. pag. 501, 1878.

temperatura assoluta a 1000° c., è quindi

$$W = 0{,}13 \times 1273 = 165{,}5 \text{ calorie}:$$

ma l' energia luminosa è soltanto

$$L = 3{,}2 \,.\, 10^{-5} \text{ calorie},$$

cioè

$$L/W = 2 \,.\, 10^{-7} \text{ circa}.$$

L'energia luminosa è dunque soltanto una piccolissima frazione dell' energia totale, e nelle ricerche sul calore specifico è affatto trascurabile. Lo stesso varrebbe anche se, com' è forse il caso, esistessero pel sodio delle righe separate nell' infrarosso.

Le cose sono diverse, se si confronta W con L pel platino incandescente.

Ponendo il calore specifico medio del platino fra — 273 e 1000° c. alquanto più piccolo di quello fra 0 e 1000, cioè prendendolo = 0,037, si ha

$$W = 1273 \,.\, 0{,}037 = 47{,}1 \,.$$

Per L abbiamo trovato, nel caso del platino, i valori $L = 2{,}3 \,.\, 10^{-4}$ e $L = 22$, e perciò si hanno i due rapporti

$$L/W = 4{,}88 \,.\, 10^{-6} \qquad \text{e } L/W = 4{,}88 \,.\, 10^{-1} \,.$$

L'energia luminosa nel 1° caso è anche qui una piccola frazione di quella totale; ma nel 2° ne è una frazione considerevole. Non è quindi impossibile che nei solidi i moti di traslazione del centro di gravità, che qui consistono in vibrazioni attorno la posizione d'equilibrio delle molecole, dian luogo alla produzione delle vibrazioni luminose. Che il centro di gravità non può spostarsi molto dalla sua posizione media di equilibrio si deduce dal presentarsi delle frange d' interferenza con grande differenza di fase nella luce emessa dai corpi solidi incandescenti [1]).

1) E. Wiedemann, *Phys. med. Soc. Erlangen*, 1887.

Energia luminosa dei corpi fotoluminescenti.

Anche per la luce fosforescente ottenuta con un vetro di nitrato d'uranio, cioè anche nei fenomeni puramente luminescenti, l'A. ha riconosciuto con opportune misure che l'energia luminosa è dello stesso ordine di grandezza di quella che si ha nella fiamma Bunsen colorata col sodio; e da alcune discussioni che non son riportate, egli ha dedotto che la temperatura della luminescenza del nitratò d'uranio è assai elevata. Tali discussioni, e una determinazione più esatta dei singoli valori numerici, formeranno oggetto di ulteriori comunicazioni.

DI ALCUNE CIRCOSTANZE CHE INFLUISCONO SULLA MAGNETIZZAZIONE OPERATA DALLE SCARICHE DEI CONDENSATORI; NOTA DEL PROF. ABDÈNAGO MARIANINI.

Quando si voglia col re-elettrometro valutare l'intensità delle correnti elettriche prodotte dalle scariche dei condensatori, oltre agli inconvenienti di cui ho già parlato nella mia tesi di Laurea [1]), se ne presentano altri due e sono:

1.° La troppo breve durata di tali correnti;

2.° Le correnti d'induzione alternativamente in senso contrario che vengono generate nel circuito dalla corrente prodotta dalla scarica del condensatore.

Per convincersi del primo, basta notare che se si fa passare una corrente continua per l'elica che circonda un ferro, questo, per quanto appare, acquista tosto un momento magnetico che si conserva costante finchè la corrente conserva la stessa intensità; e che tuttavia è a ritenersi che (anche prescindendo dalle variazioni che la corrente avrà nel suo principio e dagli effetti da esse derivanti) si richieda un certo tempo perchè quel ferro sotto l'azione di quella corrente acquisti tutto il momento ma-

1) Intitolata: *Considerazioni sull' uso del re-elettrometro per la esplorazione delle correnti elettriche, specialmente di brevissima durata.* Modena 1886.

gnetico suddetto. Vi sarà dunque per la corrente elettrica, un certo limite, brevissimo, di durata, tale che quando la durata della corrente sia minore di questo limite, il ferro non acquisterà tutto il magnetismo che acquisterebbe se la durata della corrente oltrepassasse quel limite; per cui (cessata poi la corrente) il magnetismo sensibile che rimarrà nel ferro sarà minore di quello che vi sarebbe rimasto se la corrente, senza variar d' intensità avesse oltrepassato in durata quel limite. Laonde, ove si tratti di correnti di brevissima durata, potrà forse darsi che essa sia minore del suddetto limite (incognito) e che perciò il momento magnetico che per effetto della corrente acquisterà il ferro, dipenda anche dalla durata della corrente.

Riguardo poi al secondo inconveniente, è fuori dubbio che le correnti prodotte negli ottimi conduttori dalle scariche dei coibenti armati, sono seguite, almeno in moltissimi casi, da altre correnti, dirette alcune in un senso altre nel senso opposto, man mano più deboli e che si effettuano in brevissimo tempo, dipendenti da induzioni tra le diverse parti del conduttore, ed anco tra l' una e l' altra armatura del coibente. Laonde, anche ammesso che, introducendo il re-elettrometro nel circuito, o piuttosto nel conduttore della scarica, non s' introduca una causa di alterazione di corrente, la indicazione però che lo strumento darà in seguito della scarica, non potrà certo in tali casi avere una relazione costante colla prima e principale corrente prodotta dalla scarica medesima; le successive correnti, sien pure molto più deboli, essendo alcune dirette come la principale, alcune in senso contrario, devono più o meno in ogni caso diminuire il magnetismo generato dalla prima. Anzi queste correnti successive, se saranno man mano più deboli e alternate in sensi contrari o se si accosteranno (come probabilmente accadrà) a questa condizione, dovranno quanto all' effetto equivalere ad un' azione magnetizzante contraria.

Queste previsioni furono confermate da numerosi esperimenti, per i quali le cose erano disposte nel modo che ora vengo a descrivere.

L' armatura interna d' una boccia di leida comunicava col conduttore della macchina elettrica di Ramsden e con una pallina di uno spinterometro. L' armatura esterna, comunicante col

suolo, era unita alla seconda pallina dello spinterometro per mezzo di una striscia di piombo larga 1^c e lunga 6, 5^m circa, la quale passava sopra la grondaia in legno di un magnetometro ad ago sospeso, sensibilizzato ad una oscillazione ogni 5 sec., mediante una calamita opportunamente collocata al disotto dell' ago. Sulla grondaia del magnetometro e al di sopra della striscia di piombo (la quale perciò restava incurvata entro la grondaia) era collocato un tubetto di vetro ripieno quasi completamente di limatura di ferro e chiuso alle due estremità, il quale soltanto al principio di ciascuna serie di prove veniva agitato normalmente al meridiano magnetico per distruggere il magnetismo acquistato in precedenza dalla limatura di ferro.

Con tale disposizione ottenni, fra gli altri, i seguenti risultati.

Distanze esplosive	Numero delle scariche	Deviazioni
0^{mm},5	10	+ 4°
1	10	+ 17.30'
2	4	+ 22.45
3	4	+ 32.30
»	4	+ 35.30
4	4	+ 43.30
»	2	+ 44.30
5	1	+ 46.—
»	5	+ 53.—
6	1	+ 50.30
»	4	+ 55.—
7	1	+ 53.30
»	4	+ 55.30
6	1	+ 58.—
5	1	+ 60.30
4	1	+ 62.—
»	1	+ 63.—
3	2	+ 64.—
2	6	+ 65.30
1	6	+ 66.30
0,5	10	+ 67.—
7	1	+ 58.15
»	1	+ 57.30
[1]) 7	1	+ 77.30
»	1	+ 79,—

1) Qui fu aggiunto nel circuito uno strato d' acqua di pozzo largo 5 c. e lungo 4 c.

Feci poi parecchie altre serie di sperimenti variando la forma del circuito, disponendone cioè un tratto di 5,20^m ora disteso in linea retta, ora ripiegato a zig-zag ed ora a spirale piatta; e così facendo veniva a variare la resistenza leidica del circuito, e precisamente diminuiva con la disposizione a zig-zag ed aumentava con quella a spirale; e ciò, oltre che da alcune sperienze all' uopo istituite, risulta altresì da un recente lavoro del prof. E. Villari [1]). Ho pure sperimentato oltre la limatura di ferro, anche un sottile filo di ferro ed un cilindretto pure di ferro, ed ottenni sempre dei risultati i quali, analogamente ai già scritti, mi hanno condotto alle seguenti conclusioni:

1.° Che una data scarica, ripetuta più volte nelle identiche circostanze fa aumentare, almeno fino ad un certo punto, il momento magnetico che il ferro acquista in seguito alla prima.

2.° Che aumentando opportunamente la resistenza del circuito, coll' aggiunta di un conduttore umido, si ha, per una data scarica, un ulteriore aumento nel magnetismo permanente del ferro.

3.° Che, essendo il circuito tutto metallico, le scariche a più alto potenziale, anche ripetute, fanno minor effetto che quelle di potenziale mediocre pur ripetute.

4.° Che infine le scariche di mano in mano più deboli producono un graduato aumento di magnetismo e, sopraggiungendo poi una forte, questa produce da principio una diminuzione, ma ripetendo poi questa forte scarica, va a produrre degli aumenti, e il magnetismo può giungere a superare il massimo prodotto dalle deboli: come si può scorgere dai numeri seguenti ottenuti sperimentando con un sottil filo di ferro ricotto e privo da principio di magnetismo.

1) Sulla diversa resistenza elettrica opposta da alcuni circuiti metallici alla scarica dei condensatori ed alla corrente della pila. *N. Cim.* Tomo XXV, 1889.

Distanze esplosive	Scariche	Deviazioni
7mm	1a	29°.—
»	2	32.30′
5	1	35.—
»	2	36.—
3	1	36.40
»	2	37.—
1	1	37.30
»	2	38.—
7	1	35.30
»	2	36.30
»	3	37.30
»	4	38.30

I primi due fatti si possono spiegare ammettendo che le correnti generate dalle scariche dei condensatori abbiano troppo breve durata perchè possano imprimere nel ferro tutto quel magnetismo che v' imprimerebbero, qualora avessero maggior durata. Infatti, se così è, ragion vuole che le ripetute scariche debban produrre un graduato aumento di magnetismo permanente: e non ci meraviglieremo se, aggiungendo nel circuito una conveniente resistenza liquida, otterremo nel ferro una magnetizzazione maggiore di quella che si aveva quando mancava la suddetta resistenza liquida; perchè se questa da un lato fa diminuire la intensità della corrente, dall' altro fa aumentare la durata della medesima, ed è naturale che questa maggior durata della corrente, quando non importi un indebolimento troppo forte nella intensità, debba produrre nel ferro un maggior magnetismo permanente.

Gli altri due fatti si spiegano facilmente pensando che nel caso del circuito tutto metallico e poco resistente, dopo la prima corrente prodotta dalla scarica, nasceranno altre correnti gradatamente più deboli e alternate in sensi contrari, le quali si succederanno finchè dura la conducibilità del sentiero aperto dalla scintilla. Ora queste correnti secondarie operano sul ferro come un' azione magnetizzante contraria e siccome queste saranno più intense quando la scarica è a potenziale più elevato, anche perchè la conducibilità del sentiero della scintilla sarà maggiore e inoltre si succederanno più a lungo perchè maggiore sarà la durata della

conducibilità di detto sentiero, così torna evidente che le scariche a più alto potenziale producano minore effetto di quelle a potenziale mediocre e che le scariche sempre più deboli facciano aumentare il magnetismo permanente del ferro e che sopraggiungendone poi una più forte, questa lo faccia scemare.

Se pertanto, le anomalie osservate nella magnetizzazione prodotta dalle correnti leida elettriche dipendono, come risulta dalle cose dette, e dalla troppo breve durata di tali correnti e dalle successive correnti d'induzione, è chiaro che il modo di avere una magnetizzazione proporzionata all'energia delle scariche dei condensatori, sarà quello di accrescere la durata della corrente principale e di scemare ad un tempo l'intensità delle secondarie. L'unico mezzo per raggiungere lo scopo è quello di aumentare la resistenza del conduttore che dev'essere percorso dalla scarica; giacchè se per l'aumento di resistenza anche la corrente principale subisce un indebolimento, al medesimo indebolimento andranno soggette le correnti secondarie perchè da quella generate, e però l'indebolimento sarà proporzionatamente maggiore in queste che in quella; di più le correnti secondarie dovranno riuscire ulteriormente indebolite perchè anch'esse costrette a percorrere un conduttore che oppone maggiore resistenza. Pertanto, mentre la maggior resistenza è causa di una maggior durata della corrente principale, è pur causa dell'affievolimento maggiore delle correnti secondarie. Quest'ultimo fatto però non si verifica per qualunque resistenza, giacchè mio nonno, il prof. Stefano Marianini, trovò che una data scarica elettrica fatta passare per un'elica circondante un ferro, generava in questo una magnetizzazione maggiore di quella che si aveva quando la scarica doveva attraversare un filo di rame lungo 2000^{m}; e che sostituito al lungo filo uno strato d'acqua di eguale resistenza assoluta la medesima scarica produceva una magnetizzazione nel ferro molto maggiore di quella delle due prove precedenti; e mio padre in una sua memoria [1]), ricordando questi esperimenti, attribuiva appunto la minore magnetizzazione ottenuta nella seconda

1) P. D. Marianini. *Di alcune sperienze relative alla conduttività del sentiero della scintilla elettrica;* Tomo XXVII (anno 1877) degli Atti della Accademia di Modena.

prova alle induzioni tra i diversi giri del filo, il quale era avvolto a guisa di matassa sopra una specie di arcolaio.

Dunque per avere dalle scariche dei condensatori una magnetizzazione che abbia una maggior attinenza con la prima e principale corrente prodotta dalla scarica dei medesimi, bisogna introdurre nel circuito un' opportuna resistenza liquida.

Feci così una serie di prove adoperando il solito re-elettrometro e mettendo a far parte del circuito un prisma d' acqua avente una sezione di 6^{cq} e una lunghezza di 10^{c}, ottenni sempre maggior magnetizzazione dalle scariche a più alto potenziale, anche quando queste andavano ad agire sul ferro dopo che questo era stato magnetizzato da scariche sempre più deboli; e oltre a ciò la magnetizzazione che per una data scarica otteneva quando nel circuito esisteva il detto prisma liquido, era sempre maggiore di quella che si poteva avere quando la detta scarica doveva attraversare un circuito tutto metallico.

Convinto di quest' ultimo fatto, che cioè introducendo nel circuito un conduttore liquido non troppo esteso, si ha sempre per una data scarica un aumento di magnetismo permanente, volli indagare fino a qual punto bisognava aumentare la resistenza liquida per avere la massima magnetizzazione. E studiai quale e quanta influenza avesse, nella produzione del fenomeno, il potenziale, la capacità e la carica del condensatore.

Adoprai in queste ricerche un re-elettrometro a riflessione fatto all' uopo costruire colle modificazioni accennate nella mia tesi di laurea e che qui brevemente ricordo: all' elica ho sostituito una sola spira di filo di rame coperto di seta, grosso 1^{mm}, la quale era avvolta sopra un tubo di vetro del diametro di $1{,}3^{c}$; al cilindro di ferro ho sostituito un tubetto di vetro ripieno quasi di limatura di ferro. Al di sopra dell' ago magnetico e al centro di questo, ho fissato normalmente all' asse dell' ago, uno specchietto ben piano. L' istrumento è poi costruito in guisa che il tubo di vetro riesca normale alla posizione di riposo dell' ago e che si possa sollevare ed abbassare a volontà, e di più che la verticale passante pel centro dell' ago passi pure pel centro del tubo. Inoltre per smorzare con prontezza le oscillazioni dell' ago, feci sì che questo pescasse in una sottostante vaschetta di rame ripiena di una conveniente miscela di glicerina e d' acqua.

Per variare poi la resistenza liquida del circuito, feci uso di un reostata a solfato di rame. Era questo formato di un tubo di vetro del diametro interno di $1,5^c$ e della lunghezza di 50^c, chiuso inferiormente da una ghiera di rame munita di un serrafili e contenente una soluzione satura di solfato di rame. Un filo di rame grosso 2^{mm} e lungo 60^c aveva fissato ad un suo capo un cilindretto pure di rame e del diametro di $1,4^c$ il quale s'introduceva nel tubo di vetro e si poteva fissare a diverse altezze mediante vite di pressione; all'altro capo dello stesso filo vi era un serrafili.

Un filo di rame grosso 1^{mm} collegava questo reostata ad un capo della spira del re-elettrometro, un altro filo eguale riuniva l'altro capo della spira ad una pallina di uno spinterometro ed un terzo, il reostata all'armatura esterna della bottiglia di leida, mentre l'interna comunicava con l'altra pallina dello spinterometro. Tutto il filo di rame aveva una lunghezza di 4^m ed era in varî punti sostenuto da bacchette di vetro verniciate. Con tale disposizione la bottiglia di leida si caricava finchè avveniva la scarica tra le sferette dello spinterometro.

Una prima serie di sperienze fu diretta a scoprire se mai la resistenza liquida, che produce il massimo effetto nella magnetizzazione, variasse al variare soltanto il potenziale e quindi la carica del condensatore. Per i potenziali da me esplorati, risultò che la massima magnetizzazione si otteneva sempre quando nel circuito si ponevano 20^c del reostata, come si può vedere dalla seguente tabella.

Distanze esplosive	Reostata	Deviazioni
1mm	18c	8,7c
»	20	8,8
»	22	8,1
2	18	19,4
»	20	20,6
»	22	17,8
3	18	34,4
»	20	38,2
»	22	37,4
4	18	49,6
»	20	54,4
»	22	53,4
5	18	60,4
»	20	62,2
»	22	60,—
6	18	71,8
»	20	76,6
»	22	68,9

Potremo dunque dire che la resistenza liquida atta a produrre la massima magnetizzazione nel ferro è sempre la stessa purchè varii solamente il potenziale del condensatore.

Un' altra serie di sperienze fu fatta per vedere se variava la resistenza liquida che dava il massimo effetto al variare la capacità del condensatore, quando era caricato al medesimo potenziale; ed ecco i risultati avuti essendo la distanza esplosiva di 5mm e facendo uso di boccie d' egual capacità.

Numero boccie	Reostata	Deviazioni
1	18c	53,5c
»	20	57,9
»	22	55,4
2	20	78,8
»	17	85,7
»	16	88,6
»	15	84,—
3	16	111,6
»	14	121,1
»	13	109,8
4	14	127,3
»	12	142,8
»	11	133,—

Di qui possiamo dedurre che, essendo costante il potenziale, la resistenza liquida che produce il massimo effetto diminuisce aumentando la capacità del condensatore.

Un' ultima serie di esperimenti ebbe lo scopo di studiare l'influenza della capacità tenendo costante la carica. Le diverse batterie venivano caricate con la bottiglia elettrometrica di Lane.

Anche da questa serie, come già si poteva facilmente prevedere, risultò che la resistenza liquida che dava il massimo effetto era minore quando maggiore era la capacità della batteria. Così con una boccia caricata con 4 scintille della lunghezza di 2^{mm} otteneva il massimo quando nel circuito vi erano 20^{c} del reostata; con due boccie lo otteneva quando ve ne erano 12^{c} soltanto; con tre erano sufficienti 8^{c} e con quattro 7^{c}.

Confrontando questi risultati con quelli della seconda serie, è facile accorgersi che la legge dedotta dalla prima serie non vale qualunque sia il potenziale, ma soltanto quando questo sia compreso entro certi limiti. E qui mi piace ricordare come mio nonno, avendo studiato questo fenomeno caricando la boccia a potenziali differenti e inferiori a quelli da me esplorati, trovò appunto che la resistenza dello strato liquido che dà il massimo effetto è maggiore quando maggiore è il potenziale a cui la boccia vien caricata.

RIVISTA

Sunti di A. STEFANINI.

H. EBERT. *Ricerche ottiche* (*Phys-med. Soc. Erlangen*, luglio 1889). — Prendendo motivo dalle ricerche del Wiedemann sulla meccanica della luminosità, l' A. ha studiato gli spettri ultravioletti di due fiamme a gas che eran rese oscure: una con una corrente d' aria, e l' altra con una corrente d' anidride carbonica. Com' è noto, la temperatura della prima è molto elevata, mentre quella della seconda è assai bassa, forse la metà della prima, cioè 500° circa, come fu anche costatato con elementi termoelettrici. Ambedue le fiamme dettero lo stesso spettro ultravioletto del carbonio; quindi bisogna concludere che le radiazioni ultraviolette non possono esser dovute all' alta temperatura della fiamma, ma

che stanno invece a significare fenomeni di luminescenza, quali li ha definiti il Wiedemann. L' A. si riserva di trarre alcune conseguenze da queste ricerche, quando le avrà completate con gli studi di altri processi luminosi.

Sir. W. Thomson. *Sul calcolo della conduttività per correnti alternate (Beibl.* XIII, pag. 720). — Se ρ è la resistenza specifica, $R_c = \rho l / a^2 \pi$ la resistenza ordinaria di un conduttore di lunghezza l e di raggio a per una corrente costante, R_N la resistenza effettiva per una corrente di N periodi completi al secondo, Δ_n la densità di tal corrente nell' asse, δ_n quella alla distanza r dall' asse, si ha

$$\delta_n = \Delta_n \{\varphi(q) \cos\theta - \Psi(q) \operatorname{sen}\theta\}$$

ove

$$q = 2\pi r \sqrt{\frac{2N}{\rho}}, \qquad \theta = 2\pi N t$$

$$\varphi(q) = 1 - \frac{q^4}{2^2.4^2} + \frac{q^8}{2^2.4^2.6^2.8^2} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot$$

$$\Psi(q) = \frac{q^2}{2^2} - \frac{q^6}{2^2.4^2.6^2} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot$$

Inoltre si ha

$$\frac{R_N}{R_c} = \frac{\frac{1}{2}\{\varphi(q)\Psi'(q) - \Psi(q)\varphi'(q)\}}{\varphi'(p^2) + \Psi'(p^2)}$$

dove p è il valore di q per $r = a$.

Se N = 80 (cioè per 160 inversioni al secondo) $\rho = 1{,}61$ C. G. S. per il rame, si ha $q = 1{,}98\ a$; cioè prossimamente $= 2a$; allora è, per es.

$2a$	0,0	1	2	3	4
R_N / R_c	1	1,0001	1,0805	1,3186	1,6778
$2a$	5	6	8	10	15
R_N / R_c	2,0430	2,3937	3,0956	3,7940	5,5732

Anche l' autoinduzione cambia un poco collo spessore; ma qui l' influenza dello spessore è piccola. La resistenza di un cilindro cavo si calcola dalla differenza delle resistenze del cilindro intero e di quello interno.

G. Lion. *Bilancia fotometrica a base di ioduro d' azoto* (*Soc. Nat. d' encourag pour. l' industrie*, Parigi seduta del 25 luglio

1890). — Questo fotometro è fondato sulla decomposizione dell' ioduro d'azoto provocata dalla luce.

Preparato facendo agire l'ammoniaca a 22° B. sull'iodo, quell' ioduro può usarsi senza nessun pericolo quando lo si conservi nella sua acqua madre, e da esso si svolge una quantità d'azoto, variabile con l'intensità dell'illuminazione alla quale è esposto.

La produzione dell'azoto comincia e cessa istantaneamente con l'azione luminosa, come fu trovato dal Guyard (*Ann. de Chim. et de Phys.* 1884); il Lion ha realizzato una forma di apparecchio che si presta agli usi pratici, ciò che non poteva dirsi di quelli che furono usati dal Guyard.

Il fotometro del Lion si compone essenzialmente di due capacità metalliche chiuse e sovrapposte, il cui fondo è costituito da lastre di vetro uguali, sulle quali riposa il reattivo. Due specchi inclinati a 45° permettono di mandare verticalmente verso quelle lastre i raggi emessi orizzontalmente dal campione di luce e dalla luce da misurarsi. I due vasi son messi in comunicazione per mezzo di un manometro sensibilissimo, le cui indicazioni son fornite da due colonne liquide, contenute in tubi capillari.

Con opportuni stantuffi prima di ogni misura le due colonne liquide si conducono allo stesso livello; e se dopo di ciò, il reattivo è ugualmente illuminato nei due recipienti, esso fornisce nello stesso tempo la stessa quantità d'azoto, e le colonne manometriche si mantegono di altezza uguale. In caso contrario vi è eccesso di pressione dal lato più illuminato, eccesso che si manifesta istantaneamente con un dislivello; allora, lasciando fisso il campione di luce, si sposta la sorgente luminosa da misurarsi finchè il manometro non varii più, e si applica la legge dell'inversa dei quadrati delle distanze.

Per correggere gli errori derivanti da dissimetrie inevitabili, si può usare un procedimento analogo a quello della doppia pesata del Borda, illuminando uno dei recipienti con una *luce tara* fissa, e ottenendo due stati d'equilibrio del manometro illuminando l'altro recipiente successivamente con il campione di luce e colla luce che si vuol misurare.

Wiedemann - Ann. der Phys. und Chem.
Vol. 38. — 1889.

T. De Coudres. *Sul modo di comportarsi dell'etere luminifero nei movimenti della Terra.* — Un rocchetto primario A si trovi nel mezzo fra due rocchetti secondari B e C avvolti in sensi opposti e comunicanti con un galvanometro; finchè il sistema sta fermo gli effetti delle f. e. m. indotte per l'inversione della cor-

rente in A si elidono scambievolmente nel galvanometro; ma se si suppone che tutto il sistema si sposti nella direzione da B verso C con la velocità v dovuta al moto della Terra nello spazio, e si suppone che il mezzo circondante sia assolutamente fermo, se V è la velocità con la quale in questo mezzo si propaga l'induzione elettrodinamica, è lo stesso come se il rocchetto B si avvicini ad A di uno spazio v/V, e come se quello C se ne allontani di altrettanto, e quindi in tale ipotesi la corrente indotta in B deve prevalere su quella di C. Se il sistema si fa ruotare di 180° prevarrà invece la corrente di C.

Avendo peraltro costatato che una rotazione di tutto l'apparecchio non modificava in modo sensibile l'azione fra i due rocchetti, l'A. conclude che la velocità relativa dell'etere rispetto alla Terra non può esser maggiore di $^1/_{200}$ di quella che ha la Terra attorno al Sole; e che quindi nella rotazione terrestre l'etere deve partecipare quasi totalmente del moto della terra.

B. WALTER. *Su gl' indici di refrazione delle soluzioni saline.* — Oltre il fatto già riconosciuto che quantità equivalenti di sali diversi sciolte in una stessa quantità d'acqua formano soluzioni che hanno prossimamente lo stesso indice di refrazione, l'A. da esperienze proprie e da quelle di Beer e Kremers, di Börner, di Hofmann ecc. ha dedotto che l'indice di refrazione delle soluzioni di molti sali cresce proporzionalmente alla quantità di sale contenuta nella soluzione. Per ottener questa legge bisogna peraltro riferir sempre la quantità di sale a 100 parti di soluzione e non a 100 parti d'acqua.

L. MATTHIESSEN. *Ricerche sperimentali sulla legge di* Thomson *del movimento delle onde sui liquidi, sotto l'azione della gravità e della coesione.* — La legge di Thomson è espressa da

$$v^2 = \frac{\lambda}{2\pi}\, g + \frac{2\pi}{\lambda}\, \tau\,,$$

ove v è la velocità e λ la lunghezza di un'onda liquida, g l'accelerazione della gravità e τ la coesione specifica del liquido.

L'A. ha trovato, facendo vibrare i liquidi per mezzo di diapason, che essa è verificata pel mercurio, per l'acqua, per l'etere solforico e pel solfuro di carbonio, e che quindi può servire anche a determinare la coesione specifica di un liquido.

W. PREYER. *Sui suoni di combinazione.* — L'A. ha costatato che una giovinetta di 16 anni, molto intelligente, alla quale mancava la membrana del timpano nei due orecchi perchè affetta da atresia congenita, percepiva nettamente le note musicali dal do_{-2} al la_8 e i battimenti non troppo frequenti, ma non poteva

mai percepire i suoni di combinazione per differenza. Egli conclude perciò che questi suoni di combinazione non si producono nell' orecchio interno, ma invece sulla membrana del timpano. Questo resultato fu confermato da osservazioni fatte sopra soggetti che avevano un orecchio normale, col quale percepivano i suoni di combinazione, e uno anormale che non era adatto a percepirli. Alcuni individui che non sentivano i suoni di combinazione perchè avevano il timpano forato, li sentivano quando nel loro orecchio era versata una goccia d' acqua.

Quanto ai suoni di combinazione per somma, era ritenuto da König che essi fossero quelli per differenza di due note armoniche dei suoni fondamentali, perchè non si potevano sentire altro che quando i suoni fondamentali erano accompagnati da armonici assai intensi. Così per es. il suono di combinazione fra $do_0 = 128$ e $sol_0 = 192$ vibr. dovrebbe essere

$$128 + 192 = 320 = 5 \times 192 - 5 \times 128,$$

e in generale quello di combinazione fra due note a e b non dovrebbe essere altro che quello per differenza fra due loro armoniche m, n, tali che fosse

$$mb - na = a + b .$$

Ma l' A. con due diapason sol_0 e do_1 i quali non davano nessuna armonica percettibile, riuscì a sentire il suono di 448 v. c.

Tutto ciò conferma dunque la teoria che dei suoni di combinazione fu data da Helmholtz.

O. Knöfler. *Su un nuovo dilatometro.* — È un apparecchio molto utile, ma che non può esser descritto senza l' aiuto di disegni. Esso si presta non solo per studiare la dilatazione prodotta dal calore, e dai cambiamenti di stato; ma anche quella che si presenta nelle soluzioni e nei fenomeni chimici.

H. Ambronn. *Nota sulla doppia refrazione della gomma allo stato vischioso.* — La gomma del ciliegio, sottoposta a trazione e a pressione, presenta fenomeni ottici opposti a quelli del vetro, mentre la gomma arabica ha un contegno ottico normale. L' A. pensò quindi che un miscuglio di quelle due gomme avrebbe dovuto essere otticamente indifferente, così alla trazione come alla pressione; e infatti l' esperienza gli mostrò che si posson fare di quelle due gomme dei miscugli che abbiano quel grado che più piace di doppia refrazione positiva o negativa, e anche di quelli otticamente neutri. Da questo l' A. conclude anche la possibilità di ottener la doppia refrazione di senso opposto a quella del vetro, facendo ruotare rapidamente una soluzione di gomma di ci-

liegio; e ritiene che sia anche possibile variare il senso e l'intensità della doppia refrazione, con velocità più o meno grandi.

A. WINKELMANN. *Determinazione della costante dielettrica per mezzo del telefono.* — Fra due dischi P_1 e P_2 di ottone, del diametro di 19 cm. e sostenuti da colonnette di legno scorrevoli lungo un'asta orizzontale graduata, se ne trova un altro Q del diametro di 10 cm. isolato dal suolo. Uno dei capi del circuito secondario di un rocchetto d'induzione che si trova in una stanza diversa da quella ove sono i tre dischi anzidetti, comunica col suolo, l'altro col disco Q. Le cariche così ricevute dal disco Q agiscono per influenza sui dischi P_1 e P_2; e se con P_1, per es., comunica uno dei capi del circuito di un telefono, mentre l'altro capo resta sospeso nell'aria o comunica col suolo, nel telefono si odono distintamente le interruzioni della corrente nel rocchetto d'induzione, cioè le cariche e le scariche di Q. Se, invece, dei due capi del filo telefonico uno comunica con P_1 e l'altro con P_2, il suono diventa minimo quando i due dischi P sono influenzati ugualmente da quello Q; e se, quando si è raggiunto questo minimo, s'introduce una lastra coibente fra Q e uno dei due dischi P, il suono ritorna più intenso, e per ridurlo nuovamente al minimo dell'intensità bisogna spostare l'altro disco P.

Se s'indica con a lo spessore dello strato d'aria fra Q e P_1 e P_2, con d lo spessore del dielettrico interposto, e con D la sua costante dielettrica, lo spostamento x che deve subire il disco P perchè il suono si annulli deve sodisfare alla relazione

$$a - x = a - d + d/D,$$

e quindi si ha

$$D = d/(d - x).$$

L'A. ha verificato da prima questo metodo determinando il valore di D per sostanze solide, e ha trovato resultati concordanti con quelli ottenuti con altri metodi; di poi l'ha applicato alla determinazione di D per i liquidi, e anche per questi sono stati ottenuti valori molto vicini a quelli trovati da Silow, da Wüllner, e da Cohn e Arons con metodi affatto diversi.

T. HOMÉN. *Sulla conduttività elettrica dei gas.* — L'A. ha continuato i suoi studi (cfr. *N. Cim.* 20, pag. 68) sulla resistenza dei gas, adoprando, invece delle scariche d'induzione, la corrente continua fornita da una batteria di 1456 elementi Bunsen al bicromato. Per poter variare la distanza fra gli elettrodi nei tubi di scarica senza alterare la pressione dell'aria, uno degli elettrodi era fissato a una sottile spirale metallica, e portava unito un pezzo di ferro dolce; così, per mezzo di una calamita, si poteva dal di fuori far muovere a volontà l'elettrodo stesso.

Le esperienze furon fatte con tubi a diversa pressione (da 0,090 a 81 mm. di Hg) e variando in ciascuno la distanza fra gli elettrodi; e sia variando il numero degli elementi, sia introducendo resistenze più o meno grandi in un circuito derivato, fu fatta anche variare l' intensità della corrente, e ciò per potere scevrare la parte che spetta alla resistenza dell' aria da quella che si ha agli elettrodi, e per riconoscere se la differenza di potenziale fra gli elettrodi varia o no colla intensità della corrente.

Fu così trovato che la differenza di potenziale fra gli elettrodi per piccole pressioni (0,09 e 0,125 mm. Hg) cresce molto con l' intensità i della corrente e poco o nulla colla distanza d fra gli elettrodi; mentre per pressioni maggiori (0,30 e 1,73 mm) tende a restar costante al variare di i e cresce molto al variare di d. Di più fu trovato che la resistenza è assai maggiore con elettrodi di platino che con elettrodi di alluminio, e che alla pressione di mm. 11,6 la differenza di potenziale Δ restava costante, al variare di i, per elettrodi di alluminio, e cresceva assai per quelli di platino. Per pressioni maggiori (da 20 a 80 mm.), Δ restava costante ed era la stessa tanto pel tubo con elettrodi di platino che per quello con elettrodi di alluminio.

Dall' esame dei resultati ottenuti l' A. conclude che ad alte pressioni la resistenza della colonna d' aria, che deve crescere colla sua lunghezza, è in prevalenza; e che a piccole pressioni invece si presenta una resistenza agli elettrodi, indipendente dalla lunghezza della colonna d' aria, mentre la resistenza di tal colonna è piccolissima e diminuisce sempre più al crescere della rarefazione. Perciò la differenza di potenziale fra due sezioni della colonna d' aria è costante e indipendente dall' intensità della corrente. Questo fu trovato anche da Hittorf, con altre esperienze, per due sezioni prese nella luce positiva; ma l' A. ritiene che qui la luce, sia positiva che negativa, non abbia azione alcuna, e che appunto la resistenza nella scarica oscura, o quella nella parte oscura delle scariche luminose, debba considerarsi come la resistenza normale del gas. Poichè la differenza di potenziale fra due sezioni equidistanti della colonna del gas è costante, quella resistenza dovrebbe esser misurata colla stessa unità con la quale si misurano le f. e. m.; cioè secondo l' A. dovrebbe ritenersi come corrispondente a una forza controelettromotrice. Tuttavia le è conservato il nome di resistenza, perchè ormai consacrata dall' uso.

I valori trovati dall' A. per la resistenza di una colonna di aria lunga 1 cm. sono i seguenti.

Pressione in mm. di Hg	NEL TUBO CON			
	elettrodi di alluminio		elettrodi di platino	
	senza luce	nella luce pos.	senza luce	nella luce pos.
0,090	(4) volta	5 volta		(3) volta
0,125	(6) »	7 »		12 »
0,30	10 »	12 »		18 »
1,73	32 »	50 »		50 »
6,0	60 »	103 »	63 volta	114 »
11,6	125 »	(140) »	125 »	
20,7	185 »	(185) »	180 »	
40,7	280 »	(280) »	285 »	
80,9	380 »	(380) »	380 »	

I numeri racchiusi tra parentesi sono meno certi degli altri. La sezione della colonna d' aria non ha influenza sul valore della resistenza.

L' A. tratta anche la questione della conduttività del vuoto assoluto, e ritiene che fino ad ora non sieno state fatte esperienze decisive in proposito; perchè anche quelle del Föppl (*N. Cim.* 26 pag. 183) non provano nulla, secondo l' A., perchè la resistenza della spirale aeriforme da esso adoprata sarebbe, a giudicarne dalle dimensioni, di circa 5200 volta, mentre la f. e. m. d' induzione che fu adoprata in quelle esperienze era appena di 270 volta; talchè il metodo usato dal Föppl non poteva, in quelle condizioni, esser sensibile.

L' A. ha poi determinato la resistenza r_0 che si presenta al passaggio dell' elettricità dagli elettrodi al gas ambiente, e visto che si può rappresentare con una relazione della forma

$$r_0 = a + bi,$$

ha trovato i seguenti valori per le costanti a e b:

Pressione in mm. di Hg	ELETTRODI DI ALLUMINIO	ELETTRODI DI PLATINO
0,090	1150 volta + 2200000 ohm	
0,125	800 » + 1500000 »	1380 volta + 14700000 ohm
0,30	540 » + 92000 »	650 » + 6300000 »
1,73	360 » + 0 »	380 » + 860000 »
6,0	270 » + 0 »	260 » + 370000 »
11,6	280 » + 0 »	265 » + 136000 »
20,7	310 » + 0 »	370 » + 0 »
40,7	320 » + 0 »	420 » + 0 »
80,9	350 » + 0 »	430 » + 0 »

Per verificare se le determinazioni precedenti erano state esatte, l' A. riunì i due tubi in serie, e misurò la resistenza che presentavano insieme le due colonne d' aria; i resultati trovati concordaron sempre con quelli dedotti dall' ipotesi che la resistenza delle due colonne insieme fosse la somma delle resistenze offerte da ciascuna di esse.

L' A. termina accennando al fatto che i resultati delle sue esperienze sembrano convalidare la teoria di Edlund della corrente elettrica. Secondo Edlund la resistenza dei conduttori solidi e liquidi dovrebbe esser proporzionale all' intensità della corrente, mentre quella dei gas, che è indipendente dalla sezione del circuito, dovrebbe essere indipendente anche dall' intensità della corrente. (La resistenza R che corrisponde all' unità d' intensità è chiamata da Edlund resistenza principale, e la resistenza per l' intensità s sarebbe quindi sR). Ammettendo ciò si spiegherebbe perchè nei conduttori solidi la più piccola f. e. m. è capace di produrre una corrente, mentre nei gas occorre che la f. e. m. superi un certo valore affinchè la corrente possa prodursi. Secondo questo concetto, nei circuiti derivati la corrente dovrebbe dividersi in modo che in ciascun lato la resistenza fosse la stessa, e se questo non è possibile, la corrente dovrebbe passar tutta per il ramo che offre resistenza minore; perciò, quando fra gli elettrodi del tubo di scarica si ponga una derivazione, finchè la resistenza sR del ponte è minore di quella K del gas, la corrente deve passare tutta pel ponte; mentre quando, crescendo il numero delle pile, l' intensità s cresce in modo che sia $sR = K$, la corrente deve passare anche pel gas; e se la f. e. m. cresce ancora, la intensità della corrente dovrà crescere soltanto nel tubo di

scarica, e non più nel ponte, ove ha raggiunto il suo valor massimo. Tutto ciò è stato infatti riconosciuto vero nelle esperienze sopra accennate; e perciò l'A. ritiene che la resistenza dei gas sia costante, e che quella dei conduttori solidi e liquidi sia invece proporzionale all'intensità della corrente che li attraversa.

K. R. KOCH. *Sullo spettro dei gas a basse temperature.* — Scopo delle ricerche dell'A. è stato di riconoscere se una riga che si presenta nella regione giallo-verde ($\lambda = 557$) dello spettro dell'aurora boreale sia in relazione colla bassa temperatura dell'aria nelle regioni polari; e per questo egli ha confrontato gli spettri ottenuti colle scariche di un rocchetto d'induzione in due tubi identici, uno mantenuto alla temperatura ordinaria, e l'altro raffreddato a — 100° c. A questa temperatura lo spettro del vapor acqueo e di quello del Mercurio sparirono completamente; ma nessuna differenza si presentò negli spettri dell'aria, dell'idrogeno e dell'azoto nei due tubi. Secondo l'A. è quindi ancora ignota la causa cui è dovuta quella riga che si osserva nello spettro dell'aurora boreale.

E. COHN. *Assorbimento delle vibrazioni elettriche negli elettroliti.* — Dal fatto che negli elettroliti l'elettricità si muove soltanto insieme con masse dotate d'inerzia, è stato spesso dedotto che per tali conduttori le leggi di Ohm e di Joule possono esser valide soltanto se le forze elettriche non cambiano troppo rapidamente di direzione o d'intensità. Tuttavia i tentativi fatti per costatare ciò sperimentalmente son rimasti sempre infruttuosi, e le misure di resistenze di elettroliti fatte dall'A. con correnti che variano di direzione da 100 a 25000 volte al secondo (*N. Cim.* 15, pag. 180) concordano con quelle fatte con correnti le cui inversioni son lente a piacere; e per di più J. J. Thomson (*N. Cim.* 28, pag. 81) dall'assorbimento di onde elettriche di 100 a 200 milioni di oscillazioni al secondo ha dedotto per gli elettroliti delle resistenze che sono uguali a quelle misurate con correnti costanti.

Ora l'A., con un calcolo fondato sulla validità incondizionata della legge di Faraday, ma indipendente da ogni ipotesi molecolare, mostra che dalle esperienze di Thomson si poteva attendere appunto ciò che questi ne ha dedotto, perchè il periodo delle onde elettriche da esso adoperate è ancora assai molto grande; ma per onde di un periodo paragonabile a quello delle onde luminose, quel calcolo mostra che le leggi di Ohm e di Joule non sarebbero più indipendenti dal periodo di vibrazione.

J. FREYBERG. *Determinazione della differenza di potenziale necessaria alla produzione della scintilla nell'aria, fra elettrodi di varia forma.* — Scopo dell'A. è stato di ottenere una tavola

delle differenze di potenziale necessarie a fare scoccare nell'aria una scintilla di lunghezza determinata fra gli elettrodi che sono di uso più comune.

Gli elettrodi adoprati in queste misure eran riuniti alle armature di un condensatore di capacità C, e se Q è la carica che produce la scintilla, la differenza di potenziale cercata è

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{C} .$$

La carica del condensatore (che era una batteria Toepler formata da una serie di vasi cilindrici di vetro, guarniti di armature di stagno e situati gli uni entro gli altri) si compone di una porzione che è assorbita dal dielettrico, e di un'altra porzione disponibile Q che si deve misurare. La Q si suddivide a sua volta in due parti: q_1 che passa sotto forma di scintilla, e q_2 che resta nel condensatore; queste due parti si misuravano separatamente in due circuiti differenti, ciascun dei quali conteneva un galvanometro; ma un difetto del metodo consiste nell'impossibilità di misurar contemporaneamente q_1 e q_2. Per fare un'esperienza si dava un movimento uniforme alla macchina elettrica (una Toepler da 20 dischi mobili, mossa da un motore a acqua) e poi si faceva comunicare con la batteria: appena scoccata la scintilla si rompeva la comunicazione, si leggeva la deviazione galvanometrica da cui dipendeva la misura di q_1, e poi si chiudeva il secondo circuito per misurare q_2. L'intervallo fra le due misure era di circa 7^s.

La tavola qui riportata contiene le differenze di potenziale così determinate, espresse in misura elettrostatica C. G. S. Per ridurre i numeri della tavola in *volta* basta moltiplicarli per 300.

Distanza esplosiva in cm.	FORMA DEGLI ELETTRODI							
	Punte	*Sfere del diametro di cm.*						Lastre
		0,5	0,75	1,0	2.	4.	6.	
0,1	12,4	16,8		15,5	15,2		15,1	14,5
0,2	15,6	28,6	32,5	31,7	29,0	27,9	26,2	25,1
0,3	17,7	37,2	41,8	38,9	38,5	37,3	34,9	35,6
0,4	19,9	45,2	46,9	46,6	48,0	47,5	42,5	45,6
0,5	21,	50,5	55,3	56,0	56,8	55,5	54,7	54,3
0,6	22,8	55,3	61,4	64,2	64,9	66,9	64,0	63,5
0,7		59,8	66,3	69,9	75,1	77,2	75,3	
0,8	26,9	61,2	69,7	77,4	82,1	86,1	86,7	81,6
0,9		64,2	70,9	83,7	90,8	92,8	95,9	
1,0	28,9	65,0	73,8	85,9	96,8	99,5	105,4	96,0
1,1		66,1	76,5	88,2	103,1	106,3	109.5	
1,2		71,2	82,6	92,0	108,9	114,1	116,7	
1,3		73,5	86,0	93,8			122,4	
1,4		75,0	87,3	95,1			137,9	
1,5	33,2	76,9	90,7	98,4				
1,6		77,7	94,4	102,9				
1,8		79,3	95,3	115,2				
2,0	33,8	81,9	97,1	117,9				
2,2		85,6	98,3	120,0				
2,4		88,6	100,2	123,9				
2,6		91,4	101,6					
2,8		93,0	102,7					
3,0	37,5	94,6	103,9					
3,5	39,3	97,2	106,3					
4,0	40,7	98,6	108,0					
4,5	42,2	99,6	111,5					
5,0	43,5	102,3	113,6					

O. Schumann. ***Su una variazione ciclica della conduttività elettrica.*** — Sopra un tubo di vetro furono avvolte delle spirali di nichel, che furono allungate e raccorciate alternativamente, e ne fu misurata la resistenza quando erano in equilibrio e quando erano o tese o compresse. L' A. ha riconosciuto che quelle resistenze sono diverse, e che le variazioni son maggiori nelle spirali di filo rincotto che in quelle di filo duro. La resistenza aumenta quando la spirale è tesa o compressa, e diminuisce, passando per valori superiori a quelli trovati nella prima operazione, quando si lascia che la spirale riprenda la sua forma. Il fenomeno anzi detto non dipende nè dal magnetismo longitudinale, nè dalla tensione elastica.

P. Drude. *Sulla riflessione della luce sullo spato calcare.* — L' A. comunica nuove osservazioni, che confermano i resultati già ottenuti, e che quindi contradicono a quelli dello Schmidt (cfr. *N. Cim.* 27, pag. 272).

L. Natanson. *Sulla teoria cinetica della dissociazione nei gas.* — È una Nota molto interessante; ma non si presta ad esser qui riassunta.

E. van der Ven. *La legge di* Boyle *per pressioni minori di un' atmosfera.* — Prendendo motivo dai resultati contradittori trovati da Siljeström (*Pogg. Ann.* 151, 1874) e da Mendelejeff (*Bull. de S. Petersb.* 19, 1874) e dalle ricerche più recenti del Fuchs (*N. Cim.* 27, pag. 89), l' A. ha ripreso a studiare la legge di Boyle col metodo di Siljeström, modificandolo per eliminare le cause d' errore che conteneva. Il suo apparecchio consiste di due tubi A e B di ferro, riuniti per mezzo di un tubo munito di robinetto, e che posson comunicare separatamente con una macchina pneumatica. I due tubi son circondati da ghiaccio, e il manometro a aria libera del tubo B è tenuto a temperatura costante. L' A. misurava prima la pressione iniziale P nei due recipienti, poi riduceva a P' la pressione in B, stabiliva dopo ciò la comunicazione fra A e B, e misurava la pressione P''. Prima d' incominciare un' altra esperienza faceva rientrare dell' aria ben secca nell' apparecchio, e così evitava una delle cause d' errore del metodo Siljeström, nel quale i resultati di un' esperienza erano ottenuti in funzione di quelli dell' esperienza precedente.

Se V e V' sono i volumi dei recipienti, compresi i tubi di comunicazione; δ' e δ'' i volumi dell' aria nel manometro quando si misurano le pressioni P' e P'', per la legge di Boyle dovrebbe aversi

$$(V + V' + \delta'')\,P'' = VP + (V' + \delta')\,P'.$$

Dai valori trovati dall' A. per quattro esperienze, si deduce che se si pone PV = 1 per P' = 248 mm. di Hg, quando P'' prende i valori 62 mm., 31 mm., e 16 mm., si hanno per PV i valori 0,937, 0,9811 e 0,9740 respett., e quindi sembra che quando il volume di un gas sottoposto a pressioni molto piccole aumenta, la sua elasticità diminuisca.

E. Warburg. *Sulla teoria dell' elemento voltaico e sulla polarizzazione galvanica.* — La f. e. m. delle pile voltaiche è variabile non solo a circuito chiuso, ma anche a circuito aperto; e l' A., avendo riconosciuto che la causa di questa variazione sta nell' aria assorbita dal liquido della pila, intraprese una serie di ricerche atte a dimostrare e a valutare l' azione che l' aria disciolta esercita sulla f. e. m.

Per questo egli costruì degli elementi che eran formati da metalli identici immersi nello stesso liquido, ma in modo che il liquido che bagnava uno degli elettrodi contenesse una quantità d'aria che poteva variarsi, mentre quello che bagnava l'altro ne fosse privo affatto.

La f. e. m. di tali elementi ad aria (come li chiama l'A.) era misurata caricando un condensatore di capacità nota, che era poi scaricato a traverso un galvanometro Thomson.

La corrente era sempre diretta, nel circuito esterno, dall'elettrodo a aria a quello privo d'aria; e la f. e. m. fu trovata variabile col tempo e oscillante ora in più ora in meno a seconda della natura dell'elettrolita.

I resultati principali di queste ricerche sono i seguenti:

Gli elementi il cui elettrolita è un sale dell'elettrodo hanno una f. e. m. debole, che si avvicina a zero al crescere della concentrazione; per es. col Cu nel $Cu SO_4$ la f. e. m. scende da 7 a 2 millivolta quando la soluzione varia da 0,022 gr.-equiv. a 2,18 gr-equiv. per litro.

Gli elettrodi di Hg nei cloruri danno una f. e. m. assai minore che nei solfati; per es. Hg nel NaCl dà 3 millivolta, mentre nel $Na_2 SO_4$ di ugual concentrazione ne dà 86.

Avendo riconosciuto, per mezzo di analisi chimiche, che un metallo, come per es. il mercurio, si scioglie in un elettrolita, e tanto più facilmente quanto più la soluzione è aereata, l'A. ritiene che la causa della f. e. m. anzi detta consista nella diversa quantità di metallo che si scioglie nelle due soluzioni diversamente aereate, per cui i due elettrodi vengono a pescare in soluzioni di concentrazione diversa, e se si riuniscono con un circuito metallico si ha una corrente di concentrazione. La teoria di Helmholtz sulle correnti di concentrazione, secondo la quale la f. e. m. è proporzionale a log m_1/m_2, ove m_1 e m_2 sono i numeri delle molecole del sale che si trovano nella medesima quantità d'acqua al catodo a all'anodo, spiega i resultati ottenuti dall'A.

Di questi resultati è necessario tener conto nello studio dei voltametri, perchè una parte della f. e. m. di polarizzazione è certamente dovuta a differenze di concentrazione che si stabiliscono ai due elettrodi.

C. Fromme. *Sul massimo della polarizzazione galvanica degli elettrodi di* Pt *nell'* $H_2 SO_4$. — In questa seconda Nota l'A. comunica i resultati delle ricerche fatte con elettrodi di platino platinato.

O. Lehmann. *Sul trasporto degli ioni nell'ioduro d'argento solido e liquido.* — Continuando, con metodo perfezionato, le sue osservazioni, col microscopio, dell'elettrolisi dell'ioduro d'argento

(cfr. *N. Cim.* 18, pag. 166) l' A. ha potuto stabilire che in quella elettrolisi l' argento solo è trasportato dalla corrente, come avviene pel sodio nell' esperienza del Warburg sull' elettrolisi del vetro.

Per es. se un cristallo d' argento che si trovi chiuso nell' ioduro d' argento cristallizzato, è spostato nel senso della corrente e se gli s' impedisce di muoversi, l' ioduro d' argento presenta deformazioni che accusano una pressione dalla parte negativa del cristallo e una trazione dalla parte positiva. Se invece un cristallo d' ioduro d' argento è in un bagno d' ioduro fuso, il senso in cui esso è trasportato è opposto al precedente.

Tralasciando altri casi osservati dall' A., un fatto notevole è questo: che se si scaldano il portaoggetti e il coprioggetti tanto da rammollirli e da farli saldare insieme lungo un certo tratto in modo da dividere in due parti l' ioduro d' argento fuso, quando si faccia passare una corrente alternante si vedono delle particelle d' argento incrostarsi nel vetro e arrivare fino a ristabilire una comunicazione metallica fra le due regioni. Ciò spiega perchè gl' isolanti che si usano colle correnti alternate si deteriorino tanto facilmente dopo poco tempo, se le correnti sono di alta tensione.

W. Giese. *Contribuzione sperimentale allo studio della conduttività elettrica dei gas della fiamma.* — Questa Nota è la continuazione di un' altra pubblicata nel 1882 (*Wied. Ann.* 17, pagg. 1, 236, 519) e contiene la descrizione di fatti che confermano quanto l' A. aveva già fatto notare: che, cioè, lo spazio che circonda una fiamma elettrizzata ha di comune cogli altri conduttori la conduzione effettuata per mezzo degli ioni (cfr. *N. Cim.*, 28, pag. 88); ma che mentre negli elettroliti e nei metalli si trova in generale un ugual numero di ioni positivi e negativi, nello spazio che circonda la fiamma si trovano soltanto ioni omonimi a quelli della fiamma.

J. Stefan. *Sui motori termomagnetici.* — L' A. aveva già fatto notare, nella Memoria che pubblicò sulle leggi dell' induzione termodinamina (*Wien. Ber.* (2), 64, pag. 219, 1871, che la proprietà del ferro di perdere il magnetismo ad alta temperatura poteva essere utilizzata per costruire dei motori; e infatti son noti i motori termomagnetici di Edison, di Houston e Thomson, di Schwedoff e di Megee (per quest' ultimo v. *N. Cimento* 16, pag. 265).

L' uso del ferro è per altro accompagnato da certe difficoltà dovute alla temperatura troppo alta alla quale esso perde le proprietà magnetiche; e dopo che il Berson ebbe mostrato che il nichel si mantiene magnetico fino a 220° e perde quasi a un tratto

il magnetismo verso i 330°, l' A. pensò di adoprare quel metallo, invece del ferro, nella costruzione di tali apparecchi, che così permettono di dimostrare anche in lezione il principio su accennato.

Gli apparecchi costruiti dall' A. sono due. Il primo, che è il pendolo termomagnetico, è formato da una striscia larga 16 mm. lunga 16 cm. tagliata da un foglio di nichel dello spessore di mm. 0,2, piegata ad arco di cerchio e fissata pel suo mezzo ad un tubo sottile di ottone che serve come asta del pendolo. Lungo quel tubo è scorrevole un peso, per poter variare la durata di oscillazione. Quando è in riposo, il mezzo dell' arco di nichel, il cui centro è nel punto di sospensione del pendolo, è fra i due poli di un piccolo magnete a ferro di cavallo, e le sue due metà sono soggette a forze magnetiche uguali ed opposte; ma se da una parte quell' arco è riscaldato con una fiamma ad alcole, il pendolo s' inalza, perchè la parte fredda spinge quella calda fuori del campo compreso fra i poli, e il movimento continua finchè la gravità non prevale sull' azione magnetica che continua a esercitarsi sulla parte rimasta fredda. Il pendolo allora ritorna verso la posizione di riposo, e dopo alcuni movimenti irregolari si mantiene in oscillazione permanente.

L' altro apparecchio è la ruota termomagnetica. Essa funziona come il pendolo, ed è formata da un cerchio di nichel, fatto con una striscia larga cm. 2,7 e dello spessore di mm. 0,3. Il diametro del cerchio è 16 cm. e i suoi raggi son fatti con sottili tubi di ottone. Scaldando con una fiamma a gas una parte che sia fuori della linea mediana del campo magnetico determinato dalla calamita fra' cui poli si muove quel cerchio di nichel, si può ottenere una velocità di 1 giro al secondo.

Nella seconda parte di questa Nota l' A. applica i due principii della termodinamica ai fenomeni termomagnetici, e studia più specialmente i calori specifici del ferro e del nichel in un campo magnetico e fuori di quel campo. Il primo è in generale maggiore; ma non vi sarebbe differenza fra l' uno e l' altro se la magnetizzabilità dipendesse linearmente dalla temperatura. Tuttavia anche in questo caso sarebbe possibile costruire un motore termomagnetico.

L' effetto utile di questi motori è paragonabile a quello dei motori elettromagnetici nei quali la corrente è interrotta dal moto di un' àncora; ma quelli termomagnetici avrebbero su questi il vantaggio di non aver magnetismo residuo, che consuma, quando l' àncora si allontana, una parte del lavoro prodotto.

E. Emden. *Osservazioni alla Memoria del* Tammann *sulla legge della tensione dei vapori delle soluzioni saline.* — L' A. non

concorda colle conclusioni cui giunse il Tammann, che cioè la legge di Babo non sia verificata, e ritiene che esperienze meritevoli di fiducia la confermino completamente. Per di più egli osserva che come le legge di Mariotte si può dedurre dalla teoria cinetica per i gas perfetti, così quella di Babo si può dedurre per le soluzioni perfette dalle considerazioni di van' t Hoff sulla pressione osmotica, e da quelle di Planck sul principio dell' aumento dell' entropia.

Poichè la legge di Babo è vera, dal punto di ebollizione di una soluzione non troppo concentrata si può dunque calcolare il suo punto di congelamento, e viceversa.

G. WEIDMANN. *Misure fatte col dilatometro di* Abbe. — Per l' importanza che hanno nella termometria e nell' ottica, l' A. ha determinato col dilatometro di Abbe i coefficienti di dilatazione delle più comuni specie di vetro. Le costanti α e β dell' ordinaria formula di dilatazione sono, secondo l' A., le seguenti:

Composizione del vetro	Indice di refrazione n_0	Valori delle costanti	
Silicato-crown	1,516	$\alpha_{40} = 867 \times 10^{-8}$	$\beta = 0,9 \times 10^{-10}$
Silicato-flint	1,613	» 731 »	0,4 »
borato d' alluminio	1,518	» 560 »	0,55 »
borato di piombo	1,573	» 538 »	0,7 »
» »	1,573	$\alpha_{50} = 480$ »	—
fosfato di magnesio	1,504	$\alpha_{30} = 650$ »	—
vetro di Turingia	—	$\alpha_{40} = 938$ »	0,6 »
fluorite	—	$\alpha_{52} = 1934$ »	—

E. WIEDEMANN. *Sul secondo principio della termodinamica.* — Nella sua Memoria sulla *Meccanica della luminosità* (v. pag. 127) il Wiedemann fece notare che nei fenomeni di luminescenza il principio di Clausius deve intendersi in modo diverso dal consueto; ora egli porta due esempi per mostrare che vi sono casi in cui del calore può passare, senza spesa di lavoro, da un corpo freddo a uno più caldo. E infatti, dalle ricerche di Ebert (v. pag. 165) resulta che in una fiamma raffreddata a 500° l' emissione nell' ultravioletto è quasi esattamente la stessa di quella che si ha in una fiamma che abbia la temperatura di 1000°; se ora immaginiamo che la fiamma a 500° sia accesa in un cilindro di platino, tenuto alla temperatura di 700° (l' emissione del quale nell' ultravioletto è assai piccola) e che fra mezzo sia posto un corpo che assorba tutti i raggi visibili e si lasci attraversare soltanto da quelli ultravioletti, si comprende come dalla fiamma giungeranno al platino delle radiazioni ultraviolette, che lo riscalderanno.

Devesi tuttavia avvertire che se prendiamo a considerare non solo il passaggio di energia dal corpo luminescente al platino, ma anche la sorgente d'energia che provoca la luminescenza, allora il principio di Clausius vale nella sua vecchia forma: il corpo luminescente è soltanto un termine intermedio, che permette il passaggio dell'energia da un corpo più caldo a uno più freddo, un termine intermedio che è tuttavia più freddo, nel senso ordinario della parola, dei due termini estremi.

Il Wiedemann propone perciò il seguente modo di enunciare il principio di Clausius, che comprende anche i fenomeni della luminescenza: per mezzo dell'irraggiamento, dell'energia, che corrisponde a una certa durata di vibrazione, passa sempre da un corpo a un altro, se pel primo corpo il rapporto fra l'emissione e l'assorbimento per quella specie di radiazioni è maggiore che pel secondo. E dell'energia, che corrisponde a un determinato moto intermolecolare, passa sempre, per il contatto o per il miscuglio, da un corpo a un altro, se il rapporto fra l'energia intermolecolare che per l'urto delle molecole si trasforma in moto di traslazione, e l'energia di traslazione, che si trasforma in energia intermolecolare, è maggiore pel primo corpo che per il secondo. Finalmente si ha passaggio di energia, se l'energia dei moti traslatorii delle molecole del primo corpo è maggiore di quella corrispondente del secondo.

E. Ebert. *Due forme di spettrografo.* — 1) Spettrografo con una lente di quarzo.

I raggi che partono da una fenditura, S, di un tubo assai lungo, cadono su una lente Q di quarzo (che ha la distanza focale di 140 cm. e l'apertura di 7 cm.) che li rende paralleli. La lente di quarzo è comandata da un'asta a vite, e si può fare scorrere lungo il tubo. Dopo avere attraversato la lente, il fascio di raggi paralleli cade su un reticolo piano G, delle dimensioni 3,5 $\times$ 4,5 cm. che ha le righe parallele alla fenditura. Questo reticolo disperde i raggi che vi cadono, in modo che i fasci riflessi di una stessa lunghezza d'onda e appartenenti a uno spettro del medesimo ordine son paralleli fra loro; talchè essendo rimandati per riflessione dal reticolo alla lente Q, questa li riunisce in una immagine ben netta sul piano della fenditura, ove possono esser osservati direttamente, o ricevuti su una lastra fotografica opportunamente disposta.

Con questo spettrografo l'A. ha fissato sulle lastre Obernetter, in 3 e 5 s. respettivamente, gli spettri ultravioletti di 1.° e 2.° ordine del carbonio e del ferro posti nell'arco voltaico.

2) Spettrografo con uno specchio concavo.

La luce proveniente dalla fenditura S cade su uno specchio concavo H, di 15 cm. di diametro, che è fissato in un tubo alla distanza di 120 cm. dalla fenditura, che è appunto la distanza focale principale dello specchio. I raggi paralleli riflessi dallo specchio giungono su un reticolo piano G che è fissato obliquamente sulla parte interna della parete che porta la fenditura. I raggi diffratti di una determinata lunghezza d'onda partono dal reticolo paralleli fra loro e ritornano sullo specchio concavo, che li riconcentra nel piano della fenditura, sul quale piano vengono a formare l'immagine di S, e possono essere al solito o studiati direttamente o fotografati.

Questi due apparecchi posson servire a diversi usi: per es. a fotografare tutte le parti di uno spettro; e se la fenditura di quello collo specchio si chiude con una lamina sottile di quarzo, si può anche fare il vuoto nel tubo ed eliminare ogni assorbimento di luce. Posson servire a render visibili le righe dello spettro solare, se si mette una lastra di vetro smerigliato al posto della lastra fotografica; nello spettro di 1.° ordine le due righe del sodio si vedono distanti assai, e se si adopra un vetro d'uranio si può render visibile l'espansione della parte violetta anche a un uditorio numeroso. Finalmente posson servire come comode sorgenti di luce monocromatica.

H. E. J. G. du Bois. *Modificazione semplice del metodo di* Poggendorff *per le letture collo specchio.* — Davanti allo specchio mobile si trova la scala divisa, e sulla linea che riunisce i loro punti di mezzo è fissato un altro specchio che riflette entro il cannocchiale, posto lateralmente, i raggi luminosi che son partiti dalla scala e che già sono stati riflessi una prima volta dallo specchio mobile. Il secondo specchio può esser vicino quanto si vuole al primo e al cannocchiale, talchè è molto comodo fissarlo addirittura sul cannocchiale. Questa disposizione, che permette di tener la scala molto lontana e il cannocchiale molto vicino allo specchio mobile, è utile cogli apparecchi nei quali lo specchio mobile, che serve a misurare delle rotazioni piccolissime, è portato da un apparecchio che deve regolarsi a mano dall'osservatore. L'A. si è servito di questo metodo con un polarimetro; e con un cannocchiale che ingrandiva 18 volte e con la scala lontana 5 metri dallo specchio, ha potuto misurare comodamente le rotazioni dell'analizzatore a meno di 2″, ciò che col solito mezzo del nonio avrebbe richiesto un cerchio diviso del diametro di 40 cm.

F. Streintz. *Su una pila argento-mercurio e sulla dipendenza della sua f. e. m. dalla temperatura.* — L'A. ha studiato questa pila, che ha una f. e. m. nulla a 10° c. per verificare se ad essa è applicabile la teoria di Helmholtz, ed ha trovato che quella teo-

ria è certamente applicabile ai processi reversibili di quella pila, e con molta probabilità anche a quelli non reversibili.

F. HIMSTEDT. *Sull' azione elettromagnetica della convezione elettrica.* — L' A. ha ripetuto la nuova esperienza di Rowland, adoprando due dischi girevoli verticali, coperti di grafite anzichè di foglia d' oro, senza sapere che contemporaneamente anche Rowland stava ripetendo le sue esperienze (cfr. *N. Cim.* 27, p. 264).

La modificazione introdotta dall' Hinstedt, di adoprare la piombaggine, è molto vantaggiosa, perchè riduce molto gli effetti del magnetismo così detto di rotazione, e la deviazione dell' ago magnetico dovuta alla rotazione del disco allo stato naturale è piccolissima di fronte a quella che si osserva quando il disco è carico.

Se i due dischi girano nello stesso senso le loro azioni sul sistema astatico posto fra di essi si sommano; se girano in sensi opposti si sottraggono, e l' apparecchio funziona come un galvanometro differenziale.

L' A. ha trovato che le deviazioni degli aghi son proporzionali alla velocità di rotazione e al potenziale cui son portati i dischi, purchè il potenziale sia inferiore a 4000 v. Al di là, la deviazione cresce meno rapidamente, e resta poi costante per qualunque carica; ma allora la dispersione dell' elettricità complica certamente in modo non ben apprezzabile il fenomeno.

Contrariamente a quanto trovò Rowland, l' A. non ha osservato nessuna differenza nei valori assoluti delle deviazioni di sensi contrari ottenute con rotazioni positive e negative dei dischi.

W. VOIGT. *Sul rapporto fra le due costanti d' elasticità dei corpi isotropi.* — È noto come da diverse esperienze sia stata contradetta l' ipotesi di Poisson che il rapporto σ fra l' allungamento prodotto da una trazione e la contrazione laterale che l'accompagna fosse per tutti i corpi isotropi uguale a $^1/_4$. L' ipotesi di Poisson derivava dall' aver egli ammesso che le forze elastiche fossero le resultanti delle azioni molecolari, e che l' azione che si esercita fra due molecole qualunque dipendesse unicamente dalla loro distanza e non fosse modificata dalla vicinanza di altre molecole. Secondo l' A. le divergenze osservate debbono ascriversi alla mancanza d'isotropia dei corpi sui quali furon fatte le esperienze; ed egli studia che cosa si dovrebbe trovare per corpi quasi isotropi, cioè formati di piccoli cristalli identici, orientati in tutti i sensi, piccoli rapporti alle dimensioni del corpo, ma grandi rispetto al raggio dell' azione molecolare. Supponendo che l' azione che si esercita fra due molecole d' uno di quei cristalli dipenda dalla loro distanza e dalla orientazione della retta che li unisce, rispetto agli assi del cristallo, ma, come pensava Poisson, non dalla presenza

di molecole vicine, l' A. arriva a calcolare i coefficienti pel corpo così costituito, in funzione di quelli del cristallo elementare. Egli trova che le proprietà del solido son le stesse in tutte le direzioni, perchè i cristalli costituenti son supposti disseminati a caso; ma ora il rapporto σ dipende dalle proprietà elastiche di quei cristalli.

L' A. ha poi preso a studiare dei corpi che esistono amorfi e cristallizzati, e ha calcolato σ per il corpo amorfo, ammettendo l' identità fra i cristalli che lo costituiscono e quelli che esistono effettivamente della stessa sostanza, e ha trovato un accordo molto sodisfacente fra il calcolo e l' esperienza. Per es. per la barite il calcolo dava per il rapporto fra le resistenze di flessione e di torsione il valore $2{,}58_5$, mentre l' osservazione diretta su 4 campioni di barite bruna dette i valori 2,58, 2,56, 2,59, 2,58.

R. Geigel. *Sulla direzione delle vibrazioni della luce polarizzata.* — Secondo la teoria elettromagnetica della luce, ogni raggio polarizzato deve contenere due vibrazioni fra loro ortogonali; una nel piano di polarizzazione, l' altra normalmente ad esso, e di quelle due vibrazioni la natura è elettrica di una, magnetica dell' altra; talchè per quanto si riferisce alla propagazione nell' etere, la decisione fra le ipotesi di Fresnel e di Newmann sulla direzione delle vibrazioni nei raggi polarizzati ha perso ogni valore.

Tuttavia sembra possibile che quelle due vibrazioni non sieno del tutto identiche, e che una possa ritenersi quale causa dell' altra; e l' A., studiando la riflessione interna nei cristalli, sperava di poter ottener qualche indicazione in proposito. Ma dalle esperienze fatte non ha potuto concludere altro che nè la sola vibrazione supposta da Fresnel, nè quella sola supposta da Newmann, possono propagare la luce, e che ambedue si presentano sempre insieme e con proprietà identiche, come esige la teoria del Maxwell.

A. Wüllner. *Sul passaggio graduale degli spettri dei gas nelle loro diverse forme.* — Era stato supposto che gli spettri di 1.° e di 2.° ordine che presentano i gas fossero dovuti: gli uni alle molecole, gli altri agli atomi dei gas; ma l' A., riprendendo gli studi pubblicati su questo soggetto nel 1879 ha potuto costatare che le linee dei così detti spettri a righe sono soltanto parti dello spettro completo del gas cui si riferiscono, il quale spettro si presenta quando si adopra un sufficiente spessore del gas e la temperatura necessaria; e che il passaggio da uno spettro all' altro si effettua con continuità.

O. Tumlirz. *L' equivalente meccanico della luce.* — Con un termometro ad aria di costruzione speciale e con una lampada ad

acetato d'amile, che ha il vantaggio di mantenersi fissa e di altezza costante l' A. ha potuto determinare l' equivalente meccanico della luce. I raggi calorifici oscuri furono scevrati da quelli luminosi facendo attraversare dal fascio luminoso una cassetta cubica di vetro piena d' acqua, e tenendo conto di tutte le riflessioni dei raggi e di tutte le circostanze che potevano introdurre degli errori, l' Autore ha trovato per quell' equivalente il valore $0{,}00361 \frac{\text{picc. cal.}}{\text{sec.}}$; cioè: se davanti alla fiamma ad acetato d'amile si trova una superficie di 1 cm^2, distante 1 metro, in modo che la normale ad essa sia orizzontale e passi per il mezzo della fiamma, su di quella superficie arriva ogni secondo una quantità di luce la cui energia è equivalente a una quantità di calore uguale a $361 \,.\, 10^{-9}$ piccole calorie, o a un lavoro elettrico $= (1{,}226 \text{ milliampere})^2 \times 1 \,.\, \text{ohm}$. Questa quantità di luce potrebbe riscaldare di 1° c. 1 gr. d' acqua in 1 anno e 87 giorni.

Valendosi delle ricerche del Langley sull' energia solare, l'A. ha anche calcolato che la luce del sole è equivalente a 102×10^{25} di quell' unità di luce sopra adottata, o a 28×10^{25} candele normali tedesche.

K. Natterer. *Alcune esperienze sul passaggio dell' elettricità a traverso i gas e i vapori.* — Con un piccolo rocchetto di Ruhmkorff attivato da una pila di 2 elementi al bicromato, tenuta il più possibile costante, l' A. ha studiato la distanza esplosiva e il potere illuminante della scarica elettrica in molti gas e in molti vapori, costruendo una numerosa serie di tubi di scarica fatti in modo da poter rinnuovare continuamente quei fluidi che sono alterati dalla scarica elettrica. L' A. dà i risultati ottenuti come soltanto approssimativi, perchè non ha preso nessuna precauzione affinchè la differenza di potenziale fra gli elettrodi restasse costante; ma dai valori trovati egli crede di poter dedurre che nei gas e nei vapori che hanno la molecola composta dello stesso numero d' atomi la distanza esplosiva diminuisce, mentre il potere illuminante cresce, col peso molecolare.

Nei vapori di mercurio, la cui molecola è monatomica, la distanza esplosiva e il potere illuminante sono molto maggiori che in tutti gli altri gas e vapori studiati.

A. Franke. *Osservazioni alle ricerche del* Watcher *sulle differenze fra l' elettricità positiva e negativa.* — L' A. fa osservare che la maggior quantità di calore, misurata dal Watcher col termometro di Riess, quando dalla bottiglia si scarica elettricità negativa, non serve a dimostrare che la bottiglia assume una quantità di elettricità negativa maggiore di quella positiva; perchè la differenza potrebbe esser causata dalla diversa resistenza opposta

alla scarica negativa e a quella positiva. Per decider la questione bisognerebbe scaricare la bottiglia attraverso un galvanometro.

E. FLEISCHL. v. MARXOW. *Sul miglior modo di procurarsi luce monocromatica.* — Avendo adoprato bromuro di sodio, anzichè il sal comune com'è solito farsi, per ottener luce gialla, l'A. ha riconosciuto che la fiamma è molto più fissa e circa 9 volte più luminosa. Egli raccomanda perciò l'uso del bromuro di sodio, che non ha nemmeno lo svantaggio di decrepitare sulla fiamma come il sal marino.

L. C. LEVOIR. *Ghiaccioli col nucleo di carbone.* — In una fabbrica di gaz, nella scomposizione di $C_2 H_4$ in C e CH_4, l'A. ha osservata la formazione di sfere solide di carbone, che hanno l'aspetto e la struttura simile affatto ai chicchi di grandine.

Comptes Rendus — 1890.

15 e 16. — M. H. POINCARÉ. *Sulla legge elettrodinamica di* Weber — Nella fine della sua opera immortale il Maxwell studia quella legge e cerca dedurne le note leggi dell'induzione; ma il Poincarè dimostra che l'analisi del Maxwell contiene una serie di errori gravi, abbenchè il resultato finale sia esatto *in ciò che concerne le correnti chiuse.* Ma il resultato è inesatto per correnti aperte.

Maxwell calcola la derivata seconda $\frac{d^2 r}{dt^2}$ ed arriva alla equazione che egli chiama (27), (veggasi p. es. la traduzione francese di G. Seligmann-Lui, con le Note dei MM. Cornu, Potier e Sarrau, tomo secondo, pagina 557) e che è inesatta. Per rettificarla converrebbe aggiungerci i due termini seguenti.

$$2v \frac{d^2 r}{ds\, dt} + 2 v' \frac{d^2 r}{ds' dt} .$$

Tenendo conto delle azioni delle due elettricità di nome contrario, tutti i termini si distruggono, salvo quelli in v ed in $\frac{dv}{dt}$; i soli termini di $\frac{d^2 r}{dt^2}$ dei quali si deve tener conto, sono i seguenti:

$$\frac{dv}{dt} \frac{dr}{ds} + 2v \frac{d^2 r}{dt\, ds} .$$

Maxwell non tien conto che del primo di questi due termini, ed allora ottiene per la forza elettromotrice dovuta all' induzione di ds su ds' la espressione (30)

$$\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\frac{d}{dt}\left(\frac{i}{r}\right) ds\, ds' ; \tag{30}$$

e dovrebbe trovare

$$\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\frac{d}{dt}\left(\frac{i}{r}\right) ds\, ds' + 2\frac{i}{r}\frac{d^2r}{ds\, dt}\frac{dr}{ds'} ds\, ds' .$$

Poi commette un secondo errore che, per correnti chiuse, compensa il primo. Integrando, egli dice, questa espressione relativamente ad s ed a s', si ottiene per la forza elettromotrice nel secondo circuito, la espressione da lui notata (31). Questa ultima non sarebbe esatta che nel caso in cui $\frac{dr}{ds}$ e $\frac{dr}{ds'}$ fossero indipendenti dal tempo, e ciò non è. Avrebbe dovuto trovare

$$\iint\left[\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\frac{d}{dt}\left(\frac{i}{r}\right) + \frac{2i}{r}\frac{d^2r}{ds\, dt}\frac{dr}{ds'}\right] ds\, ds' = -\frac{d(\mathrm{M}i)}{dt} + \mathrm{J}\, i ,$$

ponendo

$$\mathrm{J} = \iint\left(\frac{1}{r}\frac{d^2r}{ds\, dt}\frac{dr}{ds'} - \frac{1}{r}\frac{d^2r}{ds'dt}\frac{dr}{ds}\right) ds\, ds' .$$

Nel caso di correnti chiuse, la integrazione per parti conduce a

$$\iint\frac{1}{r}\frac{d^2r}{ds\, dt}\frac{dr}{ds'} ds\, ds' = -\iint \log r \frac{d^3r}{dt\, ds\, ds'} ds\, ds' ,$$

ed a

$$\iint\frac{1}{r}\frac{d^2r}{ds'\, dt}\frac{dr}{ds} ds\, ds' = -\iint \log r \frac{d^3r}{dt\, ds\, ds'} ds\, ds' .$$

Si ha dunque $\mathrm{J} = 0$, e la forza elettromotrice è, come la indica Maxwell, espressa da $-\frac{d(\mathrm{M}i)}{dt}$. Vediamo quel che succede per le correnti non chiuse. Avendosi

$$\mathrm{M} = -\iint\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\frac{1}{r} ds\, ds' ,$$

il lavoro elettrodinamico dell' azione fra i due circuiti è eguale ad $i i'\, d\mathrm{M}$, vale a dire all' aumento del *potenziale* elettrodinamico

$M i i'$, calcolato come se le intensità fossero costanti. Ci si può maravigliare che il lavoro dell' attrazione elettrodinamica, a correnti aperte, sia uguale all' aumento di un certo potenziale. Si sa, infatti, che ciò non avviene con la legge di Ampère, e la legge di Weber conduce precisamente, per l' attrazione di due elementi, alla formula di Ampère. Ma la contraddizione non è che apparente, perchè la legge di Weber conduce alla Ampère, alla condizione che siano conformi le velocità delle elettricità, attraverso i conduttori. E qui il Poincarè fa alcune considerazioni per dimostrare che tal condizione non è possibile; e poi dice che ciò spiega il perchè, nella teoria Weber, non basta per ottenere l' azione delle correnti non chiuse, comporre fra loro le azioni elementari calcolate con la formula di Ampère.

La f. e. m. di induzione del primo sul secondo circuito dovrebbe essere $-\frac{d(Mi)}{dt}$, ed è a questo valore che il calcolo erroneo sopra citato conduce il Maxwell, valore conforme al principio dell' energia, ma con la rettificazione sopra detta si trova invece

$$-\frac{d(Mi)}{dt}+Ji,$$

e nel caso di correnti aperte J non è nullo. E qui il Poincarè cita alcune linee del Maxwell (*l.* c. pag. 535, linea 14) ove è detto che la legge Weber è compatibile col principio della conservazione dell' energia, in questo senso, almeno, che vi ha un potenziale e che è questo tutto ciò che è necessario per poter seguire Helmholtz e Thomson nell' applicazione del principio; potersi dunque affermare, anche prima di ogni calcolo, che la legge Weber deve render conto dei fenomeni di induzione. Dunque, dice il Poincarè, Maxwell si credeva sicuro di trovare il valore $-\frac{d(Mi)}{dt}$. Che dobbiamo concludere? dice il Poincarè; dobbiamo concludere, *essere inesatto che il principio della conservazione dell' energia basti a far prevedere le leggi dell' induzione;* e questo è noto a tutti quelli che hanno letto la *teoria matematica dell' elettricità* del Bertrand.

Cerchiamo, continua il Poncairè, di tener conto di tutte le circostanze del problema. Ammettiamo che la induzione del primo circuito sul secondo comprenda due termini, l' uno proporzionale ad i e dipendente dallo spostamento relativo dei circuiti, e l' altro proporzionale a $\frac{di}{dt}$ e dipendente dalla variazione di intensità. La f. e. m. di induzione, del primo sul secondo, può esprimersi

con

$$- \mathrm{B} \frac{di}{dt} - \mathrm{C}\, i\,.$$

La f. e. m. di induzione del secondo sul primo, sarà

$$- \mathrm{B}' \frac{di'}{dt} - \mathrm{C}'\, i'\,,$$

Pel principio della conservazione dell' energia, avremo

$$\mathrm{B} = \mathrm{B}', \qquad \mathrm{C} + \mathrm{C}' = \frac{d\mathrm{M}}{dt} + \frac{d\mathrm{B}}{dt}\,.$$

È naturale l'ammettere che, se una corrente eguale ad i si sposta da una posizione H ad un altra H', la forza elettromotrice dovuta a questo spostamento sarà uguale a quella che sarebbe prodotta dallo sparire di una corrente eguale ad i in H, ed al prodursi di una corrente eguale ad i in H'. Sparizione e nascimento non dovuti a spostamenti, ma a variazioni d'intensità. Questa ipotesi ammessa avremo

$$(b) \qquad \mathrm{C} = \frac{d\mathrm{B}}{dt}, \qquad \mathrm{C}' = \frac{d\mathrm{B}'}{dt}$$

e verrà

$$(c) \qquad \mathrm{B} = \mathrm{B}' = \mathrm{M}, \qquad \mathrm{C} = \mathrm{C}' = \frac{d\mathrm{M}}{dt}\,.$$

E questo è ciò che per l'ordinario si suppone, ciò che avviene per certo per correnti chiuse, ed è il resultato a cui conduce il calcolo erroneo del Maxwell per correnti aperte. Ma se si rettifica il calcolo, si ha

$$\mathrm{B} = \mathrm{B}' = \mathrm{M}, \quad \mathrm{C} = \frac{d\mathrm{M}}{dt} - \mathrm{J}, \quad \mathrm{C}' = \frac{d\mathrm{M}}{dt} + \mathrm{J}\,.$$

Questi valori sono conformi come le (c) alle (*a*) dedotte dal principio della conservazione della energia; ma si vede che, adottando la teoria di Weber, bisogna rinunciare per le correnti aperte alle ipotesi espresse dalle equazioni (*b*), quantunque sembrino naturali. Se si fa tal rinunzia, il principio della conservazione dell' energia è insufficiente a determinare il coefficiente di induzione.

M. E. Bouty. *Sui condensatori di mica.* — Le esperienze dell' A. ebbero lo scopo di scoprire come opera un condensatore in mica (microfarad) quando si uniscono le sue armature ai due poli di una pila. Spesso si dice che le scariche residue dei condensatori sono dovute alla penetrazione, più o meno profonda, delle cariche nel dielettrico; ma l' A. osserva che, se la cosa fosse così, quando le lamine dielettriche sono sottilissime le due elet-

tricità finirebbero col riunirsi, e dopo qualche tempo, una corrente i uniforme attraverserebbe il circuito del condensatore e tutto avverrebbe all' esterno come se, invece del dielettrico, si avesse un conduttore di gran resistenza r ma determinata.

L' A. introduce in quel circuito una resistenza R in grafite di 200 ai 400 meghom ma piccolissima relativamente ad r. Con l' elettrometro Lippmann si misurava la differenza i R di potenziale alle due estremità di quella resistenza, se ne deduce i, e si calcola r con la formula $i = E : (R + r)$, (1). La E variò da 1 a 20 Daniell.

La osservazione seguente serve di controllo alle misure. I microfarad del commercio son fatti di più condensatori distinti, associabili per formare una capacità di un dato qualunque numero di decimi microfarad. Operiamo sopra un solo di quei condensatori di capacità elettromagnetica c. Sia k la costante dielettrica della mica, S la superficie armata, e la grossezza del dielettrico, ρ la sua resistenza specifica, e v il rapporto delle unità magnetiche alle elettrostatiche. Si ha,

$$(2),\quad c = \frac{KS}{4\pi e v^2}. \qquad (3),\quad r = \rho\frac{e}{S},\quad \text{da cui},\quad (4),\quad cr = \frac{K\rho}{4\pi v^2}.$$

Il secondo membro della (4) contiene solamente delle costanti onde la r, della (1), diventa in ragione inversa della capacità c (ben inteso, in seno ad un microfarad, pel quale il fabbricante ha dovuto impiegare materiali di una stessa origine).

Ecco i resultati esperimentali. La i, sempre considerevole in principio, decresce rapidamente, e p. es. dopo due ore, se l' isolamento è perfettissimo, diventa piccolissima e d' allora in poi invariabile. Con un microfarad nuovo, del Carpentier, ed una f. e. m. di 11 volt, si ebbe pel valor limite $i = 1{,}59 \,.\, 10^{-11}$ ampere.

Allora, così stabilito lo stato permanente, si chiusero successivamente le suddivisioni 0,2, — 0,2, — 0,5, in modo da ridurre la capacità al decimo del suo valore iniziale. La intensità i che, secondo le (1) e (4), dovrebbe trovarsi sensibilmente divisa per 10, resta invece invariabile ad un quarantacinquesimo circa del suo valore, vale a dire al limite di precisione possibile con l' elettrometro impiegato, in tali condizioni. La corrente i residua osservata, non può dunque essere attribuita al passaggio della elettricità attraverso il dielettrico, e non proviene che dalla imperfezione dell' isolamento del circuito, e delle diverse parti del microfarad. Questa esperienza è decisiva, perchè in quelle condizioni si può apprezzare una corrente di $3{,}5 \,.\, 10^{-13}$ ampère. La corrente che passava in modo permanente attraverso il dielettrico del condensatore formato dalle suddivisioni 0,2, — 0,2, — 0,5 (0,9 micro-

farad) e della quale non si potè verificare la esistenza, era certamente inferiore a quel valore; se ne deduce, dalla (4), $K\rho > 3,19 . 10^{20}$ ohm. Le esperienze di M. J. Curie sulle resistenze degl' isolanti sono d' accordo con quelle dell' A., M. Bouty. Si avrebbe $\rho > 3,19 . 10^{19}$ ohm. Sarebbe la resistenza di una colonna di mercurio di un millimetro quadro di sezione, e tanto lunga che se vuota, la luce vi impiegherebbe 3000 anni a percorrerla. In conclusione, alla temperatura ordinaria, e per differenze di potenziali di 1 a 20 volt, una lamina sottile di mica oppone un ostacolo assoluto, al passaggio continuo della elettricità, attraverso di essa.

M. J. Borgmann. *Sulle azioni meccaniche delle correnti alternanti.* — In questa Nota è descritta una continuazione delle ricerche dello stesso Autore, narrate in parte nel numero 5° qui precedente, ove abbiamo anche descritto l' apparecchio. L' A. ha perfezionato in varie parti l' apparecchio. Per misurare la intensità delle corrènti alternanti adoperò un sensibile elettrodinamometro Siemens. Fra i resultati, notiamo i seguenti, ottenuti esperimentando con dischi pieni. Le repulsioni di un disco, posto orrizzontalmente sul rocchetto, furon proporzionali alle indicazioni dell' elettrodinamometro, cioè all' integrale di $i^2 . dt$. Le repulsioni sono all' incirca proporzionali alle radici quadrate delle distanze, aumentano con la grossezza e diminuiscono col diametro, del disco. Le repulsioni diminuiscono quando aumenta la resistenza specifica del disco, ma in minor proporzione, ed aumentano quando diminuisce il numero delle inversioni nell' unità di tempo. Un disco di ferro era attirato, dal rocchetto a correnti alternanti. Il rocchetto fu sempre adoperato senza anima di ferro, e con questo ferro la ripulsione sarebbe di molto maggiore. X.

PATTI D'ASSOCIAZIONE

Del Nuovo Cimento si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:
Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50
Per l'Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al Prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*

(Conto corrente con la Posta)

Si pubblica una volta al mese. 1890. Fascicolo N. 11 e 12

IL NUOVO CIMENTO

GIORNALE FONDATO PER LA FISICA E LA CHIMICA

DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

CONTINUATO

PER LA FISICA ESPERIMENTALE E MATEMATICA

da E. BETTI e R. FELICI

Terza serie Tomo XXVIII.

NOVEMBRE e DICEMBRE

Pubblicato il 18 Gennaio 1891.

1890

PISA

TIP. PIERACCINI DIR. DA P. SALVIONI

INDICE

RIVISTA

SULLE EQUAZIONI FONDAMENTALI DELL' ELETTRODINAMICA PER I CORPI IN QUIETE; MEMORIA DEL DOTTORE M. H. HERTZ, PROFESSORE ALL' UNIVERSITÀ DI BONN [1]).

Il sistema di concetti e di formule, per mezzo del quale Maxwell è riuscito ad ottenere la teoria dei fenomeni elettromagnetici è più ricco e più esteso, tenendo conto delle risorse di sviluppo di cui è suscettibile, di qualunque altro sistema immaginato per raggiungere questo fine. È però certamente desiderabile che la forma di una teoria così soddisfacente in se stessa si perfezioni quanto più sia possibile. La ricostruzione di un tal sistema dovrà lasciare distinguere dappertutto le basi logiche su cui esso si fonda, sopprimere le nozioni accessorie e ridurre alla forma più semplice le nozioni essenziali. A questo riguardo è imperfetta l' esposizione del Maxwell stesso; essa oscilla sovente tra le concezioni che Maxwell ha trovato avanti di sè e quelle a cui egli è pervenuto. Maxwell accetta l' azione a distanza come punto di partenza, cerca le leggi della modificazione che questa azione fa subire alle ipotetiche polarizzazioni dell' etere dielettrico, e deduce come conclusione che queste polarizzazioni si modificano effettivamente, ma che le forze a distanza non ne sono la causa. Questo procedimento lascia la spiacevole impressione che sia scorretta o la conclusione finale o il metodo per arrivarci. Di più egli conserva *certi antichi concetti,* il cui significato sparisce coll' abbandonare l' antica teoria dell' azione a distanza. Tale è la distinzione tra lo spostamento dielettrico nell' etere libero e la forza elettrica che vi si sviluppa, dando luogo al rapporto di queste due quantità, cioè alla costante dielettrica dell' etere. Mantenere simili distinzioni implicherebbe che sopprimendo l' etere in una porzione di spazio vi si lascia sussistere l' azione a distanza. Esse distinzioni poterono essere conformi alle idee donde Maxwell è partito, ma non lo sono certo a quelle a cui i suoi

1) *Nachrichten von der Königlichen der Wissenschaften und der Georg-August. Universität zu Gottingen,* 19 Mars, n. 4, 1890.

La direzione degli *Archives des sciences physiques et naturelles* mandò la traduzione di questo lavoro al suo autore, che la rivide e gli diede così, relativamente all' esattezza, un pregio speciale.

La presente è fatta secondo quella traduzione inserita negl' *Archives,* n. 7, 1890.

lavori ci hanno condotto. Come un altro esempio di un principio elementare accessorio, io citerò la parte dominante attribuita al potenziale vettore nelle equazioni fondamentali. I potenziali si prestavano a una teoria nuova, permettendo di sostituire alla forza variabile da un punto all'altro una quantità di cui il valore non dipende che dai punti vicini; ma dal momento che le forze stesse rientrano per noi in questa categoria di grandezza, non conviene di sostituire loro un potenziale, altro che qualora questa trasformazione presenti un vantaggio. E ci sembra che non sia punto un vantaggio quando si introduce il potenziale vettore nelle equazioni fondamentali, da cui bisogna dedurre delle relazioni fra grandezze fisiche e non fra espressioni analitiche.

Queste imperfezioni di forma rendono difficile l'uso della teoria di Maxwell. Fu cercando d'applicarla a casi particolari che io mi sono sforzato da lungo tempo di ridurre il numero delle formule del Maxwell, e di dedurne il vero significato indipendente dalla forma casuale sotto la quale esse si sono dapprima presentate. M. Oliver Heaviside cominciò già nel 1885 a occuparsi di un lavoro analogo. I concetti che egli elimina dalle equazioni del Maxwell sono quelli stessi che io pure elimino, e la forma semplificata che egli dà alle equazioni, concorda, eccetto qualche *dettaglio* d'espressione, con quella che io ottengo [1]). In quanto a queste equazioni la priorità appartiene dunque a M. Heaviside, ma io spero che questo studio non sembrerà superfluo. È una esposizione che non pretende di essere definitiva, ma di offrire nuove risorse per più ampi miglioramenti. Io divido il soggetto in due parti. Nella prima parte A dò i concetti fondamentali, e le formule che li fanno dipendere gli uni dagli altri. Le formule sono commentate ma questi schiarimenti non sono dimostrazioni delle formule. Gli enunciati sono piuttosto riguardati come fatti d'osservazione e la loro prova è di ordine esperimentale. Non però ognuna delle formule, ma il loro insieme è considerato come un tutto che ci si può proporre di verificare per mezzo dell'accordo coi fatti. Questo succede pure nei sistemi di equazioni della meccanica ordinaria.

1) Queste equazioni si trovano nel *Philosophical Magazine*, febb. 1888.
Un lavoro anteriore è apparso nell' *Électrician* nel 1885, ma io non ne ho mai potuto prendere cognizione.

Nella seconda parte B io stabilisco come si possono dalle formule dedurre *in un modo sistematico* i resultati, suscettibili di essere constatati per mezzo dell' osservazione e per conseguenza verificarli. Questa parte comporterebbe una grande estensione se la si trattasse entrando nelle questioni particolari, ma qui non si può trattare che di indicazioni sommarie.

A. I concetti fondamentali e la loro correlazione.

1. *La forza elettrica e la forza magnetica.* — L' interno di tutti i corpi, compresovi l' etere libero, può *uscire* da uno stato *di riposo* indifferente, subendo due specie di perturbazioni che noi chiamiamo elettriche e magnetiche. Noi non conosciamo la natura di queste perturbazioni, e conosciamo solamente i fenomeni che ne derivano. Conosciuti questi, noi ne deduciamo i rapporti geometrici delle variazioni di stato.

Le perturbazioni elettriche e magnetiche sono legate fra loro da questa condizione, che in uno stato permanente le une possono esistere indipendentemente dalle altre, ma che al contrario non possono delle perturbazioni sia d' una specie sia dell' altra subire delle variazioni in funzione del tempo, senza che si producano delle perturbazioni dell' altra specie.

Il produrre il cangiamento di stato suppone un impiego di energia; questa energia viene restituita dal disparire della perturbazione; l' esistenza della perturbazione implica dunque l' esistenza di una energia disponibile. In un punto qualunque la variazione di stato, relativa all' una o all' altra specie di perturbazione, può differire per la direzione, pel senso e per la grandezza. È dunque necessario per la determinazione dello stato elettrico o magnetico di considerare un vettore (grandezza che ha una direzione) o le sue tre componenti. Ma una prima e importante ipotesi della nostra teoria, consiste nell' ammettere che basta un solo vettore per determinare completamente la variazione di un solo stato, sia elettrico, sia magnetico. Alcuni fenomeni, per esempio il magnetismo permanente, la dispersione della luce ecc. non possono essere coordinati con questo punto di partenza, ma esigono che gli stati rispettivamente elettrico e magnetico del punto considerato, siano espressi per più di una variabile. Bisogna quindi

escludere questi fenomeni dal campo, nel quale sono applicabili le nostre deduzioni.

Noi chiamiamo forza elettrica un vettore da cui dipende lo stato elettrico. Per fissare le idee, noi lo definiamo per mezzo della forza meccanica che viene prodotta da un corpo elettrizzato dato, quando questo si trova in uno spazio vuoto ove ha luogo una perturbazione elettrica. Nel vuoto noi poniamo come principio che la componente della forza elettrica, secondo una direzione qualunque, è proporzionale alla componente della forza meccanica. Noi chiamiamo forza elettrica nell'interno di un corpo, la forza elettrica che si produrrebbe al punto considerato nell'interno di una cavità cilindrica infinitamente stretta, avente la direzione della forza, supposizione che può sempre realizzarsi.

Qualunque sia la relazione fra la forza così misurata e la variazione di stato, questa, secondo la nostra ipotesi, si trova completamente determinata per mezzo della prima. Sostituendo all'aggettivo elettrica l'aggettivo magnetica, e al corpo ausiliario elettrizzato un polo magnetico, noi otteniamo la definizione della forza magnetica. Per fissare il senso delle forze, noi facciamo la convenzione che il corpo elettrizzato sia caricato di elettricità vitrea, e che il polo magnetico impiegato sia quello che si dirige verso il nord. Le componenti della forza elettrica secondo le x, y, z sono chiamate X, Y, Z, e quelle della forza magnetica L, M, N.

2. *Energia del campo.* — L'energia elettrica disponibile di un volume di un corpo, nell'interno del quale la forza elettrica ha un valore costante, è una funzione omogenea e di secondo grado delle tre componenti della forza elettrica. Il medesimo enunciato si applica all'energia magnetica disponibile. L'energia disponibile totale, che noi chiamiamo energia disponibile elettromagnetica, è la somma delle due precedenti. Per un corpo isotropo quindi, la quantità di energia di ciascuna specie è eguale al prodotto del quadrato della forza corrispondente e di una costante. Questa può essere differente per l'energia elettrica e per l'energia magnetica; dipende e dalla sostanza del corpo e dalla scelta delle unità di energia e di forza. Noi conveniamo di misurare l'energia secondo la misura in valore assoluto di Gauss, e di scegliere l'unità di forza in modo tale che il valore della

costante nell' etere libero sia $\frac{1}{8\pi}$, di modo che l' energia dell' unità di volume dell' etere, che subisce una perturbazione, è eguale a

$$\frac{1}{8\pi}\left(X^2 + Y^2 + Z^2\right) + \frac{1}{8\pi}\left(L^2 + M^2 + N^2\right).$$

Misurando così la forza, noi diciamo che la misuriamo in misura assoluta di Gauss [1]. La dimensione della forza elettrica o magnetica è tale che il suo quadrato sia la dimensione di una energia, riferita all' unità di volume; questa dimensione è dunque, secondo la solita notazione, rappresentata da $M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}$.

Rispetto a tutti i corpi ponderabili isotropi, noi possiamo dunque esprimere l'energia dell' unità di volume per

$$\frac{\varepsilon}{8\pi}\left(X^2 + Y^2 + Z^2\right) + \frac{\mu}{8\pi}\left(L^2 + M^2 + N^2\right).$$

Le costanti introdotte ε e μ sono necessariamente dei numeri positivi. Noi chiamiamo ε la costante dielettrica e μ la costante magnetica della sostanza. È evidente che ε e μ sono dei rapporti numerici, per mezzo dei quali l' energia di una sostanza è confrontata con quella di un' altra. La natura di una sostanza considerata in se stessa non basta per determinarne il valore; ed è ciò che noi esprimiamo dicendo che le costanti dielettrica e magnetica non sono una costante *interna* della sostanza. Non sarebbe certo scorretto il dire che queste costanti sono eguali all' unità per l' etere, ma questa asserzione non implica alcun fatto sperimentale, ma solamente una convenzione arbitraria.

Per i corpi cristallizzati l' energia dell' unità di volume diventa eguale a

$$\frac{1}{8\pi}\left(\varepsilon_{11}X^2 + \varepsilon_{22}Y^2 + \varepsilon_{33}Z^2 + 2\varepsilon_{12}XY + 2\varepsilon_{23}YZ + 2\varepsilon_{13}XZ\right)$$
$$+ \frac{1}{8\pi}\left(\mu_{11}L^2 + \mu_{22}M^2 + \mu_{33}N^2 + 2\mu_{12}LM + 2\mu_{23}MN + 2\mu_{13}LN\right).$$

Scegliendo convenientemente gli assi, si può trasformare l'una o l' altra delle due parti di queste espressioni in una somma di

1) Cfr. H. Helmholtz. *Wiedemann's Annalen.* Bd. 17, p. 42, 1882.

tre quadrati. È verosimile che i medesimi assi diano luogo a questa semplificazione per le due parti. Le ε e le μ sono assoggettate alla condizione di essere tali, che nella trasformazione in una somma di quadrati, i coefficienti dei quadrati siano tutti positivi.

3. *Relazione delle forze nell' etere.* — Il sistema d' assi scelto è tale che, essendo diretto l' asse positivo delle x in avanti rispetto all' origine, e quello positivo delle z in alto, l' asse positivo delle y va da sinistra a destra. Ammessa questa disposizione le forze elettrica e magnetica nell' etere dipendono l' una dall'altra, per mezzo delle equazioni

$$(3_a)\qquad A\frac{dL}{dt}=\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}\qquad A\frac{dM}{dt}=\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}\qquad A\frac{dN}{dt}=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}$$

$$(3_b)\qquad A\frac{dX}{dt}=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}\qquad A\frac{dY}{dt}=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}\qquad A\frac{dZ}{dt}=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}$$

alle quali vanno aggiunte, nell' etere libero senza incompatibilità, le due equazioni

$$(3_c)\qquad \frac{dL}{dx}+\frac{dM}{dy}+\frac{dN}{dz}=0\qquad \frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}=0$$

equazioni che non hanno le loro analoghe nella materia ponderabile.

Una volta trovate queste equazioni, non sembra che rimanga opportuno il dedurle da considerazioni sulla costituzione elettrica e magnetica dell' etere e sulla natura delle forze agenti, come da dati meglio conosciuti, appunto nel modo indicato dal metodo storico. Conviene molto più, al contrario, di collegare a queste equazioni delle nuove vedute sulla costituzione dell' etere.

Siccome le dimensioni di L, M, N e di X, Y, Z sono le stesse, la costante A è l' inversa di una velocità. Essa è una costante *interna* dell' etere, e con questa espressione noi intendiamo dire che il suo valore non dipende nè dalla presenza di un altro corpo, nè da alcuna convenzione arbitraria da parte nostra. Moltiplichiamo tutte le nostre equazioni per $\frac{dt}{4\pi A}$, e poi ciascuna di

esse ordinatamente per L, M, N, X, Y, Z e sommiamo. Integriamo i due membri dell'equazione ottenuta, estendendo l'integrazione a un certo spazio limitato, per il quale la normale all'elemento di superficie fa cogli assi coordinati gli angoli nx, ny, nz. Nel secondo membro si effettua *l'integrazione per parti* e noi otteniamo:

$$\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{1}{8\pi}\left(X^2+Y^2+Z^2\right)+\frac{1}{8\pi}\left(L^2+M^2+N^2\right)\right\}d\tau$$

$$=\frac{1}{4\pi A}\int\left\{(NY-MZ)\cos(nx)+(LZ-NX)\cos(ny)+(MX-LY)\cos(nz)\right\}d\omega.$$

L'integrale del primo membro è l'energia elettromagnetica del volume; l'equazione data esprime dunque la variazione di questa energia, espressa per delle grandezze che si riferiscono alle superfici solamente dello spazio considerato.

4. *Isolanti isotropi.* — Negli isolanti omogenei isotropi i fenomeni hanno luogo, *sotto il punto di vista qualitativo*, nel medesimo modo che nell'etere libero. *Sotto il punto di vista quantitativo* la differenza consiste, in primo luogo, in ciò che la costante interna ha un valore differente di quello nell'etere, e in secondo luogo, in ciò che l'energia disponibile contiene le costanti ε e μ nel modo già fissato. Noi ci conformiamo a questo enunciato e soddisfacciamo ai fatti sperimentali, ponendo:

$$(4_a)\quad A\mu\frac{dL}{dt}=\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}\qquad A\mu\frac{dM}{dt}=\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}\qquad A\mu\frac{dN}{dt}=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}$$

$$(4_b)\quad A\varepsilon\frac{dX}{dt}=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}\qquad A\varepsilon\frac{dY}{dt}=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}\qquad A\varepsilon\frac{dZ}{dt}=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}$$

Supponiamo infatti per un istante che le forze in un isolante siano misurate secondo il principio stabilito per la loro misura nell'etere libero, e sostituiamo per conseguenza in queste equazioni

$$\frac{X}{\sqrt{\varepsilon}},\frac{Y}{\sqrt{\varepsilon}},\frac{Z}{\sqrt{\varepsilon}}\ \text{a}\ X,Y,Z;\ \text{ed}\ \frac{L}{\sqrt{\mu}},\frac{M}{\sqrt{\mu}},\frac{N}{\sqrt{\mu}}\ \text{a}\ L,M,N.$$

Esse prendono una forma identica a quella dell'etere, salvo che la grandezza A è sostituita da $A\sqrt{\varepsilon\mu}$. Se d'altra parte noi con-

serviamo il modo adottato di misura delle forze, noi troviamo che le equazioni danno per l' energia l' espressione voluta. Infatti le medesime operazioni del paragrafo precedente danno

$$\frac{d}{dt}\int\left\{\frac{\varepsilon}{8\pi}(X^2+Y^2+Z^2)+\frac{\mu}{8\pi}(L^2+M^2+N^2)\right\}d\tau$$

$$=\frac{1}{4\pi A}\int\left\{(NY-MZ)\cos(nx)+(LZ-NX)\cos(ny)+(MX-LY)\cos(nz)\right\}d\omega.$$

I principi generali che ci hanno permesso di stabilire le nostre equazioni, ci fanno difetto se non possiamo considerare l' isolante come omogeneo. Si può dunque dubitare se in questo caso le equazioni varranno ancora. L' esperienza generale risolve la questione in senso affermativo, e ne risulta che nelle equazioni (4_a), (4_b), le quantità ε e μ possono diventare delle variabili dipendenti dal punto considerato.

5. *Isolanti cristallizzati.* — Noi otteniamo una interpretazione dei medesimi principi, nel caso dei corpi la cui costituzione è variabile colla direzione, e ove d' altra parte le proprietà elettromagnetiche diventano quelle degli isolanti isotropi, quando l' anisotropismo tende a sparire; qualora si consideri, nel primo membro delle equazioni la variazione rispetto al tempo delle forze, come delle funzioni lineari le più generali possibili, della variazione dell' altra specie di forze, nel secondo membro.

La generalità della forma di queste funzioni lineari e la scelta delle costanti saranno tuttavia sottomesse a delle restrizioni; bisognerà che si possa continuare a procedere mediante la medesima operazione, per esprimere la variazione dell' energia e che facendolo si ottenga la forma voluta.

Mediante queste considerazioni noi siamo condotti alle equazioni seguenti, nelle quali rientrano i fenomeni più importanti.

$$(5_a)\qquad \begin{aligned} A\left(\mu_{11}\frac{dL}{dt}+\mu_{12}\frac{dM}{dt}+\mu_{13}\frac{dN}{dt}\right)&=\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}\\ A\left(\mu_{12}\frac{dL}{dt}+\mu_{22}\frac{dM}{dt}+\mu_{23}\frac{dN}{dt}\right)&=\frac{dY}{dz}-\frac{dZ}{dx}\\ A\left(\mu_{13}\frac{dL}{dt}+\mu_{23}\frac{dM}{dt}+\mu_{33}\frac{dN}{dt}\right)&=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}\end{aligned}$$

$$
\text{(5b)} \quad
\begin{aligned}
A\left(\varepsilon_{11}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{12}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{13}\frac{dZ}{dt}\right)&=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}\\
A\left(\varepsilon_{12}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{22}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{23}\frac{dZ}{dt}\right)&=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}\\
A\left(\varepsilon_{13}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{23}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{33}\frac{dZ}{dt}\right)&=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}
\end{aligned}
$$

L'equazione per la variazione di energia di uno spazio dà il medesimo risultato che nei paragrafi 3 e 4, tenendo conto dell'espressione dell'energia nei corpi cristallizzati. *Non è più necessario* nelle equazioni di questo paragrafo di considerare ε e μ come costanti; ma queste quantità possono essere variabili da punto a punto.

6. *Distribuzione delle forze nei conduttori.* — Nei corpi fin quì considerati, ogni variazione della forza elettrica pare dipendere dallo stato preesistente della forza magnetica. Se le forze magnetiche sono nulle in tutto l'interno di uno spazio finito manca ogni causa di variazione, e una distribuzione data delle forze elettriche persiste invariabilmente, fino a che una perturbazione oltrepassando i limiti di uno spazio considerato non vi penetra. In un gran numero di corpi al contrario la forza elettrica *lasciata a se stessa* sparisce più o meno rapidamente, e nei corpi di questa specie sono necessarie le forze magnetiche o delle altre cause per opporsi a questa tendenza.

Per delle ragioni che saranno esposte più oltre noi chiamiamo questi corpi conduttori. L'ipotesi più semplice a farsi a loro riguardo è, in primo luogo, che la perdita subita dalla forza elettrica nell'unità di tempo sia proporzionale alla forza stessa; e, in secondo luogo, che indipendentemente da questa perdita le forze magnetiche tendano a determinare le medesime variazioni come negli altri corpi. Introducendo una nuova costante λ, il primo principio enunciato si riduce ad ammettere che la componente X, *lasciata a se stessa,* si modifica secondo l'equazione

$$A\varepsilon\frac{dX}{dt}=-4\pi\lambda AX.$$

Il secondo principio completa il primo, esprimendo che se le forze magnetiche esistono, la modificazione ha luogo, secondo l'equazione

$$A\varepsilon\frac{dX}{dt}=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}-4\pi\lambda AX.$$

La costante λ si chiama la conducibilità specifica del corpo misurata nel sistema elettrostatico. La sua dimensione è la reciproca di un *tempo*. La grandezza $\frac{\varepsilon}{4\pi\lambda}$ è per conseguenza un tempo; ed è il tempo che va impiegato perchè una forza lasciata a se stessa diventi la e^{esima} parte del suo valore iniziale, e che si è chiamato tempo di rilassazione (*Relaxations-zeit*). Questa grandezza è, come lo ha fatto notare pel primo M. E. Cohn [1], distinta da λ e costituisce una seconda costante interna del corpo, che è completamente determinata senza la considerazione ausiliaria di un secondo mezzo.

I nostri enunciati ci conducono così per induzione alle equazioni seguenti che soddisfano ai fatti della osservazione:

$$
(6_a)\quad
\begin{aligned}
A\mu\frac{dL}{dt} &= \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz}\\
A\mu\frac{dM}{dt} &= \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx}\\
A\mu\frac{dN}{dt} &= \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy}
\end{aligned}
\qquad
(6_b)\quad
\begin{aligned}
A\varepsilon\frac{dX}{dt} &= \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} - 4\pi\lambda AX\\
A\varepsilon\frac{dY}{dt} &= \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz} - 4\pi\lambda AY\\
A\varepsilon\frac{dZ}{dt} &= \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx} - 4\pi\lambda AZ
\end{aligned}
$$

Queste equazioni non si applicano evidentemente che ai corpi isotropi, ma non esigono necessariamente, come noi l'abbiamo ammesso implicitamente, che i corpi sieno omogenei. Avanti però di poterle applicare al caso di un corpo non omogeneo, le nostre equazioni hanno bisogno di una certa estensione.

Infatti quando la costituzione di un corpo varia da un punto all'altro la forza elettrica, *lasciata a se stessa*, non diminuisce fino a diventare nulla, ma tende verso un certo limite differente da zero. Noi chiamiamo questo valore, di cui le componenti sono X' Y' Z', la forza elettromotrice effettiva nel punto dato. Noi la supponiamo indipendente dal tempo; ed essa è in generale tanto più grande quanto più grande è la variazione di costituzione chimica per l'unità di lunghezza. Noi teniamo conto dell'azione della forza elettromotrice, valutando la diminuzione della forza elettrica lasciata a se stessa, come proporzionale non al suo valore assoluto

1) Consultare a questo riguardo e relativamento al modo col quale la grandezza λ è qui introdotta. E. Cohn. *Sitzungsber. d. Berl. Akad.* Band XXVI, p 405.

ma alla differenza fra questo valore assoluto e il valore limite. Le nostre equazioni per dei conduttori, la cui struttura dà luogo alla produzione di forza elettromotrice, diventano così:

$$(6_c)\quad A\mu\frac{dL}{dt}=\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}\qquad A\mu\frac{dM}{dt}=\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}\qquad A\mu\frac{dN}{dt}=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}$$

$$(6_d)\quad \begin{aligned} A\varepsilon\frac{dX}{dt}&=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}-4\pi\lambda A(X-X')\\ A\varepsilon\frac{dY}{dt}&=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}-4\pi\lambda A(Y-Y')\\ A\varepsilon\frac{dZ}{dt}&=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}-4\pi\lambda A(Z-Z')\end{aligned}$$

7. *Conduttori anisotropi.* — Se il conduttore ha una costituzione variabile colla direzione, noi non possiamo più ammettere che la perdita di ogni componente della forza lasciata a se stessa, dipenda da questa sola componente, ma è plausibile di supporla una funzione lineare delle tre componenti. Se di più noi ammettiamo come principio che, quando il potere conduttore tende a zero, le equazioni tendano verso quelle degli isolanti anisotropi, noi otteniamo il sistema seguente:

$$(7_a)\quad \begin{aligned} A\left(\mu_{11}\frac{dL}{dt}+\mu_{12}\frac{dM}{dt}+\mu_{13}\frac{dN}{dt}\right)&=\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}\\ A\left(\mu_{12}\frac{dL}{dt}+\mu_{22}\frac{dM}{dt}+\mu_{23}\frac{dN}{dt}\right)&=\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}\\ A\left(\mu_{13}\frac{dL}{dt}+\mu_{23}\frac{dM}{dt}+\mu_{33}\frac{dN}{dt}\right)&=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}\end{aligned}$$

$$(7_b)\quad \begin{aligned} A\left(\varepsilon_{11}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{12}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{13}\frac{dZ}{dt}\right)&=\frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}\\ &-4\pi A[\lambda_{11}(X-X')+\lambda_{12}(Y-Y')+\lambda_{13}(Z-Z')]\\ A\left(\varepsilon_{12}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{22}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{23}\frac{dZ}{dt}\right)&=\frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}\\ &-4\pi A[\lambda_{21}(X-X')+\lambda_{22}(Y-Y')+\lambda_{23}(Z-Z')]\\ A\left(\varepsilon_{13}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{23}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{33}\frac{dZ}{dt}\right)&=\frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}\\ &-4\pi A[\lambda_{31}(X-X')+\lambda_{32}(Y-Y')+\lambda_{33}(Z-Z')]\end{aligned}$$

È verosimile che per tutti i corpi esistenti $\lambda_{12} = \lambda_{21}$; $\lambda_{13} = \lambda_{31}$; $\lambda_{23} = \lambda_{32}$.

Le costanti ε ϕ μ e λ possono, anche nelle equazioni di questo paragrafo essere supposte variabili col punto.

8. *Condizioni ai limiti.* — Si vede facilmente che le equazioni (7_a) e (7_b) comprendono tutti i casi precedenti, compresovi quelli dell'etere libero, disponendo convenientemente delle costanti. Ora siccome queste costanti possono diventare delle funzioni della posizione del punto, la superficie di separazione di due corpi eterogenei può essa stessa essere assimilata a uno *strato* di transizione, nel quale le costanti variano, è vero, con una rapidità estrema, ma ove questa variazione tuttavia non cessa di essere assoggettata alle medesime equazioni, che continuano ad esprimere delle relazioni tra i valori rimasti finiti di queste costanti ed i valori rimasti finiti delle forze. Per dedurre le condizioni ai limiti, da questa spiegazione teorica dei fatti sperimentali, conviene per maggior semplicità di fare coincidere l'elemento di separazione col piano X Y.

Non tenendo conto dapprincipio della forza elettromotrice che si produce fra i due corpi in contatto, notiamo che nelle due prime equazioni della (7_a) e (7_b), dietro quel che abbiamo stabilito, le quantità $\frac{dX}{dz}$, $\frac{dY}{dz}$, $\frac{dM}{dz}$, $\frac{dN}{dz}$ devono rimanere finite anche nell'interno dello strato di passaggio.

Se dunque l'indice 1 segna una delle parti, e l'indice 2 l'altra parte dello strato, bisogna che

$$(8_a) \quad \begin{matrix} Y_2 - Y_1 = 0 \\ X_2 - X_1 = 0 \end{matrix} \qquad\qquad (8_b) \quad \begin{matrix} M_2 - M_1 = 0 \\ L_2 - L_1 = 0 . \end{matrix}$$

Così le componenti tangenziali della forza si trasmettono senza cangiamento a traverso lo strato. Tenendo conto di questo risultato nelle due equazioni delle (7^a) e (7^b), ne risulta che le espressioni

$$\mu_{13} \frac{dL}{dt} + \mu_{23} \frac{dM}{dt} + \mu_{33} \frac{dN}{dt}$$

e

$$\varepsilon_{13} \frac{dX}{dt} + \varepsilon_{23} \frac{dY}{dt} + \varepsilon_{33} \frac{dZ}{dt} + 4\,\pi\,(\lambda_{31}X + \lambda_{32}Y + \lambda_{33}Z)$$

devono avere il medesimo valore sull'una e sull' altra faccia dello strato limite.

Questo enunciato che dà la relazione fra le componenti normali della forza dai due lati della superficie di separazione, prende nel caso di un corpo isotropo la forma semplice seguente,

$$(8_c) \qquad \mu_1 \frac{dN_1}{dt} - \mu_2 \frac{dN_2}{dt} = 0$$

$$(8_d) \qquad \varepsilon_1 \frac{dZ_1}{dt} - \varepsilon_2 \frac{dZ_2}{dt} = -4\pi(\lambda_1 Z_1 - \lambda_2 Z_2).$$

Cessando però di sopprimere la produzione di una forza elettromotrice nella superficie limite, noi dobbiamo ammettere, per render conto dei fatti, che la componente normale di questa forza cioè Z', divenga infinita nello strato di passaggio, ma colla condizione che l'integrale esteso allo spessore dello strato $\int Z'\,dz$ conservi un valore finito che è determinato sperimentalmente, senza che sia possibile di niente dedurne sulla variazione di Z'. Di più noi soddisfacciamo ai principi sviluppati in questo paragrafo, ammettendo che nello strato di passaggio oltre L, M, N, X, Y la quantità $Z - Z'$ resti finita. Così Z diventa infinita, ma noi non possiamo a meno di conservare a $\frac{dZ}{dt}$ un valore finito.

Noi facciamo di più,

$$(8_e) \qquad \int Z\,dz = \int Z'\,dz = \Phi_{1,2}$$

Se ora, dopo averle moltiplicate per dz, noi integriamo, relativamente allo spessore dello strato di passaggio, le due prime equazioni (7_a) e (7_b), siccome a causa della piccolezza della linea di integrazione l'integrale di ogni grandezza finita si annulla, noi otteniamo le condizioni

$$(8_f) \qquad Y_2 - Y_1 = \frac{d\Phi_{12}}{dy} \qquad X_2 - X_1 = \frac{d\Phi_{1,2}}{dx}$$

$$(8_g) \qquad M_2 - M_1 = 0 \qquad N_2 - N_1 = 0\,.$$

Da questi risultati, messi nella terza delle equazioni (7_a) e (7_b) resulta, per la determinazione della forza normale, e che

dai due lati della superficie di separazione, il valor delle espressioni

$$\mu_{13}\frac{dL}{dt}+\mu_{23}\frac{dM}{dt}+\mu_{33}\frac{dN}{dt}$$

$$\varepsilon_{13}\frac{dX}{dt}+\varepsilon_{23}\frac{dY}{dt}+\varepsilon_{33}\frac{dZ}{dt}+4\pi\left[\lambda_{31}(X-X')+\lambda_{32}(Y-Y')+\lambda_{33}(Z-Z')\right]$$

deve esser lo stesso. Se i corpi sono omogenei da una parte e dall'altra della superficie, l'esistenza della forza elettromotrice non entra per nulla nelle relazioni fra le forze che sono in azione ai due lati.

Siccome le nostre condizioni ai limiti non sono altra cosa che le equazioni generali (7_a) e (7_b), trasformate per soddisfare a certe particolarità, noi possiamo supporre ogni enunciato ed ogni operazione relativa a quelle equazioni generali, essere relative a dei corpi eterogenei; purchè questa estensione non implichi impossibilità matematica, cioè purchè questi enunciati e queste operazioni diano luogo, sia immediatamente sia dopo una conveniente trasformazione, a delle espressioni finite e determinate. Noi ricorreremo spesso a questo principio. Se in generale noi ci asteniamo dal dimostrare che tutte le espressioni ottenute sono finite e determinate, non è perchè questa dimostrazione ci sembri superflua, ma perchè, in tutti i casi che considereremo, essa è già da lungo tempo data, oppure si può ottenere con noti processi.

Ognuno dei fatti precedenti ha aumentato il numero dei fatti di osservazione che comprende la teoria. Non dando che dei nuovi simboli, i paragrafi che seguono hanno un altro fine.

Essi non formano che una parte ausiliaria della teoria, il loro valor consiste sia in un processo di semplificazione, sia nel mezzo di coordinare la nostra teoria alle antiche nozioni della scienza dell'elettricità.

9. *Polarizzazione elettrica e magnetica.* — Finchè le nostre equazioni si riferiscono a dei mezzi isotropi, ciascuna dà il valore, per l'istante immediatamente ulteriore, di una delle grandezze fisiche considerata espressa senza ambiguità come funzione dello stato attuale. Questa forma delle equazioni reca molti vantaggi sotto il punto di vista matematico, perchè essa implica che le equazioni determineranno completamente lo sviluppo d'ogni modi-

ficazione arbitrariamente introdotta, qualunque essa sia. Essa è anche soddisfacente sotto il punto di vista speculativo, perchè fa conoscere per mezzo del primo membro dell' equazione lo stato futuro, e per mezzo del secondo, come causa del primo, lo stato presente. Fra le molte equazioni, quelle che si riferiscono ai mezzi anisotropi non hanno una forma egualmente semplice, non rappresentando il primo membro la variazione di una sola quantità, ma una funzione di queste variazioni. Però siccome queste funzioni sono lineari, è possibile, risolvendo le equazioni rispetto alle variazioni, di dare loro la forma voluta. Un altro mezzo per ottenere questo risultato consiste ad introdurre le quantità che si chiamano *polarizzazioni*. Noi poniamo:

$$(9c)\quad \begin{aligned} \overline{L} &= \mu_{11}L+\mu_{12}M+\mu_{13}N \\ \overline{M} &= \mu_{12}L+\mu_{22}M+\mu_{23}N \\ \overline{N} &= \mu_{13}L+\mu_{23}M+\mu_{33}N \end{aligned} \qquad (9d)\quad \begin{aligned} \overline{X} &= \varepsilon_{11}X+\varepsilon_{12}Y+\varepsilon_{13}Z \\ \overline{Y} &= \varepsilon_{12}X+\varepsilon_{22}Y+\varepsilon_{23}Z \\ \overline{Z} &= \varepsilon_{13}X+\varepsilon_{23}Y+\varepsilon_{33}Z \end{aligned}$$

e chiamiamo *polarizzazione magnetica* la resulante di $\overline{M}$ $\overline{N}$ $\overline{L}$ e *polarizzazione elettrica* quella di $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $\overline{Z}$. Per i mezzi isotropi, le polarizzazioni e le forze hanno la medesima direzione, ed i rapporti delle prime alle seconde sono respettivamente *la costante dielettrica e la costante magnetica*. Per l' etere le polarizzazioni e le forze sono identiche. Introducendo le polarizzazioni nel primo membro delle nostre equazioni, ogni equazione dà la variazione di una sola componente della polarizzazione, in funzione delle forze all' istante corrispondente. Siccome le forze sono delle funzioni lineari delle polarizzazioni, egli è facile introdurre le polarizzazioni egualmente nel secondo membro. Noi avremmo così sostituito alla grandezza che ha una direzione, per la qual grandezza noi abbiamo in primo luogo rappresentato lo stato elettromagnetico, alla forza, la polarizzazione che gli è equivalente, ma che non potrebbe presentare molti vantaggi.

Il fatto che la considerazione simultanea delle polarizzazioni e delle forze semplifica notevolmente le equazioni, indica che ci vogliono almeno due *vettori* (grandezze che hanno una direzione) per esprimere completamente sia lo stato magnetico sia l' elettrico.

Per semplificare di più le nostre equazioni, facciamo

$$
(9_c)\quad
\begin{aligned}
u &= \lambda_{11}(X - X') + \lambda_{12}(Y - Y') + \lambda_{13}(Z - Z') \\
v &= \lambda_{21}(X - X') + \lambda_{22}(Y - Y') + \lambda_{23}(Z - Z') \\
w &= \lambda_{31}(X - X') + \lambda_{32}(Y - Y') + \lambda_{33}(Z - Z')
\end{aligned}
$$

Per ragioni che troveremo nel paragrafo seguente, chiameremo u, v, w, le componenti (misurate elettrostaticamente) della corrente elettrica.

Le nostre equazioni più generali, prendono la forma:

$$
(9_a)\quad
\begin{aligned}
A\frac{d\overline{L}}{dt} &= \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \\
A\frac{d\overline{M}}{dt} &= \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx} \\
A\frac{d\overline{N}}{dt} &= \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy}
\end{aligned}
\qquad
(9_b)\quad
\begin{aligned}
A\frac{d\overline{X}}{dt} &= \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy} - 4\pi A u \\
A\frac{d\overline{Y}}{dt} &= \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz} - 4\pi A v \\
A\frac{d\overline{Z}}{dt} &= \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx} - 4\pi A w
\end{aligned}
$$

e l'espressione della energia elettromagnetica dell'unità di volume diventa, per la introduzione delle polarizzazioni:

$$
\frac{1}{8\pi}(\overline{X}X + \overline{Y}Y + \overline{Z}Z) + \frac{1}{8\pi}(\overline{L}L + \overline{M}M + \overline{N}N).
$$

Nessuna qualità specifica riferentesi ai corpi considerati entra nella espressione di questi enunciati. Il principio che stabilisce che le equazioni (9_a) e (9_b) devono essere soddisfatte per ogni punto dello spazio infinitamente esteso, comprende tutti i problemi relativi a questo campo; e la diversità infinita di questi problemi consiste solo in ciò che le costanti delle relazioni lineari (9_c), (9_d), (9_e), ossia le $\varepsilon, \mu, \lambda, X'\ Y'\ Z'$ possono essere funzioni dello spazio che sono suscettibili di una grande diversità di variazione, sia continua sia discontinua.

10. *Elettricità e magnetismo.* — Sia un sistema di corpi ponderabili nei quali le azioni elettromagnetiche sono in giuoco, e che il vuoto separa da ogni altro sistema. Differenziando le tre equazioni (9_b), respettivamente rapporto ad x, y, z, e sommandole, si ha per ogni punto del sistema:

$$
\frac{d}{dt}\left(\frac{d\overline{X}}{dx} + \frac{d\overline{Y}}{dy} + \frac{d\overline{Z}}{dz}\right) = -4\pi\left(\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}\right).
$$

Moltiplichiamo questa equazione per l'elemento di volume $d\tau$, ed integriamo relativamente ad un volume limitato da una superficie che comprende il sistema ponderabile. Sia $d\omega$ l'elemento di superficie, e siano n, x, n, y, n, z gli angoli che la direzione della normale all'elemento fa con gl' assi. Siccome le u, v, w sono nulli alla superficie, noi abbiamo

$$\frac{d}{dt}\int\left(\frac{d\overline{X}}{dx}+\frac{d\overline{Y}}{dy}+\frac{d\overline{Z}}{dz}\right)d\tau=\frac{d}{dt}\int(\overline{X}\cos n,x+\overline{Y}\cos n,y+\overline{Z}\cos n,z)d\omega$$

$$=-4\pi\int\left(\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dy}+\frac{dw}{dz}\right)d\tau=-4\pi\int(u\cos n,x+v\cos n,y+w\cos n,z)d\omega=0$$

Per conseguenza, se e è una variabile indipendente dal tempo,

$$(10_a)\int\left(\frac{d\overline{X}}{dx}+\frac{d\overline{Y}}{dy}+\frac{d\overline{Z}}{dz}\right)d\tau=\int(\overline{X}\cos n,x+\overline{Y}\cos n,y+\overline{Z}\cos n,z)d\omega=4\pi e.$$

La e è, come si vede, una funzione dello stato elettrico del sistema, ed è una funzione che non può essere aumentata o diminuita da alcuna azione esclusivamente elettrodinamica. La invariabilità della e, che si mantiene ugualmente tenendo conto ancora di altre perturbazioni oltre quelle della elettrodinamica, in tanto che esse son relative all' interno del sistema, fa supporre che e è la massa di una sostanza rinchiusa nel sistema. Conformemente a questa nozione, chiamiamo e la massa della elettricità rinchinsa nel sistema ponderabile. D'altra parte e può essere positiva o negativa, mentre che una massa è di sua natura positiva. Si completa dunque la ipotesi con la nozione delle due elettricità di proprietà opposte, e si dà alla e per significato la differenza fra le due masse, o si risolve la difficoltà ammettendo che la e rappresenti la quantità il di cui stato elettrico reale differisce dallo stato normale. Ma o che sotto una forma o sotto un' altra, si consideri e come la massa di una sostanza, conviene che ogni elemento $d\tau$ entri con la sua parte aliquota nel valor generale. Conviene ricorrere ad una ipotesi per distribuire in ogni elemento l'integrale di spazio che definisce la e. Un primo modo possibile di distribuzione, relativo all' istante considerato, dà all' elemento di volume $d\tau$ la quantità di elettricità

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\overline{X}}{dx}+\frac{d\overline{Y}}{dy}+\frac{d\overline{Z}}{dz}\right)d\tau.$$

Noi conveniamo di chiamar la massa di elettricità dell'elemento di volume, così valutata, la elettricità vera dell'elemento; e ne risulta che la espressione

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\overline{X}}{dx}+\frac{d\overline{Y}}{dy}+\frac{d\overline{Z}}{dz}\right),$$

relativa all'interno di un corpo, è la densità elettrica di volume vera, e che alla superficie di separazione di corpi di sostanze differenti, la espressione

$$\frac{1}{4\pi}\left((\overline{X}_2-\overline{X}_1)\cos n,x+(\overline{Y}_2-\overline{Y}_1)\cos n,y+(\overline{Z}_2-\overline{Z}_1)\cos n,z\right)$$

è la densità elettrica vera di superficie. Otteniamo un' altra possibile distribuzione e plausibile, della e; osservando che nel vuoto la polarizzazione e la forza sono identiche, e che per conseguenza noi possiamo scrivere in luogo di (10_a)

$$(10_b)\quad 4\pi e\int(X\cos n,x+Y\cos n,y+Z\cos n,z)\,d\omega=\int\left(\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}\right)d\tau,$$

e possiamo considerare la espressione

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}\right)d\tau,$$

come la proporzione nella quale l' elemento $d\tau$ contribuisce alla e. La massa elettrica di un elemento di volume così valutata, è detta la elettricità libera dell'elemento, d'onde risulta la espressione

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}\right)$$

per la densità di volume della elettricità libera, e la espressione

$$\frac{1}{4\pi}[(X_2-X_1)\cos n,x+(Y_2-Y_1)\cos n,y+(Z_2-Z_1)\cos n,z]$$

per la densità di superficie della elettricità libera, sopra lo strato di separazione di mezzi differenti. Chiamiamo elettricità dissimulata la differenza fra l' elettricità vera e la elettricità libera. Queste nozioni si rilegano a quelle in uso, sull'azione a distanza.

Secondo queste nozioni, una parte delle masse di elettricità vera o d'origine esterna, introdotte in un isolante, è dissimulata nelle molecole del mezzo ambiente in virtù dei spostamenti elettrici (che sono proporzionali ma non identici alle nostre polarizzazioni) mentre che il resto resta libero in modo da esercitare la sua azione a distanza.

Sulle nozioni date da diversi autori vi sono a notare delle differenze. Ma siccome le nozioni ordinarie non sono sempre logiche, non mi fu possibile trovare una definizione che non fosse in alcun caso in contraddizione col linguaggio in uso. Quest'ultimo è per se stesso insufficiente sopra un punto importante. attribuendo senza distinzione la indicazione di elettricità, sia all'elettricità libera sia alla vera.

Secondo quello che precede, l'integrale

$$\int (\overline{X} \cos n,x + \overline{Y} \cos n,y + \overline{Z} \cos n,z)\, d\omega,$$

diviso per 4π ed esteso ad una data superficie, rappresenta la elettricità vera contenuta nell'interno della superficie. Chiamiamo numero di linee di forza elettrica, che tagliano la superficie nel senso della normale positiva, il valore di questo integrale relativo ad una superficie non chiusa. Questa definizione si accorda al concetto del Faraday, secondo il quale le linee di forza sono delle linee che hanno in ogni punto, nei corpi isotropi, la direzione della risultante, e il di cui numero è proporzionale alla grandezza di quest'ultima. D'altra parte, abbiamo completata e precisata questa nozione, stabilendo che le linee di forza, in un corpo qualunque, hanno per direzione non la forza ma la polarizzazione, ed è anche alla grandezza della polarizzazione che è proporzionale la loro densità. Le nostre definizioni implicano che la quantità di elettricità vera contenuta in un dato spazio, moltiplicata per 4π, è uguale all'eccesso del numero delle linee di forza che vi entrano sul numero di quelle che ne escono. Ogni linea di forza che termina perviene a dell'elettricità vera, e questa può esser definita la estremità libera delle linee di forza. Se in vicinanza della superficie, alla quale si riferisce il nostro integrale, vi ha uno spazio privo di elettricità vera, il valore dell'integrale è indipendente dalla superficie limite nel-

l'interno di questo spazio, e non dipende che dalla linea che limita la superficie. Il valore dell'integrale conserva ancora in questo caso la indicazione del numero delle linee di forza attraversando il contorno, e ammettendo che dei dati speciali ne lascino sussistere la indeterminazione.

Consideriamo la variazione dell'elettricità vera e_v in una porzione limitata qualunque del sistema, e sia dw l'elemento di superficie di questa posizione. Otteniamo

$$(10_c)\quad \frac{de_v}{dt} = -\int\left(\frac{du}{dx}+\frac{du}{dy}+\frac{du}{dz}\right)d\tau = -\int(u\cos n,x + v\cos n,y + w\cos n,z)\,d\omega$$

Se la superficie non attraversa che dei corpi pei quali le x sono nulle, le u, v, w si annullano alla superficie, e la quantità di elettricità vera contenuta è costante. Così fuori di uno spazio la di cui superficie limite soddisfa a queste condizioni, non può sfuggire alcuna quantità di elettricità vera, in virtù di una operazione esclusivamente elettrodinamica. È per questo che tali corpi sono e sono stati chiamati isolanti. Ma se la superficie limite attraversa dei corpi pei quali λ è diversa da zero, la variazione del contenuto di elettricità vera, determinata da movimenti puramente elettrici, divien possibile, ed i corpi di questa specie sono detti conduttori. La distinzione fra isolanti e conduttori è dunque relativa all'elettricità vera; e relativamente all'elettricità libera, tutti i corpi possono considerarsi conduttori (correnti di spostamento). Il totale di una sostanza non può variare nell'interno di uno spazio limitato, che per la introduzione o la escita di una certa quantità della sostanza attraverso ad ogni elemento della superficie limite.

Al dato che qualunque superficie chiusa è attraversata nell'unità di tempo dalla quantità definita dal nostro integrale, corrisponde la ipotesi che attraverso all'elemento passi la quantità

$$u\cos n,x + v\cos n,y + w\cos n,z\,.$$

Conformemente a questa ipotesi, si chiama e si chiamavano u, v, w le componenti della corrente elettrica, e l'integrale

$$\int(u\cos n,x + v\cos n,y + w\cos n,z)\,d\omega\,,$$

esteso ad una superficie non chiusa, si chiama la corrente elettrica che attraversa quella superficie. Bisogna però osservare che questa ipotesi è arbitraria a un certo punto, ed indipendente dall'ipotesi della sostanzialità della elettricità. Si può sovrapporre, in un istante qualunque, al sistema di moto trovato un sistema arbitrario di correnti chiuse senza cangiare in alcun punto l'aumento o la diminuzione della elettricità. Se una parte del sistema è passato da uno stato non elettrico allo stato attuale per mezzo di una operazione elettromagnetica o può ritornarci, la elettricità vera è nulla in tutti gli isolanti di quella parte. Per tali parti del sistema si aggiungano dunque alle equazioni generali le equazioni seguenti compatibili con le prime, e che sono delle restrizioni riferite allo stato iniziale:

$$\frac{d\overline{X}}{dx}+\frac{d\overline{Y}}{dy}+\frac{d\overline{Z}}{dz}=0$$

per l'interno dell'isolante;

$$(\overline{X}_2-\overline{X}_1)\cos n,x+(\overline{Y}_2-\overline{Y}_1)\cos n,y+(\overline{Z}_2-\overline{Z}_1)\cos n,z=0$$

per la superficie di separazione dei due corpi eterogenei.

I fenomeni magnetici danno luogo a delle considerazioni analoghe. Partendo dalle (9_a), chiamiamo per l'interno del corpo

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{d\overline{L}}{dx}+\frac{d\overline{M}}{dy}+\frac{d\overline{N}}{dz}\right)$$

la densità magnetica di volume vera, ed alla superficie di separazione dei due corpi

$$\frac{1}{4\pi}\left((\overline{L}_2-\overline{L}_1)\cos n,x+(\overline{M}_2-\overline{M}_1)\cos n,y+(\overline{N}_2-\overline{N}_1)\cos n,z\right)$$

la densità di superficie vera del magnetismo, e l'integrale di queste espressioni relativo ad un certo spazio, lo chiamiamo il magnetismo vero contenuto in quello spazio. L'integrale della espressione

$$\int(\overline{L}\cos n,x+\overline{M}\cos n,y+\overline{N}\cos n,z)\,d\omega$$

esteso ad una superficie non chiusa, è chiamato il numero delle linee di forza magnetica attraverso questa superficie, oppure ab-

bracciate dal contorno di quella superficie. Infine chiamiamo per l'interno di un corpo

$$\frac{1}{4\pi}\left(\frac{dL}{dx}+\frac{dM}{dy}+\frac{dN}{dz}\right)$$

la densità di volume, ed alla superficie di separazione

$$\frac{1}{4\pi}\left[(L_2-L_1)\cos n.x+(M_2-M_1)\cos n.y+(N_2-N_1)\cos n,z\right]$$

la densità di superficie del magnetismo libero. La differenza fra i conduttori e gli isolanti qui fa difetto, perchè le equazioni (9_a) non hanno termine corrispondente alle $u\ v\ w$ delle equazioni (9_b). Relativamente al magnetismo libero tutti i corpi sono compresi nella categoria dei conduttori. Se un sistema od una parte di un sistema passarono da uno stato magnetico allo stato attuale, o possono subire il cangiamento inverso per mezzo di una operazione elettromagnetica, l'interno di un corpo soddisfa all'equazione

$$\frac{d\overline{L}}{dx}+\frac{d\overline{M}}{dy}+\frac{d\overline{N}}{dz}=0,$$

e la superficie di separazione, alla

$$(\overline{L}_2-\overline{L}_1)\cos n,x+(\overline{M}_2-\overline{M}_1)\cos n,y+(\overline{Z}_2-\overline{Z}_1)\cos n,z=0,$$

equazioni che unite alle equazioni generali concorrono a determinare lo stato iniziale.

11. *Conservazione dell' energia.* — Sia S l'energia elettromagnetica di uno spazio τ limitato dalla superficie w. Calcoliamo la variazione di S, moltiplicando tutte le equazioni (9_a) e (9_b) per $\frac{d\tau}{4\pi A}$, poi ciascuna respettivamente per L, M, N, X, Y, Z, sommando ed integrando relativamente allo spazio τ. Otteniamo:

$$(11_a)\quad \frac{dS}{dt}=\frac{1}{4\pi A}\int\Big((NY-MZ)\cos n,x+(LZ-NX)\cos n,y$$
$$+(MX-LY)\cos n,z\Big)dw-\int(uX+vY+wZ)d\tau.$$

Estendendo lo spazio τ a quello di un sistema elettroma-

gnetico completo, vale a dire fino ad una superficie sopra la quale le forze si annullino, la nostra equazione diventa

$$\frac{dS}{dt} = - \int (uX + vY + wZ)\, d\tau \,.$$

Così la conservazione della energia esige che in tutto il sistema, non sottomesso ad alcuna influenza esterna, una quantità di energia espressa dall'integrale del secondo membro si produca nell'unità di tempo, sotto una forma diversa da quella della energia elettromagnetica. I fatti esperimentali si accordano con questo enunciato, e provano inoltre che ogni elemento di volume $d\tau$ contribuisce al totale dell'energia trasformata per la proporzione $(uX + vY + wZ)\, d\tau$, e mostrano qual nuova forma prende l'energia. La prova esperimentale non ha però, propriamente parlando, un carattere generale, ma è ristretta ai casi seguenti. Nell'interno di un conduttore omogeneo isotropo, la quantità di energia sviluppata nell'unità di tempo e nell'unità di volume, prende secondo la teoria, come secondo i resultati delle osservazioni, la forma

$$\lambda (X^2 + Y^2 + Z^2) = \frac{1}{\lambda} (u^2 + v^2 + w^2) \,.$$

Essa è sempre positiva e corrisponde ad uno sviluppo di calore — l'effetto Joule. — Al limite dei due corpi isotropi omogenei, la energia che si produce nell'unità di volume prende la forma $uX' + vY' + wZ'$, ed una integrazione relativa allo strato di passaggio, dà per l'energia nell'unità di superficie dello strato limite

$$(u \cos n{,}x + v \cos n{,}y + w \cos n{,}z)\, \varphi_{1,2}$$

espressione confermata dall'esperienza. Questa espressione può essere positiva o negativa, corrispondendo ad una sparizione od a una produzione di energia sotto una forma speciale. O questa energia straniera è del calore – effetto Peltier — nel qual caso noi indichiamo la forza elettromotrice agente con la espressione di termoelettrica; oppure la trasformazione comprende altresì della energia chimica, nel qual caso la forza è detta elettrochimica. Consideriamo ora, per una certa porzione limitata del no-

stro sistema, la variazione totale di energia, vale a dire la quantità

$$\frac{dS}{dt} + \int (uX + vY + wZ)\, d\tau\,.$$

Troviamo, secondo il già detto, che questa variazione è eguale ad un integrale esteso alla superficie limitante quella porzione di spazio. La variazione di energia disponibile di una porzione qualunque di spazio, è dunque valutata correttamente, quando si suppone che essa passi attraverso alla superficie, come lo farebbe una sostanza ed in tal proporzione, che la quantità

$$\frac{1}{4\pi A}\Big((NY-MZ)\cos n,x + (LZ-NX)\cos n,y + (MX-LY)\cos n,z\Big)$$

attraversi la unità di superficie. La discussione geometrica di questa espressione fa vedere che essa ha per conseguenza l'enunciato seguente: la energia si muove secondo una direzione che è normale alle direzioni della forza elettrica e della forza magnetica, ed il flusso nell' unità di tempo attraverso la unità di superficie è eguale al prodotto delle due forze pel seno dell' angolo compreso fra loro ed il fattore $\frac{1}{4\pi A}$. Questo è il principio della rimarchevole teoria di M. Poynting sul movimento della energia nel campo elettromagnetico (*Phil. Transaction.* 1884). Cercando di apprezzare la sua significazione fisica, osserviamo dapprima che la decomposizione del nostro integrale di superficie nei suoi elementi era ipotetica, e che certe conseguenze alle quali si è condotti da questa teoria non sono verosimili. Se un magnete permanente in riposo si trova a lato di un corpo elettrizzato, bisogna che la energia nella sua vicinanza prenda un movimento continuo lungo dei circuiti chiusi. Una difficoltà più importante mi sembra consistere nella questione di sapere se la localizzazione della energia, ed il suo passaggio da punto a punto, hanno un significato sufficiente nello stato attuale delle nostre conoscenze. Le trasformazioni d' energia le più semplici della meccanica ordinaria, non danno ancor luogo a considerazioni di questa natura; resta dunque a sapere se la nozione

energia è suscettibile di essere trattata con questo processo analitico, ed in quali limiti.

12. *Forze ponderomotrici.* — Noi consideriamo le forze meccaniche che si manifestano fra i corpi ponderabili nel campo elettro-magnetico, come le resultanti delle pressioni che si sviluppano in seguito delle perturbazioni elettromagnetiche, nell'etere e negl'altri corpi. Risulta che le forze meccaniche agendo sopra un corpo sono completamente determinate dallo stato elettromagnetico nella sua vicinanza immediata, senza che si debba cercare quali ne sono le cause. Noi poniamo in principio che le pressioni alle quali i corpi sono sottomessi, sono tali che non vi ha resultante che tenda a porre in moto l'etere interno. Senza questa ipotesi il nostro sistema sarebbe incorretto o incompleto, poichè non potrebbe essere questione di forze elettromagnetiche nell'etere in riposo. Questa supposizione ha per conseguenza che le forze meccaniche a verificare fra i corpi ponderabili soddisfano all'uguaglianza dell'azione e della reazione.

Dobbiamo ora domandarci se si trova per la pressione una forma che corrisponda a questo enunciato, e che spieghi i fatti osservati. Maxwell, e con più generalità von Helmholtz, ottennero delle espressioni che soddisfano a tutte le condizioni richieste nel caso di uno stato statico e stazionario. Ma nel caso generale di uno stato variabile queste medesime pressioni dovrebbero porre in moto l'etere interno. Noi ammettiamo in causa di ciò che la espressione completa della pressione non fu ancor trovata, noi evitiamo la determinazione della grandezza di questa quantità, e preferiamo ottenere le forze ponderabili per mezzo degli enunciati già stabiliti, per mezzo del principio della conservazione dell'energia e per mezzo dell'enunciato esperimentale seguente. Se i corpi ponderabili di un sistema, nel quale si producono dell'elettricità o del magnetismo, e che sta sempre infinitamente vicino allo stato statico, si muovono gli uni relativamente agli altri; e se si considera come invariabile ed unita all'elemento ogni quantità di elettricità vera o di magnetismo vero, che sia in ogni elemento, il lavoro meccanico speso per muovere i corpi non può esser compensato dall'aumento dell'energia elettromagnetica disponibile, e per conseguenza gli è equivalente.

Resta a domandare se è possibile esprimere la pressione

conformemente a tutte le nozioni che abbiamo ammesse se non ne fosse il caso, l'insieme delle nostre ipotesi conterrebbe qualche contraddizione, che esigerebbe una correzione di certe ipotesi. I cangiamenti necessitati son però di tal natura che la loro influenza non cade sopra alcuno dei fenomeni fino ad ora osservati. Del resto, si noti che se la nostra teoria offre qui una lacuna, questa non è nei principi fondamentali, ma nei sviluppi. Infatti, dato il nostro punto di partenza, la produzione delle forze meccaniche è un fenomeno secondario delle forze elettro-magnetiche. Si poteva trattare la teoria di queste senza fare neppur menzione delle prime, come lo abbiamo fatto per altri fenomeni secondarii di minore importanza, e che abbiamo omessi.

B. I fenomeni dedotti dalle equazioni fondamentali.

Noi dividiamo i fenomeni, rappresentati dalle equazioni, in statici, stazionarii e dinamici. Perchè un fenomeno sia statico o stazionario esso non deve implicare alcuna variazione di forze elettriche o magnetiche in funzione del tempo, condizione che annulla le (9_a) e (9_b). Inoltre, conviene, perchè un fenomeno sia statico, che egli non sia accompagnato da alcuna variazione relativa al tempo, e che in particolare non dia luogo ad una trasformazione continua di energia sotto un' altra forma, per cui risulta, come condizione necessaria e sufficiente, che le quantità u, v, w si annullino esse pure.

Fenomeni statici.

Quando i primi membri e le u, v, w si annullano nelle (9_a) e (9_b), il sistema si scinde in due sistemi indipendenti, contenenti l'uno le forze elettriche e l'altro le forze magnetiche. Otteniamo così due gruppi di problemi, che si dicono abitualmente elettrostatico l'uno, e l'altro del magnetismo in riposo.

13. *Elettrostatico.* — Non teniam conto in questo paragrafo della forza elettromotrice, perchè, nel caso che essa permetta lo stabilirsi dello stato statico, produce effetti troppo deboli per esser presi in considerazione nei problemi che si presentano. Per conseguenza nei conduttori, ove le λ non sono nulle, e negl'isolanti le equazioni (9_a) divengono :

$$(13_a)\qquad \frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}=\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}=\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}=0\,.$$

Ne risulta che le forze hanno un potenziale ϕ, ai quozienti differenziali del quale, presi negativamente, si possono uguagliare. Poichè le forze hanno dappertutto un valore finito, il potenziale è continuo, e si può supporlo esteso ai corpi conduttori con un valore costante. Per una superficie limite i quozienti differenziali di ϕ, tangenti alla superficie, si trasportano attraverso la superficie, senza cangiamento. Indicando con e_l la densità di volume della elettricità libera, secondo il paragrafo 10 il potenziale ϕ soddisfa in ogni punto dello spazio alla equazione $\Delta\,\phi = 4\,\pi\,e_l$, che nell'etere libero diventa $\Delta\,\phi = v$ (*vedi la equazione* (3c) e che sulla superficie di separazione dei corpi eterogenei si presenta sotto la forma in uso,

$$\left(\frac{d\phi}{dn}\right)_2-\left(\frac{d\phi}{dn}\right)_1=-4\pi\,e'_l\,,$$

nella quale e'_l è la densità di superficie della elettricità libera. L'insieme di queste condizioni determina per ϕ, ad una costante presso, la espressione

$$\phi=\int\frac{e_l}{r}\,d\tau\,,$$

essendo l'integrale esteso a tutto lo spazio, e convenientemente trasformato alle superfici limiti. Così per la stessa distribuzione di potenziale e delle forze nei differenti isolanti, la elettricità libera è la stessa, ma le quantità rispettive di elettricità vera sono differentì e si trovano essere, nell'interno di due isolanti omogenei, proporzionali alle costanti dielettriche. La condizione onde la densità della elettricità vera abbia nell'interno dell'isolante un valore dato e_v, ha per espressione limitandoci ai corpi isotropi:

$$\frac{d}{dx}\left(\varepsilon\frac{d\phi}{dx}\right)+\frac{d}{dy}\left(\varepsilon\frac{d\phi}{dy}\right)+\frac{d}{dz}\left(\varepsilon\frac{d\phi}{dz}\right)=-4\,\pi\,e_v\,,$$

ed alla superficie di separazione di due corpi isotropi,

$$\varepsilon_2 \left(\frac{d\phi}{dn}\right)_2 - \varepsilon_1 \left(\frac{d\phi}{dn}\right)_1 = -4\pi e'_v \quad ,$$

indicando con e'_v la densità di superficie della elettricità vera. Consideriamo ancora la energia disponibile di un sistema elettrostatico. Noi l' otteniamo successivamente sotto le forme:

$$\frac{1}{8\pi}\int(\overline{X}\,X + \overline{Y}\,Y + \overline{Z}\,Z)\,d\tau = -\frac{1}{8\pi}\int\left(\overline{X}\,\frac{d\phi}{dx} + \overline{Y}\,\frac{\phi d}{dy} + \overline{Z}\,\frac{d\phi}{dz}\right)d\tau$$

$$= \frac{1}{8\pi}\int \phi\left(\frac{d\overline{X}}{dx} + \frac{d\overline{Y}}{dy} + \frac{d\overline{Z}}{dz}\right)d\tau = \frac{1}{2}\int \phi\, e_l\, d\tau = \frac{1}{2}\int\int \frac{e_v}{r}\, e_l\, d\tau\,.\,d\tau\,.$$

Le integrazioni sono supposte estese a tutto lo spazio ove le perturbazioni elettriche si producono, vale a dire ai limiti ove queste perturbazioni si annullano, e la trasformazione dell' integrale alle superfici di separazione è sott' intesa. La variazione subìta da ciascuna di queste espressioni, quando un moto dei corpi ponderabili ha luogo, e le quantità di elettricità vera unite agl' elementi del corpo restano costanti, è uguale, secondo il paragrafo 12, al lavoro delle forze meccaniche per questo movimento. Se dunque il nostro sistema si compone di due masse elettriche E_1 ed E_2, che sono nell' etere ad una distanza fra loro molto grande relativamente alle loro dimensioni, all'aumento dR della distanza corrisponde una diminuzione dell' energia disponibile di

$$\frac{1}{2}(E_1 E_2 + E_2 E_1)\frac{dR}{R^2},$$

e quindi $E_1\ E_2 \,.\, \frac{1}{R^2}$ rappresenta la forza meccanica con la quale le due elettricità tendono a respingersi. La legge di Coulomb che è il punto di partenza dell' antica teoria, qui si presenta come una conseguenza immediata.

Quanto alla determinazione generale delle forze ponderomotrici, bisogna contentarci di osservare che le due ultime espressioni della energia sono quelle che nella elettrostatica ordinaria

danno con la loro variazione il lavoro eseguito nel moto dei corpi, concludendone che queste medesime variazioni determineranno le medesime forze, quelle da cui parte l'ordinaria elettrostatica e che la esperienza conferma. Si vedrà in particolare, che le componenti della forza meccanica, che si esercita sopra un elemento di volume che rinchiude la massa e di elettricità vera, sono eX, eY, e eZ. Noi ritroviamo così l'enunciato che ci permise di introdurre la nozione delle forze elettriche.

14. *Magnetismo in riposo.* — Le equazioni fra le componenti delle forze magnetiche in riposo, sono le stesse che per le forze elettriche, e tutte le considerazioni del paragrafo precedente si ritrovano qui. Se però i problemi differiscono, anche per la loro espressione matematica, questo dipende dalle ragioni seguenti. 1° Qui manca la classe dei corpi che si chiamerebbero conduttori. 2° In tutti i corpi, eccetto quelli che mostrano magnetismo permanente o rimanente, non esiste magnetismo vero. Per conseguenza, nell'interno di questi corpi, fino a che sono isotropi, il potenziale magnetico Ψ soddisfa sempre alla

$$\frac{d}{dx}\left(\mu\frac{d\Psi}{dx}\right)+\frac{d}{dy}\left(\mu\frac{d\Psi}{dy}\right)+\frac{d}{dz}\left(\mu\frac{d\Psi}{dz}\right)=0,$$

che al limite di separazione diventa

$$\mu_2\left(\frac{d\Psi}{dn}\right)_2-\mu_1\left(\frac{d\Psi}{dn}\right)_1=0\,.$$

Equazioni più complesse, ma che si ottengono facilmente, si applicano all'interno ed alle superfici limiti dei corpi cristallizzati, e devono essere impiegate se si tratta dei fenomeni presentati dai cristalli chiamati magnetici. 3° Mentre che la costante dielettrica di tutti i corpi conosciuti è maggiore dell'unità, per molti corpi la costante magnetica è inferiore ad uno. Questi corpi son detti diamagnetici e gli altri paramagnetici. La densità superficiale del magnetismo libero di un corpo isotropo, sopra una superficie limitata dall'etere libero, è uguale alla $(1-\mu)^{\text{esima}}$ parte della forza normale diretta verso l'interno. Con un medesimo senso della forza, il segno dello strato superficiale è dun-

que contrario per un corpo diamagnetico ed un corpo paramagnetico. Ciò che dà altresì alla teoria del magnetismo in riposo un carattere particolare, è che i corpi i più importanti a questo riguardo, il ferro e l'acciaio nelle loro varietà, non soddisfanno ai principi ammessi che imperfettamente. Questi corpi presentano del magnetismo permanente e remanente, d'onde resulta che la polarizzazione della sostanza ponderabile vi è in parte indipendente dalle forze in gioco, e che lo stato magnetico non vi può essere completamente definito da una sola grandezza che abbia una direzione. Siccome inoltre le relazioni fra le forze e le perturbazioni non sono lineari, questi corpi non sono compresi, a questo doppio titolo, nei limiti della teoria qui sviluppata. Per non escluderli completamente gli assomigliamo a quello dei due corpi teorici che vi si avvicina più, il ferro assolutamente duro e l'acciaio assolutamente duro. Definiamo il primo un corpo che soddisfa alle nostre equazioni, e pel quale μ ha un valor grande. Scegliendo questo valore in modo conforme al problema trattato, otteniamo una grande approssimazione. Definiamo l'acciaio un corpo che soddisfa alle equazioni con un valore μ eguale all'unità, e nell'interno del quale può prodursi del magnetismo vero con una distribuzione qualunque, però tale che la quantità totale di magnetismo vero, in una porzione qualunque, non differisca da zero.

Stato stazionario.

Pel caso di movimenti stazionarii, le equazioni relative agli isolanti sono le stesse che per lo stato statico, quelle relative ai conduttori che noi supponiamo isotropi per semplicità, sono le equazioni (9_a), (9_b), (9_c) che hanno la forma:

$$(15_a)\qquad \begin{aligned} \frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}&=0\\ \frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}&=0\\ \frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}&=0 \end{aligned} \qquad\qquad (15_b)\qquad \begin{aligned} \frac{dM}{dz}-\frac{dN}{dy}&=4\pi A u\\ \frac{dN}{dx}-\frac{dL}{dz}&=4\pi A v\\ \frac{dL}{dy}-\frac{dM}{dx}&=4\pi A w\,. \end{aligned}$$

$$(15_c) \qquad u = \lambda (X - X'),\ v = \lambda (Y - Y'),\ w = \lambda (Z - Z').$$

Differenziando le (15_b) respettivamente per x, y, z e sommando, si ha

$$(15_d) \qquad \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz} = 0\,,$$

equazione che, per le superfici ove le correnti variano discontinuamente, prende la forma,

$$(15_e) \quad (u_2 - u_1)\cos n,x + (v_2 - v_1)\cos n,y + (w_2 - w_1)\cos n,z = 0.$$

Con le equazioni (15_d) e (15_e) e le (15_a) e (15_c), si ha un sistema che contiene soltanto le forze elettriche, che può esser trattato senza tener conto delle forze magnetiche, e che dà la teoria della distribuzione delle correnti. Determinate le componenti u, v, w della corrente, le (15_b) permettono di ottenere le forze magnetiche esercitate dalle correnti.

15. *Distribuzione delle correnti stazionarie.* — Dalle equazioni (15_a) risulta, che nell'interno di un conduttore attraversato dalle correnti le forze possono ancora essere rappresentate dalle derivate prese negativamente di una funzione ϕ, il potenziale, che è determinato dalla condizione che in ogni punto si abbia:

$$(15_f) \quad \frac{d}{dx}\left(\lambda \frac{d\phi}{dx}\right) + \frac{d}{dy}\left(\lambda \frac{d\phi}{dy}\right) + \frac{d}{dz}\left(\lambda \frac{d\phi}{dz}\right) = -\frac{d}{dx}(\lambda X') - \frac{d}{dy}(\lambda Y') - \frac{d}{dz}(\lambda Z').$$

Nella superficie limite di due conduttori eterogenei questa equazione prende la forma,

$$(15_g) \quad \lambda_2 \left(\frac{d\phi}{dn}\right)_2 - \lambda_1 \left(\frac{d\phi}{dn}\right)_1 = -(\lambda_2 X'_2 - \lambda_1 X'_1)\cos n,x - (\lambda_2 Y'_2 - \lambda_1 Y_1)\cos n,y - (\lambda_2 Z'_2 - \lambda_1 Z'_1)\cos n,z\,,$$

e al limite di un conduttore e di un isolante, la forma

$$(15_h) \qquad \frac{d\phi}{dn} = - X'\cos n,x - Y'\cos n,y - Z'\cos n,z\ .$$

A queste condizioni ai limiti si unisce, per le superfici limiti nelle quali le forze elettromotrici sono infinite, secondo il paragrafo 8, la condizione addizionale

$$(15_i) \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = \int (X \cos n,x + Y \cos n,y + Z \cos n,z)\, dn$$

$$= \int (X' \cos n,x + Y' \cos n,y + Z' \cos n,z)\, dn = \varphi_{1,2} \,.$$

L'insieme di queste condizioni, determina φ completamente, ad una costante presso che dipende dallo stato esterno al conduttore. Per un conduttore omogeneo le equazioni (15_f) e (15_b) si pongono sotto la forma semplice

$$(15_k) \qquad \Delta\varphi = 0, \text{ per l'interno dei conduttori.}$$

$$\lambda_1 \left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_1 = \lambda_2 \left(\frac{d\varphi}{dn}\right)_2 \text{ al limite dei due conduttori},$$

$\frac{d\varphi}{dn} = 0$, pel limite con un isolante. $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_{1,2}$, sopra una superficie elettromotrice. Queste equazioni si applicano immediatamente al problema della distribuzione della corrente nei corpi a tre dimensioni. La loro applicazione a conduttori a due dimensioni o lineari è facile, e conduce alla definizione della resistenza, alla legge di Ohm per circuiti chiusi, ai principi del Kirchhoff per una rete qualunque di derivazioni, ed a tutti i principi generali per la distribuzione delle correnti stazionarie.

16. *Forze magnetiche delle correnti stazionarie.* — Per determinare con le componenti u, v, w ora supposte note, le forze L, M, N che ne resultano, introduciamo le quantità ausiliarie, dette le componenti del potenziale vettore, facendo

$$U = \int \frac{u}{r}\, d\tau, \qquad V = \int \frac{v}{r}\, d\tau, \qquad W = \int \frac{w}{r}\, d\tau.$$

Gli integrali sono estesi a tutto lo spazio, e dalle (15_d) e (15_e) risulta

$$\frac{dU}{dx} + \frac{dV}{dy} + \frac{dW}{dz} = 0 \,.$$

Facciamo ora

$$(16_a)\ L = A\left(\frac{dV}{dx} - \frac{dW}{dy}\right),\ M = A\left(\frac{dW}{dx} - \frac{dU}{dz}\right),\ N = A\left(\frac{dU}{dy} - \frac{dV}{dx}\right),$$

Questi valori sono le soluzioni delle (15_b) e soddisfano alla

$$\frac{dL}{dx} + \frac{dU}{dy} + \frac{dN}{dz} = 0:$$

Se è possibile che le forze in giuoco realmente differischino da questi valori, le differenze soddisfanno alle condizioni del magnetismo in riposo, e ne possono essere considerate come provenienti, la qual cosa permette di ammettere che questi magnetismi considerati a parte siano conseguenze della corrente. Ma se si esclude il magnetismo in riposo, queste espressioni rappresentano completamente le forze magnetiche. Quando si tratta di correnti lineari la di cui intensità è i, si rimpiazzano nei valori di U, V, W le espressioni $ud\tau$, $vd\tau$, $wd\tau$ con le espressioni $i\,dx$, $i\,dy$, $i\,dz$, ove dx, dy, dz sono le proiezioni dell'elemento ds sugl'assi, e gli integrali devono essere presi lungo la corrente ed estesi a tutto il suo corso. Volendo decomporre la azione totale in una somma di azioni elementari, una espressione ammissibile per l'azione dell'elemento di corrente $i\,dx$, sul punto $x'\ y'\ z'$, ponendo per semplicità l'elemento all'origine e il punto $x'\ y'\ z'$ nel piano xy, sarà

$$L = 0,\ M = 0,\ N = Ai\,dx\,\frac{d\frac{1}{r}}{dy'} = -\frac{Ai\,dx}{r^2}\cdot\frac{y'}{r},$$

formule che conducono agli enunciati delle leggi di Ampère, Biot e Savart. I valori trovati per le forze devono, secondo le (15_b), per ogni punto ove le u, v, w si annullano, e per conseguenza per ogni punto esterno al conduttore, avere un potenziale Ψ, alle derivate del quale prese negativamente, si può uguagliarle. Se si considera soltanto un circuito lineare chiuso, Ψ può aver la forma,

$$(16_b) \qquad \Psi = -Ai\int\frac{d\frac{1}{r}}{dn}d\omega, \text{ più costante },$$

ove $d\omega$ è l'elemento di una superficie qualunque passante pel circuito, ed n la normale a questa superficie, la integrazione essendo estesa a tutta la porzione di superficie limitata dal contorno del circuito. Il lato positivo della superficie è quello dove la corrente, contata positivamente, è veduta circolare nel senso degli aghi di un orologio. Infatti i quozienti differenziali negativi della data espressione fanno trovare, per mezzo di una nota trasformazione, i valori voluti per L, M, N. Questi quozienti sono continui e finiti per ogni punto al di fuori del circuito stesso; e se l'integrale da cui dipende Ψ divien discontinuo sulla superficie ω, il valor totale di Ψ può nulladimeno avere la voluta continuità, considerando la costante come infinitamente multipla, ed attribuendogli una variazione di valore $4\pi Ai$ tutte le volte che si attraversa la superficie ω. Lo stesso potenziale diviene perciò infinitamente multiplo, e varia di $4\pi Ai$, quando ritorniano al punto di partenza dopo avere attraversato una volta il circuito. L'integrale che entra in Ψ è suscettibile di varie interpretazioni. Si può in primo luogo considerarlo come il potenziale di un doppio strato magnetico, e questo conduce alla teoria del magnetismo di Ampère. Si può d'altra parte, secondo Gauss, esprimere con questo integrale l'angolo solido sotto il quale è veduto il circuito da un punto. Così si è direttamente condotti all'enunciato che: questo integrale esprime il numero delle linee di forza che la unità di polo magnetico, coincidente con quel punto, fa passare attraverso la superficie. Si impiega dunque la espressione di potenziale totale, e gli si conserva la sua moltiplicità, con la definizione seguente. La differenza dei valori del potenziale in due punti, è eguale al prodotto per Ai del numero delle linee di forza che attraversano in un dato senso il contorno del circuito, allorquando la unità di polo magnetico si trasporta lungo un dato cammino da un dato punto all'altro. Questa ultima nozione è quella che meglio si accorda con le nostre vedute teoriche, e ci permette riferendoci ai paragrafi 12 e 14, di dedurne da ciò che precede i seguenti resul-

tati. In primo luogo, il lavoro meccanico che abbisogna per spostare un polo magnetico o un sistema di magnetismo invariabile in prossimità di una corrente lineare costante, è uguale al numero delle linee di forza del polo o del sistema che attraversano in un dato senso il contorno del circuito, pel fatto dello spostamento, moltiplicato, quel numero, per la intensità della corrente e per la costante A. In secondo luogo, il lavoro meccanico che abbisogna per spostare una corrente costante in un dato campo magnetico, è eguale al numero delle linee di forza attraversate dal circuito nello spostamento, moltiplicato per la intensità della corrente e per A. Finalmente, e come caso particolare, il lavoro meccanico effettuato per spostare una corrente costante 1 vicina ad una corrente come 2, è uguale al numero delle linee di forza magnetica del circuito 2 tagliate dal circuito 1 nel suo spostamento, moltiplicato dall' intensità in 1 e per A.

Questo medesimo lavoro è per la stessa ragione eguale al numero delle linee di forza del circuito 1 tagliate dal circuito 2, moltiplicato dalla intensità 2 e per A. I due enunciati conducono allo stesso resultato, che verifichiamo dando al prodotto della intensità della corrente, in uno dei circuiti, pel numero delle linee di forza dell' altro circuito, tagliate nello spostamento, una espressione simmetrica relativamente ai due circuiti. Le indicazioni i, ds si riferiscono al circuito 1, e i', ds', U', V', W', L', M', N' al circuito 2. Il prodotto delle linee di forza di 2 per Ai è uguale ad

$$Ai\int(L'\cos n,x + M'\cos n,y + N'\cos n,z)\,d\omega$$

$$= A^2 i\int\left(\left(\frac{dV'}{dz} - \frac{dW'}{dy}\right)\cos n,x + \left(\frac{dW'}{dx} - \frac{dU'}{dz}\right)\cos n,y + \left(\frac{dU'}{dy} - \frac{dV'}{dx}\right)\cos n,z\right)d\omega$$

$$= A^2 i\int(U'\cos s,x + V'\cos sy + W'\cos s,z)\,ds$$

$$= -A^2 ii'\iint\frac{(\cos s.x.\cos s'.x + \cos s.y.\cos s'.y + \cos s.z.\cos s'.z)\,ds\,ds'}{r}$$

$$= -A^2 i\,i'\iint\frac{\cos\varepsilon}{r}\,ds\,ds',$$

ove ε indica l' angolo fra i due elementi. L' espressione è simmetrica relativamente ai due circuiti. Infatti la variazione di

questa espressione, che è quella del potenziale di Neumann di un circuito relativamente all' altro moltiplicato per $A^2 i i'$, dà il lavoro a farsi per uno spostamento relativo fra i due circuiti, e così determina le forze ponderomotrici che si esercitano fra i due circuiti in riposo. È noto che questo enunciato comprende tutto quello che si sa esser di certo sopra queste forze.

Determineremo anche la energia magnetica di uno spazio, nel quale le componenti della corrente stazionaria, u, v, w, e la densità magnetica invariabile m sono distribuite. con la condizione ristrettiva che dei corpi suscettibili di essere magnetizzati non si trovino in quello spazio. Indicando con Ψ il potenziale dei magnetismi m, otteniamo la energia sotto le successive forme seguenti.

$$(16_c)\qquad \frac{1}{8\pi}\int (L^2 + M^2 + N^2)\, d\tau$$

$$= \frac{A}{8\pi}\int\Big[L\Big(\frac{dV}{dz} - \frac{dW}{dy} - \frac{1}{A}\frac{d\Psi}{dx}\Big) + M\Big(\frac{dW}{dx} - \frac{dU}{dz} - \frac{1}{A}\frac{d\Psi}{dy}\Big) + N\Big(\frac{dU}{dy} - \frac{dV}{dx} - \frac{1}{A}\frac{d\Psi}{dz}\Big)\Big]d\tau$$

$$= \frac{A}{8\pi}\int\Big[U\Big(\frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy}\Big) + V\Big(\frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz}\Big) + W\Big(\frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx}\Big)\Big]d\tau + \frac{1}{8\pi}\int \Psi\Big(\frac{dL}{dx} + \frac{dM}{dy} + \frac{dN}{dz}\Big)d\tau$$

$$= {}^1/_2\, A^2 \int (Uu + Vv + Ww)\, d\tau + {}^1/_2 \int \Psi m\, d\tau,$$

e per le correnti lineari,

$$= {}^1/_2\, A^2 \iint i i' \frac{\cos\varepsilon}{r}\, ds\, ds' + {}^1/_2 \int \Psi\, m\, d\tau,$$

ove la integrazione nella prima parte della ultima forma, sia relativamente a ds od a ds', deve estendersi a tutte le correnti. Da quest' ultima forma risulta, che lo spostamento relativo di correnti invariabili relativamente a magneti invariabili, non modifica la energia magnetica dello spazio.

Il lavoro eseguito in questo spostamento non ha compenso nella variazione della energia magnetica dello spazio, come ha

luogo per lo spostamento relativo di magneti invariabili, ma la conservazione del lavoro deve essere spiegata in altro modo. Si vede anche che lo spostamento relativo di correnti costanti implica una variazione di energia, la quale è in valore assoluto uguale al lavoro eseguito. D'altra parte, se si tien conto del segno, si vede che la variazione non ha luogo in un senso tale che possa essere considerata come una compensazione di una energia meccanica perduta, ma in senso opposto. Bisogna dunque anche in questo caso spiegare l'apparente sparizione del doppio della quantità di lavoro eseguito dalle forze meccaniche, nello spostamento relativo dei circuiti. Ritorneremo su questo punto alla fine del seguente paragrafo.

Fenomeni dinamici.

Nella varietà indefinita delle forme possibili dello stato variabile, un piccolo numero di gruppi di fenomeni si sono fino ad ora offerti all'osservazione. Noi li enumereremo, senza pretendere far rientrar tutto ciò che è in questo campo in una classificazione sistematica.

17. *Induzione nei circuiti chiusi.* — In un campo magnetico che si modifica, bisogna necessariamente, secondo le (9_a), che esista una certa distribuzione delle forze elettriche. Queste generalmente sono debolissime perchè il loro valore contiene il fattore piccolissimo A, e non si può verificarle che per mezzo della corrente che essi producono nei circuiti chiusi, oppure pel fatto che le loro azioni si sommano nei conduttori lineari molto lunghi e chiusi, ad una piccola frazione della loro lunghezza. Le azioni che danno luogo a resultati esperimentali misurabili, non ci danno dunque sempre che l'azione integrale della forza elettrica in un circuito chiuso, vale a dire l'integrale di $(X dx + Y dy + Z dz)$, preso lungo una linea chiusa su se stessa. Secondo una trasformazione nota e già impiegata, questo integrale di linea è uguale all'integrale di superficie

$$\int\!\!\int\left[\left(\frac{dZ}{dy}-\frac{dY}{dz}\right)\cos n,x+\left(\frac{dX}{dz}-\frac{dZ}{dx}\right)\cos n,y+\left(\frac{dY}{dx}-\frac{dX}{dy}\right)\cos n,z\right]d\omega,$$

esteso ad una superficie limitata come contorno dalla data linea, la superficie essendo qualunque. Ma per l'equazione (9_a) questa espressione è uguale ad

$$A \frac{d}{dt}\int(\overline{L}\cos n,x + \overline{M}\cos n,y + \overline{N}\cos n,z)\, d\omega .$$

Dunque, la forza elettromotrice sviluppata in un circuito chiuso è uguale alla variazione, riferita all'unità di tempo, del numero delle linee di forza, attraversanti il circuito, moltiplicato per A. Se si tratta dell'induzione di un circuito chiuso a corrente variabile, e se si suppone che non esista in vicinanza un corpo suscettibile di essere magnetizzato, la forza elettromotrice è, secondo il paragrafo precedente, uguale al prodotto del potenziale di Neumann, dei due circuiti l'uno sull'altro, per la variazione, riferita all'unità di tempo, della intensità della corrente inducente moltiplicata per A^2. Questi enunciati, dei quali il primo è il più generale, comprendono nelle loro conseguenze tutti i fenomeni osservabili nei conduttori in riposo.

La induzione nei conduttori in movimento non è compresa nel campo di questo studio. Ma se si tratta di conduttori lineari noi possiamo riunire questa forma dell'induzione all'induzione nei conduttori in riposo, ammettendo, come principio, essere indifferente rispetto alla forza elettromotrice in un circuito chiuso, che il campo magnetico immediatamente vicino si modifichi pel moto di corpi ponderabili ovvero per delle perturbazioni esclusivamente elettromagnetiche, purchè le modificazioni sian le stesse nella parte del campo che lo circonda immediatamente. Da ciò, e da quello che precede, risulta che la forza elettrica indotta in un conduttore in moto, è uguale al numero delle linee di forza magnetica, tagliate dal circuito in un senso determinato nell'unità di tempo, moltiplicato per A. Il prodotto di questa forza elettrica e dell'intensità della corrente nel circuito spostato dà, secondo il paragrafo 11, il lavoro termico o chimico sviluppato nel circuito per induzione. Questo lavoro equivale dunque, in virtù dei resultati del paragrafo precedente e tenendo conto dei segni, al lavoro eseguito dalle forze esterne nello spostamento del circuito. Così, quando una corrente costante si muove relativamente a dei magneti fissi, la energia termica e chimica sviluppata

compensa il lavoro meccanico speso, e la energia magnetica del sistema non è modificata. Inoltre, quando una corrente costante si muove relativamente ad un' altra corrente costante, l' eccesso di energia chimica e termica che il moto implica per l'uno dei circuiti compensa il lavoro meccanico speso, ed il medesimo eccesso d'energia che il movimento implica per l'altro circuito, compensa la diminuzione di energia del campo. Oppure, esattamente parlando, la somma delle due prime quantità di energia compensa la somma delle due seconde. La equivalenza indicata alla fine del paragrafo 16 è così ottenuta.

18. *Correnti elettrodinamiche non chiuse.* — Avuto riguardo ai fatti esperimentalmente possibili questo campo è il più ricco di tutti poichè comprende tutti i problemi che non possiamo far rientrare come casi particolari negl' altri gruppi. Avuto riguardo alle esperienze realizzate esso è al contrario fino ad ora poverissimo. Le oscillazioni degli apparecchi di induzione non chiusi, o delle bottiglie di Leida che si scaricano, possono essere trattati per approssimazione sufficiente, secondo i principi del paragrafo precedente. I soli fenomeni osservati, che son compresi sotto il titolo presente, sono le ondulazioni ed oscillazioni elettriche di corto periodo, sulle quali recentemente fu richiamata l'attenzione. Per ciò che riguarda lo sviluppo teorico di questo paragrafo, ci limiteremo ad osservare che la decomposizione della forza elettrica in una parte elettrostatica e in una parte elettrodinamica, nel problema generale non corrisponde ad una chiara significazione fisica, e non offre alcun vantaggio dal lato matematico, e convien dunque evitarlo, contrariamente a quello che si è fatto nel passato.

19. *Movimento della luce nei corpi isotropi.* — Consideriamo appartenenti al campo dell' ottica dei movimenti elettrodinamici che sono esclusivamente periodici, e la di cui durata di periodo non sorpassa una piccolissima frazione, diciamo un bilionesimo di secondo. Nessuno dei mezzi che ci resero capaci di verificare questi movimenti, ci fece conoscere la forza elettrica o magnetica come tale. Noi determiniamo soltanto i rapporti geometrici secondo i quali i movimenti prodotti si propagano in diverse direzioni, con intensità diverse. Per conseguenza nel prospetto matematico dei fenomeni, si potrà limitarci, eliminando una delle

due specie di forze, a considerare la propagazione dell' altra specie soltanto, senza che vi sia importanza a sceglierne una piuttosto che l' altra. Limitandoci agl'isolanti omogenei isotropi, otteniamo con le (4_a) e (4_b), eliminandone in primo luogo la forza elettrica e in secondo luogo la forza magnetica, le equazioni seguenti.

$$(19_a)\quad A^2\varepsilon\mu\frac{d^2L}{dt^2}=\Delta L,\quad A^2\varepsilon\mu\frac{d^2M}{dt^2}=\Delta M,\quad A^2\varepsilon\mu\frac{d^2N}{dt^2}=\Delta N$$

$$\frac{dL}{dx}+\frac{dM}{dy}+\frac{dN}{dz}=0\ ,$$

$$(19_b)\quad A^2\varepsilon\mu\frac{d^2X}{dt^2}=\Delta X,\quad A^2\varepsilon\mu\frac{d^2Y}{dt^2}=\Delta Y,\quad A^2\varepsilon\mu\frac{d^2Z}{dt^2}=\Delta Z$$

$$\frac{dX}{dx}+\frac{dY}{dy}+\frac{dZ}{dz}=0\ ,$$

le di cui soluzioni, indipendentemente dall' ipotesi dei movimenti esclusivamente periodici, sono delle soluzioni delle (4_a) e (4_b). Ognuno dei due sistemi (19_a) e (19_b) fa riconoscere la possibilità di onde trasversali e la impossibilità di onde longitudinali. Ognuno dei due sistemi dà per la velocità di propagazione di un' onda possibile, il valore $1:A\sqrt{\varepsilon\mu}$, e da ognuno dei due sistemi si può dedurne i fenomeni della propagazione rettilinea, della diffrazione, della interferenza della luce naturale e della luce polarizzata, così come i diversi modi di polarizzazione. Ritornando alle (4_a) e (4_b), si vede che le direzioni delle due forze elettrica e magnetica, che si producono simultaneamente in uno stesso punto di un' onda piana, sono normali fra loro. Facciamo coincidere col piano xy il piano limitante due isolanti omogenei isotropi. Resulta dal paragrafo 8, tenendo della circostanza che si tratta di movimenti periodici, che le variabili soddisfanno alle condizioni seguenti per la superficie limite

$$(19_c)\ L_1=L_2,\ M_1=M_2,\ \mu_1N_1=\mu_2N_2,\quad (19_d)\ X_1=X_2,\ Y_1=Y_2,\ \varepsilon_1Z_1=\varepsilon_2Z_2.$$

Ognuno di questi sistemi di equazioni ai limiti, aggiungendovi le equazioni per l' interno dei due corpi, comprende le leggi della riflessione, della refrazione, della riflessione totale, vale a dire i principi dell' ottica geometrica. Ognuno altresì mostra che la intensità dell' onda riflessa o refratta dipende dal suo modo di polarizzazione e dà, per questa relazione così come per il ritardo

di fase dell'onda riflessa totalmente, le formule di Fresnel. Se deduciamo queste formule dalle equazioni della forza elettrica (19_b) e (19_d), esse si trovano corrispondere agli sviluppi dati dallo stesso Fresnel. La generalità del nostro punto di vista ci permette non soltanto di verificare che i due processi devono condurre allo stesso scopo, ma altresì di riconoscere che sono ugualmente giusti. Se nei fenomeni che si realizzano la riflessione della forza elettrica e quella della magnetica non sono completamente reversibili, e se quindi per ciò i due processi di analisi sembrano diversi, bisogna attribuirlo a che, in quasi tutti i corpi a considerare, la costante magnetica è quasi uguale all'unità, mentre che la costante dielettrica varia notevolmente. Son dunque particolarmente le proprietà elettriche che determinano le proprietà ottiche dei corpi. Se il piano xy è la superficie di separazione del nostro isolante e di un perfetto conduttore, le equazioni a soddisfare in questo piano sono:

$$(19_e) \qquad N = 0 \quad , \qquad\qquad (19_f) \qquad x = 0 \; , \; y = 0 \, .$$

Da queste equazioni, più quelle pel mezzo isolante, risulta che, per ogni incidenza e per ogni azimut di polarizzazione, la riflessione è totale. Siccome i conduttori reali stanno fra i conduttori perfetti e gli isolanti, la riflessione al loro limite forma una transizione fra la riflessione totale e la riflessione sui corpi trasparenti. Poichè la riflessione metallica presenta questo carattere, si vede che le nostre equazioni sembrano proprie a fornire anche il tema generale della riflessione metallica. Non sembra che si sia fin qui sufficientemente cercato in quanto una scelta conveniente delle costanti, possa render conto delle particolarità alle quali dà luogo questo genere di riflessione. Si disse nel primo paragrafo che i fenomeni di dispersione necessitano la introduzione di almeno due grandezze elettriche o magnetiche, e per conseguenza sono esclusi dalle nostre considerazioni attuali.

20. *Ottica del cristallo.* — Ci limitiamo ai movimenti della luce nell'interno di un cristallo omogeneo completamente trasparente, ammettendo che gli assi di simmetria della energia elettrica e della energia magnetica coincidino. Scegliamo gli assi delle coordinate paralleli a quegl'assi comuni di simmetria, e

per semplicità rimpiazziamo ε_{11}, ε_{22}, ε_{33}, μ_{11}, μ_{22}, μ_{33} per ε_1, ε_2, ε_3, μ_1, μ_2, μ_3. Le equazioni (5_a) e (5_b) prendon la forma

$$(20_a)\quad A\mu_1 \frac{dL}{dt} = \frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz}, \quad A\mu_2 \frac{dM}{dt} = \frac{dX}{dz} - \frac{dZ}{dx}, \quad A\mu_3 \frac{dN}{dt} = \frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy},$$

$$(20_b)\quad A\varepsilon_1 \frac{dX}{dt} = \frac{dM}{dz} - \frac{dN}{dy}, \quad A\varepsilon_2 \frac{dY}{dt} = \frac{dN}{dx} - \frac{dL}{dz}, \quad A\varepsilon_3 \frac{dZ}{dt} = \frac{dL}{dy} - \frac{dM}{dx}.$$

Queste equazioni si integrano ammettendo un' onda piana di luce polarizzata che risponda all' enunciato seguente. La forza magnetica è normale alla polarizzazione elettrica e reciprocamente. La direzione delle due forze è in generale fuori del piano dell' onda, e quella delle due polarizzazioni è in questo piano. La direzione normale alle due polarizzazioni è per conseguenza la normale all' onda. La direzione normale alle due forze è quella secondo la quale, pel paragrafo 11, la energia si propaga, e si chiama il raggio dell' onda. Ad ogni data posizione della normale all' onda, corrispondono in generale due onde differenti e di polarizzazione differenti, con velocità differenti e posizioni differenti del raggio che a loro appartiene. Se si suppone che, in un dato istante, delle onde piane, con la loro normale in tutte le direzioni possibili, si propaghino a partir dall' origine, l' inviluppo dei piani alla fine della unità di tempo, è la superficie detta superficie dell' onda. Ogni piano d' onda è tangente alla superficie, in un punto del raggio condotto dall' origine che gli appartiene. Per questa superficie inviluppo delle onde piane, si ha

$$(20_c)\quad \left(\frac{x^2}{\varepsilon_1} + \frac{y^2}{\varepsilon_2} + \frac{z^2}{\varepsilon_3}\right)\left(\frac{x^2}{\mu_1} + \frac{y^2}{\mu_2} + \frac{z^2}{\mu_3}\right) - \frac{x^2}{\varepsilon_1\mu_1}\left(\frac{1}{\varepsilon_2\mu_3} + \frac{1}{\varepsilon_3\mu_2}\right)$$
$$- \frac{y^2}{\varepsilon_2\mu_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_1\mu_3} + \frac{1}{\varepsilon_3\mu_1}\right) - \frac{z^2}{\varepsilon_3\mu_3}\left(\frac{1}{\varepsilon_1\mu_2} + \frac{1}{\varepsilon_2\mu_1}\right) + \frac{1}{\varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3\mu_1\mu_2\mu_3} = 0$$

La superficie di quarto grado rappresentata da questa equazione taglia i piani coordinati secondo due elissi. Nell' un dei

piani le elissi si tagliano in quattro punti, che sono i quattro ombelichi della superficie. Nei due altri piani, una delle elissi circonda l'altra. Questo enunciato è indipendente dai valori di ε e di μ. Per tutti i cristalli reali, si ha con grande approssimazione, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1$; in questo caso la forma generale della equazione si riduce a quella della superficie d'onda di Fresnel, e delle due elissi secondo le quali la superficie taglia i piani coordinati, una si riduce ad un circolo.

È noto come alla considerazione della superficie d'onda e delle sue modificazioni nei casi particolari, si rileghi la spiegazione della doppia refrazione, della riflessione sulle faccie del cristallo, e di altri fenomeni di interferenza osservati nei cristalli. Altri fatti esperimentali dell'ottica dei cristalli, che non si possono ricondurre all'ipotesi di una sola grandezza vettore, sia elettrica sia magnetica, non appartengono alla nostra teoria, nel suo stato attuale. Abbiamo nei numeri 17-20 trattati i diversi casi dello stato variabile, la di cui importanza ha dato luogo fin qui allo sviluppo di particolari teorie.

Bonn, Marzo 1890.

OSSERVAZIONI SIMULTANEE SUL DINAMISMO DEL CRATERE VESUVIANO E DELLA GRANDE FUMAROLA DELLA SOLFATARA DI POZZUOLI, FATTE NEGLI ANNI 1888-89-90; NOTA DEL PROF. LUIGI PALMIERI.

Gli storici delle maggiori conflagrazioni del Vesuvio spesso parlarono dell'attività contemporanea della Solfatara; alcuni dichiarando questa più attiva durante l'incendio vesuviano ed altri, da notizie attinte, la giudicarono rimasta indifferente nel tempo che il Vesuvio spandeva copiose le sue lave. Io ebbi sempre curiosità di sapere come le cose procedessero; ma senza una persona che risedesse perennemente alla solfatara mi era impossibile aver notizie esatte in proposito. Ora avendo da alcuni anni il Prof. Giuseppe de Luca, proprietario della Solfatara, istallato colà a sue spese un piccolo Osservatorio geodinamico,

assistito perennemente dal valoroso giovine Alfonso Barbieri mi fu possibile avere giorno per giorno le notizie che desideravo.

È noto, che la grande fumarola della solfatara in certi momenti spinge fuori il fumo con impeto e con rumori più o men gagliardi, ed in altri momenti, la sua attività declina, in modo che il fumo esce scarso e tranquillo, come per semplice evaporazione. Pregai, quindi, il Sig. Barbieri, col consenso del Prof. De Luca, a distinguere empiricamente quattro gradi di attività indicati dai numeri 1, 2, 3 e 4, badando più che alla copia del fumo, all' impeto eruttivo col quale è emanato; giacchè nella copia del fumo vi possono essere illusioni diverse sia per lo stato igrometrico dell'ambiente, sia pel curioso fenomeno del forte incremento del fumo, quando in prossimità si accende dell' esca, un solfanello ecc. Le osservazioni poi, all' Osservatorio vesuviano si fanno non solo guardando l' attività del cratere; ma specialmente gli apparecchi sismici, ad osservazione diretta, la cui attività è anch' essa notata co' numeri 1, 2, 3 e 4; giacchè quando il Vesuvio non è perfettamente in riposo, il suolo dell'Osservatorio non è mai tranquillo e gli apparecchi sismici indicano con grande precisione lo stato di attività del vicino vulcano.

Il Vesuvio, com' è noto, è in un periodo di moderata e perenne attività fin dal 18 Decembre 1875, con fasi, veramente, poco cospicue. Le lave sono venute fuori ad intervalli, durando talvolta per breve tempo e tal' altra per mesi ed anni. Il materiale emesso, oltre all' aver riempito il grande cratere del 1872, l' ha anche considerevolmente colmato da farne perdere le tracce, e poi si è versato in gran copia sul pendìo del cono, specialmente sulla parte di S. E. da costituire in tutto una mole di oltre venti milioni di metri cubici.

Per ora, quindi, dirò i risultamenti di circa tre anni d' Osservazioni contemporanee, e quando avverrà qualche fase più splendida e fragorosa sarà possibile avere una risoluzione più chiara del quesito propostomi.

Nei tre anni trascorsi le coincidenze delle maggiori attività sono assai frequenti, sebbene non manchino indizii di autonomia ed indipendenza dei due focolari vulcanici; e specialmente è da notare, che le piccole scosse registrate dagli apparecchi e qualche volta anche avvertite dalle persone sopraluogo sono riuscite

sempre concordanti. E siccome l'incremento di attività negli apparecchi sismici al Vesuvio è indizio sicuro ed infallibile di prossimo aumento di attività nel cratere vesuviano; così alla Solfatara alla indicazione degli apparecchi sismici corrispondono sempre alcuni giorni del grado massimo dell'attività della grande fumarola.

Giova notare che le fasi di maggiore o minore attività della fumarola anzidetta sembrano del tutto indipendenti dall'altezza barometrica che il Sig. Barbieri giornalmente registra, e quindi si vede che talvolta anche con depressione barometrica, il fumo esce con impeto assai moderato e le maggiori attività della fumarola spesso si avverano col barometro elevato.

Le osservazioni al Vesuvio da tanti anni eseguite dimostrano che al tempo delle sigizie corrisponde il maggior dinamismo del cratere; e però la Solfatara, con poche eccezioni mostrano com' anch' essa guadagni nell' impeto eruttivo nei tempi anzidetti. Vorrei peraltro, ad evitar gli equivoci, che si notasse che non ad ogni novilunio, o plenilunio deve aversi fatalmente un incremento di attività eruttiva; ma se questa viene, novanta volte sopra cento si ha all'epoca delle sigizie.

Voglio finalmente avvertire che nel dì 17 del p. p. mese di Giugno, specialmente durante l'ecclisse solare che avvenne in quel giorno, il fumo del cratere divenne notevolmente più copioso e di color rossiccio, come suol essere nelle fasi di maggiore attività, le detònazioni ed i boati divennero frequenti e numerosi proiettili erano lanciati in alto; intanto in quel giorno la fumarola della Solfatara non diè segno di maggior vigore, ma invece la temperatura dell'acqua termo-minerale nel pozzo esistente nell'interno di quel cratere divenne più elevata e si mantenne così per altri tre giorni.

Ed a proposito di temperatura, alcuno per avventura potrebbe domandarmi: perchè a graduare l'attività della grande fumarola della Solfatara io non mi sia appigliato in preferenza alla temperatura giacchè ognuno, ch' abbia avuto come me l'occasione di avvicinarsi alla bocca di questa fumarola in giorni diversi avrà potuto notare il maggior calore che si avverte quando la detta fumarola è più attiva. Il metodo per le dette misure non sarebbe gran fatto malagevole; mercè un termometro a mas-

simo da introdursi nella grotta d'onde esce copioso il fumo, mercè un bastone che si farebbe entrare sempre egualmente nella anzidetta caverna. E finalmente sarebbe stato buono giorno per giorno aver l'analisi quantitativa degli aeriformi che insieme col fumo vengon fuori dalla indicata fumarola. A questa obiezione io rispondo, che non ho creduto poter abusare della solerzia del Sig. Barbieri, il quale ha molte cure da disimpegnare per conto del Prof. De Luca, tanto più che da questo lato non avrei potuto fare lo stesso sul cratere del Vesuvio.

La varia attività della grande fumarola della Solfatara mi offre l'occasione di far notare che in tutte le gradazioni dell'attività vulcanica, dall'emissione delle grandi lave fino alle fumarole ed alle mofete, si avverte sempre un certo ritmo per lo quale si notano corsi e ricorsi della attività eruttiva. Le grandi lave che ho potuto al Vesuvio vedere scorrere per settimane, per mesi, o per anni, han mostrato sempre le loro fasi d'incremento o di diminuzioni. Le fumarole del cratere in tempo di riposo mostrarono sempre anche esse le loro fasi d'incremento e di diminuzioni, vuoi per la natura e copia dell'emanazioni aeriformi, vuoi per la temperatura e per l'indole delle sublimazioni. Solo le fumarole delle lave presentano in principio un più alto grado d'attività, che poi va successivamente scemando sino alla loro totale estinzione.

Le mofete anch'esse pel tempo in cui durano danno segno d'incrementi e di diminuzioni, e sebbene in queste variazioni si possa dire che concorra la diversa pressione atmosferica; pure indipendentemente da questa sogliono aumentare, o diminuire.

Dicasi lo stesso pei fenomeni che si osservano nel vulcanismo semispento dei campi flegrei. Nelle stufe di S. Germano, che com'è noto, si trovano coperte da un fabbricato, ho potuto più volte notare delle notevoli variazioni di temperatura da un'ora all'altra del medesimo giorno, e le stesse variazioni ho potuto notare nella quantità d'anidride carbonica: per la qual cosa non dee far meraviglia se la temperatura dell'acqua termominerale del pozzo della Solfatara abbia le sue fasi d'incremento e di diminuzione e se il dinamismo della grande fumarola rende queste fasi visibili fino all'occhio volgare.

RICERCHE SPERIMENTALI SULLA PROPAGAZIONE DEL FLUSSO MAGNETICO; NOTA DI G. PISATI.

(Dagli *Atti della R. Accademia dei Lincei*, vol. VI, 1° semestre, fasc. 5. — 1890).

1. Dopo avere constatato [1]) che la propagazione del flusso magnetico nel ferro avviene in modo simile a quello con cui il calore si propaga nelle verghe scaldate ad una estremità, mi sono proposto di fare uno studio sistematico per determinare le leggi del flusso magnetico variando:

a) l'intensità della forza magnetizzante;

b) la forma e le dimensioni dell'elica eccitatrice e la sua posizione sul conduttore magnetico;

c) la sezione e la linea direttrice del conduttore;

d) la natura chimica e le condizioni fisiche della sostanza magnetica;

e) la natura dell'ambiente in cui il conduttore si trova immerso.

2. Le esperienze di cui è oggetto la presente Nota si riferiscono alla questione *a*).

Ho adoperato un conduttore rettilineo consistente in un fascio composto di 25 fili di ferro lunghi un metro e del diametro di un millimetro, ciascuno dei quali era stato coperto d'una vernice di gomma lacca.

L'elica eccitatrice o primaria era cilindrica della lunghezza di 80 mm. e formata di 400 giri distribuiti uniformemente in quattro strati: venne infilata sul fascio e fissata nel mezzo della sua lunghezza.

L'elica indotta o secondaria era anch'essa cilindrica ma lunga soltanto 2 mm., comprendeva in tutto 100 giri distribuiti in 25 strati, era infilata normalmente sul fascio e poteva scorrere lungo di esso. Per determinare la distanza relativa fra le due eliche, fu disposto parallelamente al fascio un regolo graduato sul quale faceva da indice una punta collegata invariabilmente coll'elica secondaria: quando l'indice segnava zero sulla scala, la distanza fra i centri delle due eliche era di 48 mm.

1) V. *Rend. della R. Accad. de' Lincei*, seduta del 2 febb. 1890.

Per produrre la corrente primaria od eccitatrice fu adoperata una pila Ponci (ferro-cloruro ferroso, carbone-cloruro ferrico) di 10 elementi di grande modello disposti in due derivazioni ciascuna comprendente 5 elementi in serie. Prima d'incominciare le esperienze ho fatto uno studio della pila per conoscere l'andamento della corrente da essa generata: ho osservato che lasciando il circuito chiuso con una debole resistenza esterna la corrente diminuiva da principio un po' rapidamente, indi sempre più lentamente e dopo un' ora la diminuzione era appena di $0^{amp},002$ al minuto primo: ma se in seguito si apriva il circuito e dopo 30 secondi lo si richiudeva, avevasi nei primi istanti un notevole aumento di corrente difficile a misurarsi e che rapidamente andava sparendo, sicchè dopo 3 minuti dall' ultima chiusura la corrente ripigliava il suo andamento normale. Nelle esperienze sulla propagazione del flusso magnetico dovetti perciò rinunciare all' uso delle correnti di chiusura ed adoperare le sole correnti di apertura. Ho fatto variare le correnti eccitatrici da circa 0,02 a 0,16 unità C. G. S.; per conseguenza le forze magnetizzanti adoperate furono comprese tra circa 12 e 100 unità C. G. S.

La misura della corrente primaria fu fatta con un galvanometro a torsione costruito dallo stabilimento Siemens e Halske: è graduato in milliampères, ha la resistenza di un ohm a 15° e fu adoperato mettendolo in derivazione con una resistenza di 1/9 di ohm. Unitamente allo strumento i costruttori hanno mandato una tabella di correzione, ma prima di adoperarla fu fatto un confronto tra l' amperometro ed un voltametro a nitrato d' argento, dal quale confronto risultò che quando lo strumento segna 100^{p} la correzione è $+ 0^{p},15$: la tabella dei costruttori dà $+ 0^{p},2$; l'accordo adunque è sodisfacente. Con ripetute esperienze fu determinato altresì il potere del riduttore associato al galvanometro. Fatte tutte le correzioni la misura della corrente primaria ha un error probabile di $\pm 0,0002$ unità C. G. S.

Le correnti secondarie furono misurate mediante un galvanometro balistico a riflessione, anch' esso costruito da Siemens e Halske. Le letture si fecero per mezzo di cannocchiale, su una scala divisa in millimetri posta alla distanza di cm. 172 dallo specchio. Da esperienze preliminari ho dedotto che per de-

viazioni non maggiori di 60p, l'error probabile di ciascuna osservazione è ± 0p,1; ma col crescere della deviazione la misura diviene sempre meno precisa, sino a che per deviazioni di circa 350p l'error probabile raggiunge il valore ± 0p,5.

Prima di adoperare lo strumento nelle ricerche sul flusso magnetico era indispensabile di conoscere la relazione che esiste tra le variazioni del flusso e le corrispondenti indicazioni del galvanometro balistico. Per mezzo di molte osservazioni eseguite con due metodi diversi ho potuto constatare che la 1ª elongazione del mio galvanometro, tenuto conto degli errori probabili d'osservazione, è direttamente proporzionale alla corrispondente variazione di flusso che la produce. Qui riferirò soltanto i risultati di una serie di osservazioni fatte con due rocchetti stabilmente disposti l'un dentro l'altro, il 1° essendo in comunicazione con la pila l'amperometro ed una cassetta di resistenze, mentre l'altro comunicava col galvanometro balistico.

Corr. primaria in unità C. G. S. i	1.a elongaz. del galv. balistico G	$G : i$	G' (calcolato)	G — G'
0,0023	9,1	3,956	9,1	0,0
0,0045	17,8	3,956	17,7	+ 0,1
0,0087	34,2	3,931	34,2	0,0
0,0107	41,9	3,916	42,1	— 0,2
0,0121	47,4	3,917	47,6	— 0,2
0,0138	54,2	3,928	54,3	— 0,1
0,0150	58,4	3,893	59,0	— 0,6
0,0161	63,5	3,944	63,4	+ 0,1
0,0219	86,0	3,927	86,2	— 0,2
0,0285	112,8	3,958	112,2	+ 0,6
0,0325	127,9	3,935	128,0	— 0,1
0,0363	143,0	3,939	142,9	+ 0,1
0,0402	158,3	3,938	158,3	0,0
0,0462	182,2	3,944	181,9	+ 0,3
0,0506	199,9	3,958	198,8	+ 1,1
0,0555	218,7	3,941	218,5	+ 0,2
0,0608	239,2	3,934	239,4	— 0,2
0,0655	258,1	3,941	257,9	+ 0,2
0,0705	277,3	3,933	277,6	— 0,3
0,0755	296,7	3,930	297,3	— 0,6
0,0808	318,3	3,939	318,1	+ 0,2
0,0859	338,4	3,940	338,2	+ 0,2
0,0906	356,4	3,934	356,7	— 0,3
0,0948	374,0	3,945	373,2	+ 0,8

media: 3,937

3. Compiuto lo studio degli strumenti di misura ho incominciato le esperienze sulla propagazione del flusso magnetico nel fascio di fili di ferro.

Messa l'elica secondaria ad una certa distanza dall'elica eccitatrice, un operatore osservando l'amperometro regolava per mezzo d'un reostato l'intensità della corrente primaria e quando questa era sensibilmente costante (dentro $\pm 0^{amp},002$), apriva il circuito ed allora un secondo osservatore leggeva per mezzo del cannocchiale l'indicazione del galvanometro balistico: indi si richiudeva il circuito primario e si ripetevano almeno altre 2 o 3 volte le stesse operazioni. Di poi, rimanendo sempre costante la distanza tra le due eliche, si esperimentava successivamente con correnti di diversa intensità e terminata la 1ª serie di osservazioni se ne fecero altre 15 nello stesso modo ma variando dall'una all'altra la distanza tra le due eliche.

I risultati delle osservazioni sono raccolti nella tabella I in cui d indica la divisione segnata sulla scala dall'indice connesso coll'elica secondaria, i l'intensità della corrente eccitatrice in unità C. G. S., e G la 1ª elongazione del galvanometro balistico.

Le sedici serie di osservazioni registrate nella tabella I vennero fatte alcune incominciando dalla corrente più debole e salendo via via fino alla più forte; altre procedendo nell'ordine inverso; ed altre ancora facendo variare la i saltuariamente: fu altresì saltuario l'ordine con cui si fecero variare le distanze d.

Quasi tutte le volte che si passava da una corrente debole ad una più forte ho notato che per effetto di un po' d'isteresi, alla prima apertura del circuito primario l'elongazione del galvanometro balistico era sensibilmente minore di quelle che si ottenevano nelle successive aperture: un fatto analogo ma in senso inverso si è presentato quasi costantemente quando si passava da una corrente forte ad una più debole. Ecco due esempi presi a caso dal libretto delle osservazioni.

Esempio 1.° —	Corrente precedente	$i = 0{,}1424$	$d = 4^{cm}$
	nuova corrente	$i = 0{,}1628$	$G = 134^{p}5$
		0,1627	141,3
		0,1624	141,5
		0,1624	141,2
Media delle ultime 3 osservazioni		$i = 0{,}1625$	$G = 141{,}3$

Esempio 2.° —	Corrente precedente	$i = 0{,}1021$	$d = 9^{cm}$
	nuova corrente	$i = 0{,}0820$	$G = 23^{p}{,}4$
		0,0826	18,2
		0,0826	18,0
		0,0828	18,1
Media delle ultime 3 osservazioni		$i = 0{,}0827$	$G = 18{,}1$

Per eliminare l'effetto dell'induzione prodotta dalla sola elica primaria, ho sostituito al fascio di ferro una canna di vetro, ed esperimentando nel solito modo ottenni i risultati contenuti nella seconda tabella numerica.

Coi dati della tabella I ho costruíto su grande scala le curve corrispondenti prendendo per ascisse le correnti primarie ($1^{cm} = 0{,}002[C^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1}{2}} S^{-1}]$) e per ordinate i valori di G ($1^{cm} = 2^{p}$ della scala). Un' analoga rappresentazione fu fatta dei valori ottenuti senza il fascio magnetico: infine dalle curve così costruite dedussi i valori di G, compresa la correzione γ, contenuti nella III tabella numerica, i quali si possono considerare senz' altro come valori osservati direttamente.

Tabella I. *Valori osservati col*

$d = 0$ cm.		1 cm.		2 cm.		3 cm.	
i	G	i	G	i	G	i	G
0,0207	24,8	0,0207	18,3	0,0207	13,2	0,0210	10,0
0308	43,1	0307	31,7	0310	24,2	0313	17,8
0416	67,0	0417	50,7	0416	38,2	0412	27,5
0546	99,0	0513	71,3	0513	52,1	0512	39,5
0622	122,1	0623	93,9	0620	72,4	0616	54,7
0821	185,8	0829	142,0	0827	113,0	0824	87,7
1028	241,8	1020	191,0	1026	151,0	1029	120,8
1217	286,6	1223	231,8	1227	187,2	1238	149,5
1425	322,6	1439	263,8	1434	211,3	1439	166,1
1603	345,8	1628	282,7	1602	225,7	1585	178,0

$d = 8$ cm.		9 cm.		10 cm.		11 cm.	
i	G	i	G	i	G	i	G
0,0410	6,3	0,0403	5,1	—	—	—	—
0513	9,5	0503	7,4	0,0513	6,0	—	—
0621	13,2	0610	10,6	0616	8,2	0,0614	6,4
0830	22,4	0827	18,1	0810	13,4	0824	11,0
1019	31,7	1021	25,9	1016	19,2	1020	15,7
1218	40,2	1234	32,9	1235	25,1	1227	19,9
1416	46,5	1431	37,1	1422	29,1	1408	22,2
—	—	1501	38,4	1537	30,8	1500	23,6
1584	50,3	1574	39,4	1635	31,8	1581	24,1

Tabella II. *Valori osservati senza il*

$d = 0$ cm.		1 cm.		2 cm.		3 cm.	
i	γ	i	γ	i	γ	i	γ
0,0202	0,6	0,0202	0,3	0,0203	0,2	0,0202	0,0
0473	1,4	0472	0,5	0472	0,3	0472	0,2
0861	2,5	0856	0,9	0858	0,5	0858	0,3
1186	3,5	1171	1,4	1157	0,7	1154	0,3
1588	4,5	1581	1,9	1575	1,0	1572	0,4

fascio di fili di ferro.

4 cm.		5 cm.		6 cm.		7 cm.	
i	G	*i*	G	*i*	G	*i*	G
0,0210	7,8	0,0205	5,3	0,0206	3,9	0,0206	3,0
0317	14.0	0308	9,5	0306	7,2	0308	5,3
0409	20,2	0409	15,6	0412	11,2	0404	8,5
0517	30,0	0506	21,9	0517	16,6	0507	12,5
0615	41,1	0611	30,6	0624	23,2	0612	17,7
0825	66,8	0816	50,6	0828	38,4	0808	29,1
1022	92,8	1035	72,9	1036	55,4	1034	43,5
1221	114,7	1225	88,4	1220	67,3	1227	53,2
1424	130,3	1421	100,9	1433	78,1	1415	60,0
1625	141,3	1612	110,0	1609	84,3	1624	66,0

12 cm.		13 cm.		14 cm.		15 cm.	
i	G	*i*	G	*i*	G	*i*	G
—	—	—	—	—	—	—	—
0,0510	3,7	—	—	0,0510	2,3	—	—
0615	5,2	—	—	0611	3,2	—	—
0823	8,8	0,0828	6,7	0819	5,2	—	—
1023	12,4	1027	9,9	1022	7,8	—	—
1230	15,9	1221	12,2	1230	9,7	—	—
1435	18,2	1449	14,0	1439	11,4	0,1453	9,0
1541	19,1	1519	14,5	1520	11,9	1520	9,3
1613	19,9	1599	14,8	1581	12,2	1608	9,6

fascio di fili di ferro.

4 cm.		5 cm.		6 cm.		7 cm.	
i	γ	*i*	γ	*i*	γ	*i*	γ
—	—	—	—	—	—	—	—
0,0472	0,0	—	—	—	—	—	—
0858	0,1	0,0858	0,0	—	—	—	—
1152	0,2	1150	0,1	0,1149	0,0	—	—
1574	0,3	1573	0,2	1571	0,1	0,1576	0,0

Tabella III.

Valori di G letti sulle curve e fatta la correzione γ.

$i =$ 0,16		0,15	0,14	0,13	0,12	0,11	0,10
$d =$ cm. 0	340,9	328,7	314,7	298,9	279,3	255,7	231,0
1	278,3	268,7	257,4	243,2	226,4	207,4	184.9
2	224,5	216,3	207,1	196,2	182,3	165,2	146,2
3	178,2	171,7	163,9	154,4	143,3	130,6	115,9
4	139,8	134,6	128,4	121,2	112,4	102,1	89,8
5	109,4	104,8	99,7	93,7	86,5	78,5	69,4
6	84,0	80,6	76,7	71,8	66,2	59,8	52,7
7	65,4	62,6	59,5	56,1	52,0	47,1	41,5
8	50,6	48,6	46,1	43,0	39,5	35,4	30,8
9	39,7	38,3	36,6	34,4	32,0	28,7	25,0
10	31,5	30,3	28,8	26,7	24,2	21,6	18,8
11	24,3	23,4	22,4	21,1	19,5	17.4	15,3
12	19,6	18,9	18,0	16,8	15,5	13,8	12,0
13	14,8	14,4	13,7	13,0	12,0	10,9	9,5
14	12,3	11,8	11,1	10,3	9,5	8,6	7,5
15	9,6	9,2	8,8	—	—	—	—

$i =$ 0,09		0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02
$d =$ cm. 0	205,2	177,3	145,0	113,1	85,3	62,1	40,5	23,1
1	159,3	133,9	110,4	88,2	66,8	46,9	30,3	17,4
2	126,8	107,2	87,2	68,6	51,3	35,7	22,9	12,5
3	99,5	83,6	67,7	52,1	37,7	25,9	16,4	9,3
4	76,5	63,4	51,0	39,1	28,2	19,6	12,8	7,3
5	59,2	48,9	39,0	29,6	21,4	14,8	9,4	5,3
6	44,4	36,1	28,5	21,6	15,6	10,8	6,9	3,7
7	35,1	28,6	22,5	17,1	12,3	8,3	5,2	2,8
8	25,8	21,0	16,5	12,4	9,0	6,2	3,9	2,2
9	21,0	17,0	13,5	10,3	7,4	5,1	—	—
10	16,0	13,1	10,3	7,8	5,8	—	—	—
11	12,8	10,5	8,1	6,2	4,6	—	—	—
12	10,2	8,4	6,6	5,0	3,6	—	—	—
13	7,9	6,3	4,9	3,7	2,7	—	—	—
14	6,3	5,0	4,0	3,1	2,3	—	—	—

Rimane ora ad estrinsecare da codesta abbondante messe di osservazioni in 1° luogo la legge secondo cui varia il flusso da una sezione all'altra del fascio quando è costante la corrente eccitatrice ed in 2° luogo la legge del flusso in una data sezione quando invece la corrente eccitatrice assume diversi valori. Ma su questi argomenti riferirò in una prossima Nota.

Sento il dovere di rendere pubbliche e vive grazie al sig. E. Majolini, che mi ha assiduamente assistito in tutto questo lavoro.

SULL'EVAPORAZIONE DELL'ACQUA E DEL TERRENO UMIDO; MEMORIA DI ANGELO BATTELLI.

(Sunto dell'Autore).

Sono rare finora le esperienze intraprese per istudiare l'evaporazione del terreno umido e delle grandi superficie di acqua che fanno parte della superficie terrestre, e ad onta degli accurati lavori del Marcet [1]), del Cantoni [2]) e dell'Eser [3]), diretti a studiare l'evaporazione delle terre, e ad onta delle lunghe e diligenti osservazioni del Tacchini [4]), del Ragona [5]) e del Wild [6]) per studiare l'evaporazione delle superficie di acqua, si potrebbe ripetere anch'oggi ciò che scriveva Schmidt nel 1860 [7]), che non abbiamo ancora i dati per poter apprezzare la quantità d'acqua che passa nell'atmosfera in un dato luogo e in un dato tempo.

Credei quindi molto utile l'intraprendere nuove esperienze sull'argomento, non con lo scopo diretto di sciogliere questi complicatissimi problemi, perchè richiederebbero lunghi anni di

1) *Arch. de sc. phys. et natur. de Genève*, vol. 22, 1853, pag. 305.

2) *Suppl. alla Meteorol. Ital.*, anno 1887, pag. 29.

3) *Untersuchungen über den Einfluss der physikalischen und chemischen Eigenschaften des Bodens auf dessen Verdunstungvermögen*, Heidelberg, 1884.

4) *Bollett. Meteor. di Palermo;* in diverse parti dal 1865 al 1867.

5) *Suppl. alla Meteor. Ital.*, anno 1867, pag. 13; e *Atti della R. Acc. delle sc. di Modena*, 1868.

6) Osservazioni che si fanno tuttora a Pawlowsk con l'atmometro immaginato dal Wild (*Zeitschrift der Oest. Gesellsch. für Meteor.*, Bad XVII, 1882, pag. 367).

7) *Lehrbuch der Meteor.*, pag. 600.

osservazioni, mentre io non avevo a mia disposizione che pochi mesi; ma piuttosto per mettere alla prova qualche metodo che m'è venuto in pensiero di adoperare.

Mi proposi la ricerca dei rapporti che passano fra le quantità d'acqua che evaporano rispettivamente da uguali superficie o di un evaporimetro, o di acqua stagnante esposta al sole, o di acqua tenuta all'ombra, o di terreno bagnato.

Disposi i miei apparecchi in aperta campagna, nel comune di Riva presso Chieri.

Mi potei procurare tre amplissimi tini di legno, che indicherò con A e B: due uguali del diametro interno di metri 3,70 e dell'altezza di metri 2,10; il terzo, C, alquanto più piccolo, del diametro di metri 3,10 e dell'altezza di metri 1,60. Dopo essermi assicurato con più giorni di prova che i tini non perdevano acqua, collocai il tino A e il tino C in due fosse scavate nel suolo ai piedi di un muro e alla distanza di circa un metro da esso verso Nord, in modo che rimanessero sepolti sotterra fino all'orlo. Ebbi cura di far costruire il pavimento delle fosse con grosse travi, onde i tini non avessero in seguito a subire dei movimenti, e curai pure di riempire lo spazio attorno alle pareti esterne dei tini con terra ben premuta con pistoni. I due tini si trovavano fra di loro alla distanza di circa 4 metri.

Al termine del muro verso Est, e lontano da esso circa 10 metri nella direzione Nord-Est, feci collocare in una fossa l'ultimo tino, B, in maniera affatto simile a quella dei precedenti.

La distanza fra il tino A, che occupava il posto intermedio, e il tino B era di m. 14 circa.

I due tini A e C erano al riparo dal sole per l'intero corso della giornata.

Sul tino B cadevano invece continuamente i raggi del sole, dal suo levarsi fin circa le ore 6 e mezzo pom. nell'agosto, e fino alle 5 e mezzo pom. circa nel settembre; dopodichè incominciava l'ombra a toccare l'orlo del tino.

Nei tini A e B fu posta a evaporare l'acqua, e nel tino C il terreno bagnato.

Ecco il modo con cui fu misurata l'evaporazione in ciascun tino:

In A e B furono collocati rispettivamente due galleggianti,

costituiti da due cilindri di vetro, lunghi 10 centimetri e del diametro di 5 centimetri, con una zavorra di mercurio in fondo; ciascun cilindro portava superiormente uno stelo sottile di vetro lungo 6 centimetri, perpendicolare alla sezione del cilindro stesso e sormontato da un dischetto lucido di mezzo centimetro di diametro, disposto normalmente allo stelo. La zavorra fu regolata in modo che in ciascun tino il galleggiante s'immergesse fino alla metà circa dello stelo; e questo fu precedentemente lavato con soluzione di potassa per essere digrassato perfettamente. e poi venne ripulito con alcool. Presso all'orlo di ciascuno dei due tini fu fissato un pilastro di pietra, sul quale era fermata alla sua volta una lastra pure di pietra, che aveva un foro verso la sua estremità. La lastra, larga 12 centimetri, si stendeva sopra il tino fino a 50 centim. dall'orlo. Al disopra del foro era sostenuta da un treppiede una vite a passo micrometrico, che portava un disco graduato come negli sferometri, onde si poteva computare $^1/_{500}$ di millimetro nello spostamento della vite del tino A, e $^1/_{200}$ di millimetro nello spostamento di quella del tino B. Nel momento in che si voleva fare la determinazione si portava la punta della vite fino a toccare il dischetto del galleggiante, la quale operazione veniva facilitata dalla lucentezza del dischetto medesimo. Bisogna però ch'io noti, per verità, che non si otteneva mai l'esattezza di $^1/_{500}$ o di $^1/_{200}$ di millimetro, specialmente quando per qualche cagione la superficie liquida fosse stata mossa; e ciò per motivo delle piccole variazioni della capillarità, ad onta di tutti gli sforzi per rendere pulitissimi gli steli dei galleggianti. Però con diverse prove, fatte in giorni diversi, dando dei piccoli colpi sul piattello del galleggiante, in modo che affondasse un poco nell'acqua, e misurando l'altezza a cui ritornava, mi sono assicurato che la precisione ch'io poteva raggiungere era almeno di $^1/_{20}$ di millimetro.

È certo che avrebbero potuto avere qualche influenza sui risultati anche piccole quantità di sostanze estranee che si fossero disciolte o mescolate all'acqua dei tini; ma sembrami che ciò difficilissimamente, o per lo meno assai di rado, abbia potuto avvenire, essendo stato collocato l'apparecchio in aperta campagna e l'acqua avendo avuto contatto soltanto col legno, senza altri movimenti all'infuori di quelli che poteva produrre

il vento alla superficie. Non poteva infine avere influenza sensibile sulle determinazioni lo strato più o meno denso che man mano doveva formarsi sulla superficie dell' acqua per effetto del pulviscolo atmosferico e dai residui lasciati dall' evaporazione sulla superficie stessa; poichè nel computare l' abbassamento del livello dell' acqua, facevo generalmente la differenza fra le letture eseguite alla distanza di dodici ore al più.

Per misurare la quantità d' acqua evaporata nel terreno bagnato contenuto nel tino C, pensai di disporre le cose nella seguente maniera. A distanza di un metro dal fondo feci fissare nelle pareti interne del tino un forte reticolato, disposto orizzontalmente e formato con grossi fili di ferro zincato e feci cucire fortemente ai fili del reticolo una robustissima tela, la quale dividesse così il tino in due scompartimenti. Lo scompartimento inferiore fu riempito d' acqua, e quello superiore fu riempito di terra fino a due centimetri dall' orlo del tino. Poi sopra questa terra fu versata tant' acqua da riempire il tino, e per alcun tempo fu rimescolata con bastoni, e indi lasciata in riposo per tre giorni prima d' incominciare le esperienze, affinchè si sprigionassero di mezzo al terreno le bolle dell' aria che v' erano rimaste e che avrebbero potuto uscire in seguito per altri movimenti o del terreno o dell' acqua, e affinchè le diverse parti assumessero condizioni ben stabili. In seguito poi, durante l'epoca delle osservazioni, ogni settimana riscontravo se la superficie del terreno fosse ancora a due centimetri circa dall' orlo del tino; e se si era abbassata (come avveniva lentissimamente e per il rilassamento dei sostegni e per la parte di melma che usciva insieme all' acqua che si doveva togliere dal tino in ogni esperienza) vi aggiungevo un po' di terreno della stessa qualità, ben umettato e triturato. Il tino verso il fondo comunicava con un tubo, munito di rubinetto, il quale alla sua volta poteva essere messo in comunicazione con un' ampia bottiglia della capacità di circa 50 litri. Questa era chiusa da un tappo attraversato da due cannelli di cui l' uno, si innestava a piacimento al tubo, e l' altro, di piccolo diametro, aveva verso la metà un' intaccatura. Il tubo attraversava il terreno da cui era circondato il tino, e veniva a sbucare in una fossa distante da questo di circa tre

metri, ove era collocata la bottiglia al disotto del livello del reticolato.

All' orlo superiore del tino fissai una grossa asta verticale di ferro la quale, mediante un braccio orizzontale, sosteneva una terza asta verticale lunga 8 centimetri circa, che terminava in una punta d' avorio. Questa punta giungeva fino a un centimetro circa sopra il livello del terreno bagnato.

Così mi era possibile di far giungere l' acqua al disopra del terreno fino a toccare esattamente la punta, e poi di toglierla a mio piacimento aprendo la chiavetta del tubo.

Innanzi però d'incominciare le prime esperienze, credei utile, per precauzione, di coprire con l' acqua e di scoprire alternativamente il terreno, onde raggiungere delle condizioni perfettamente stabili.

Le determinazioni poi si fecero nel modo seguente:

Si versò dell' acqua sopra il terreno del tino con tutta precauzione, in modo che rimanesse limpida il più che fosse possibile e fino a che giunse a toccare la punta d' avorio. Poi si aprì la chiavetta del tubo e si empì d' acqua per due volte successive la boccia fino all' intaccatura, cosicchè si tolse dal tino circa 20 litri d' acqua, oltre quella che sormontava il livello del terreno, per modo che non rimase dell' acqua esposta all' aria, al disopra del terreno stesso. Indi si versò nel tino nuovamente dell'acqua fino a toccare la punta d' avorio: e a questo scopo si usarono bottiglie della capacità di circa 10 litri, il cui tappo portava un cannello con una intaccatura in modo da essere determinata esattamente l' acqua che in esse si conteneva: inoltre per raggiungere una buona precisione, dopo aver vuotato dieci di queste bottiglie, nel tino, si seguitò a versare l' acqua lentamente per mezzo di un cilindro diviso in centimetri cubici e munito all' orlo superiore di un becco sottile, fino a che la punta d'avorio giunse a toccare la sua immagine.

Così tutti i giorni, al mattino e alla sera, si ripeterono le stesse operazioni, di togliere, cioè, due grandi bottiglie d' acqua dal tino, e poi di aggiungervene della nuova fino a toccare la punta d' avorio, notando sempre la quantità d' acqua versata. Siccome la quantità che veniva estratta era sempre la stessa, si poteva per tal modo dedurre la quantità evaporata.

Non si può negare che il metodo fosse molto faticoso, ma era d'altra parte molto preciso: la maggior causa di errore si aveva nella difficoltà di trasportare esattamente il livello dell'acqua tangente alla punta; però giovandomi di una persona, la quale versava acqua lentamente mentre io guardavo l'immagine della punta che si accostava alla punta stessa, sono giunto a non commettere un errore che raggiungesse un *mezzo litro* nella quantità d'acqua versata; e quindi l'errore massimo che poteva risultare nel calcolo dell'abbassamento della superficie evaporante (considerata come una semplice superficie d'acqua) oltrepassava di poco $^1/_{20}$ di millimetro.

Non ho tenuto alcun conto, nè per i tini A e B nè per il tino C, delle variazioni prodotte nelle altezze dei livelli per effetto della dilatazione dell'acqua e del terreno al crescere della temperatura, nè degli allungamenti subìti per la medesima cagione dalle aste. Però la vite micrometrica del tino B fu difesa sempre dal sole mediante un coperchio di latta rivestito di fronde.

Infine, tanto sui tini A e C quanto sul tino B, giovandomi del muro e di pali da telegrafo, furono distesi all'altezza di circa 5 metri dei reticolati di filo di ferro a maglie molto larghe, in modo che sporgessero più di due metri tutt'all'intorno di ciascun tino. Così nei tempi in cui si aveva minaccia di pioggia potevo stendere sui reticolati delle tele incerate, e potevo quindi non solo difendere gli apparecchi da guasti che vi avrebbe arrecato la pioggia, ma fare anche in quei tempi le determinazioni.

L'acqua usata per tutte le esperienze veniva presa sempre da una medesima fonte, e veniva mantenuta in ciascun tino alla distanza di 2 cm. circa dall'orlo, il quale era a livello del suolo.

Il vaporimetro, che doveva essere osservato contemporaneamente, fu posto fra i due tini A e C ad egual distanza da entrambi. Fu usato un vaporimetro del campione consigliato da Piche, perchè è stato fatto da diversi sperimentatori il confronto di esso coi migliori vaporimetri, e d'altra parte è d'uso molto comodo, e potevo con facilità disporlo in qualunque posizione. Esso era costituito da un corto cilindro di vetro del diametro esterno di centimetri 4,6; la cui estremità superiore comunicava con un cannello, pure di vetro, del diametro di 3 millimetri,

chiuso in cima. Il cannello, che era disposto normalmente alla sezione del cilindro, era diviso in millimetri; ed avevo inoltre costruito una tavola che mi dava la capacità del cannello stesso fra le successive divisioni. La bocca inferiore del cilindro era smerigliata e vi si poteva adattare un disco di carta bibula di diametro esattamente uguale al diametro esterno del cilindro.

Per metterlo in azione riempivo d'acqua il cannello e quasi tutto il cilindro, e applicavo alla bocca il dischetto di carta bibula già preparato, usando però la precauzione di umettarlo preventivamente e di tenerlo poi aderente alla bocca stessa mentre capovolgevo il tubo. Disponevo infine l'apparecchio verticalmente, appendendolo per mezzo di una funicella ad un braccio di legno sostenuto da un'asta infissa nel suolo.

La poca aria lasciata entro il cilindro saliva allora in cima al cannello, e si leggeva quindi la divisione della scala che era tangente al menisco concavo formato dalla colonna di acqua nel cannello stesso: facendo similmente un'altra lettura dopo un determinato intervallo di tempo, si aveva la quantità d'acqua evaporata in quel medesimo intervallo. Siccome poi era necessario favorire l'accesso dell'aria nella sommità del cannello man mano che l'acqua ne discendeva, avevo praticato a tale scopo alcuni forellini presso il centro del disco di carta.

Per determinare lo stato igrometrico dell'aria fu adoperato uno psicrometro. Esso fu collocato entro una cassetta quadrata di latta, coperta superiormente ed aperta inferiormente. Le pareti laterali erano seminate di fori, e una di esse poteva esser tolta a piacimento. La cassetta fu collocata sopra 4 pali infissi nella terra fra i tini C e B, alla distanza di 6 metri circa da ciascuno di essi, in modo che i bulbi dei termometri fossero all'altezza di poco più di un metro dal suolo. Nel momento di fare l'osservazione si agitava l'aria nella cassetta mediante un ventaglio. Si ebbe cura inoltre di cambiare ogni 15 giorni la mussolina che avvolgeva uno dei termometri, e di lavare il bulbo con acqua acidulata.

Oltre al termometro asciutto dello psicrometro, che poteva servirmi a dare la temperatura dell'aria, collocai fra i due tini A e B, presso all'evaporimetro Piche, un terzo termometro. Esso fu situato entro una cassetta di latta, perfettamente simile a quella

in cui si trovava lo psicrometro, e poggiata essa pure su quattro pali all'altezza di poco più d'un metro dal suolo. Questo termometro, come pure quelli dello psicrometro, erano campionati. Non avevo a mia disposizione un buon barometro per fare le osservazioni della pressione atmosferica, perciò mi son servito di quelle fatte a Chieri, a 4 chilom. di distanza, e comunicatemi gentilmente dal signor Ottavio Zanotti-Bianco, segretario dell'Associazione Meteorologica Italiana.

Per misurare la velocità del vento non avevo a mia disposizione un anemometro come quelli che si hanno nei buoni Osservatorii meteorologici; tuttavia credo di essere riuscito a fare osservazioni abbastanza soddisfacenti anche a questo riguardo, mettendo a profitto quei pochi mezzi che potevo procurarmi con spesa non grave. In cima ad un tubo di ferro e perpendicolarmente ad esso adattai una croce rettangolare colle quattro braccia uguali e lunghe 30 centimetri, ciascuna delle quali portava all'estremità un emisfero di zinco del diametro di 6 centimetri. Non essendovi a poca distanza alcuna casa, feci costruire una piccola capanna con tavole e paglia, e al di sopra del tetto di questa disposi la croce orizzontalmente, per modo che il tubo di ferro passasse nella capanna.

Così il sistema era molto leggero e la resistenza che incontrava il tubo per girare era anche molto piccola, poichè esso al fondo terminava in una punta di acciaio, la quale posava in un incavo pure di acciaio e levigato, e nel punto in cui attraversava la copertura della capanna era cinto da un anello sottile di acciaio. Per diminuire l'attrito, l'incavo e l'anello erano mantenuti sempre ben unti d'olio. Presso all'estremità inferiore il tubo portava 6 denti, i quali ingranavano nei 12 denti di una rotella, del diametro di cm. 25, e questa ingranava in una seconda rotella del diametro di 43 cm.; i loro assi si muovevano dentro a incavi levigati di acciaio. La rotella grande portava sulla faccia superiore un'asticina, che terminava in una punta di lapis molto tenera, sporgente d'un centimetro appena fuori della rotella. Davanti alla rotella medesima, a portata della punta di lapis, scorreva dall'alto in basso una striscia di carta, che si svolgeva da un cilindro girevole intorno al proprio asse mediante un sistema d'orologeria con velocità, che si poteva cambiare a

piacimento. Ad ogni giro intero della ruota più grande la matita lasciava un segno sulla striscia di carta, e la velocità del movimento del cilindro era regolata in modo che i segni successivi sulla carta rimanessero ben distinti anche coi venti più forti. Ricavavo così il numero dei giri fatti dagli emisferi, i quali, moltiplicati per la periferia di ciascun giro e per 2,5 [1]), mi davano la velocità del vento.

La direzione del vento si aveva mediante una banderuola fissata sulla stessa copertura della capanna.

Le esperienze incominciarono regolarmente l'11 agosto 1887.

Nei primi quindici giorni si fecero le osservazioni alle 5 e mezzo del mattino, alle 2 pom. e alle 6 e mezzo della sera. In seguito, fino alla metà di settembre, le osservazioni del mattino furono fatte alle 6 e quelle della sera pure alle 6; indi, dalla metà alla fine di settembre, le osservazioni del mattino furono fatte alle 6 e mezzo e quelle della sera alle 5 e mezzo; e finalmente dalla fine di settembre al 12 di ottobre si fecero le osservazioni del mattino alle 7 e quelle della sera alle 5, continuando naturalmente tutti i giorni a fare le osservazioni delle 2 pom.

Il 15 agosto potei disporre attorno al tino A, a distanza di 4 metri da esso verso Ovest, un altro recipiente di legno, *a*, profondo 1^m,20 e del diametro di 50 cm., dopo essermi assicurato che non perdeva acqua. L'ho munito di strumenti e accessori uguali a quello del tino A in modo che fosse possibilmente nelle stesse condizioni, e da quel giorno in poi ho fatto anche per esso le medesime osservazioni che per gli altri recipienti.

Le letture sullo psicrometro e sul terzo termometro furono fatte ogni giorno anche alle 10 ant. onde ottenere valori più attendibili per le medie dell'umidità relativa e della temperatura dell'aria nel corso della giornata.

Non mi è dato riportare in un sunto i risultati delle osservazioni, quantunque essi abbiano specialmente importanza come

1) Secondo Robinson, inventore degli anemografi fondati su questo sistema, il fattore dovrebbe essere 3; ma, dalle osservazioni fatte negli ultimi tempi, Stokes ha dedotto che per dimensioni uguali all'incirca a quelle usate da me il fattore debba essere 2,5 (*Proc. of. Roy. Soc.*, vol. XXXII, pag. 170).

materiale da unirsi a quello di esperienze, che potranno esser fatte in avvenire. Chi desiderasse procurarseli, potrà ricorrere alla Memoria originale stampata negli Annali dell'Ufficio Centrale di Meteorologia, parte I, vol. IX. Qui mi limiterò a riferire le seguenti conclusioni che da essi con sicurezza si possono dedurre:

1° La quantità d'acqua che si evapora dal terreno umido è generalmente maggiore di quella che si evapora da una libera superficie stagnante, quando la temperatura dell'aria è crescente; ed è minore quando la temperatura dell'aria è decrescente.

2° Coll'aumentare della velocità del vento l'evaporazione aumenta in maggiori proporzioni in una libera superficie d'acqua che nel terreno umido.

3° Quanto maggiore è lo stato igrometrico, a parità di altre circostanze, e tanto più grande pare che sia il rapporto fra la quantità d'acqua evaporata dal terreno umido e quella evaporata da una libera superficie stagnante.

4° L'evaporazione in una superficie d'acqua esposta ai raggi solari è maggiore che in una superficie situata all'ombra non soltanto nel giorno, ma anche nella notte susseguente.

5° Aumentando la temperatura dell'aria, aumenta alquanto rapidamente il rapporto fra le quantità d'acqua evaporata da queste due superficie.

6° Al crescere della velocità del vento diminuisce tale rapporto.

Oso da ultimo affermare che, sebbene queste esperienze non hanno condotto, come nol potevano, a una soluzione completa dei problemi propostimi, valgono però a dimostrare che ripetendo tali osservazioni con gli stessi metodi per molti anni e anche su una scala più vasta, si potrà giungere a scoprire le leggi di questi complicati ed importantissimi fenomeni.

RIVISTA

Comptes Rendus — 1890.

Fine del 1.° semestre.

17. — MM. J. MACÈ DE LEPINAY e CH. FABRY. *Teoria generale della visibilità delle frange d'interferenza.* — Gli Autori partono dal seguente principio già da loro applicato alle frangie delle lamine sottili (*Comptes Rendus*, t. CIX) ed agli specchi di Fresnel (*Id.*, t. CX e vedi *Journal de Phy.* mars. 1890). Uno degli Autori ha già esposta una teoria della quale la presente è una generalizzazione (*Comptes rendus*, t. CIX). *Principio.* Supponiamo che si osservino le frange con un microscopio a potersi spostare in modo che il suo asse ottico rimanga fisso nello spazio. Sia M il punto dell'asse la di cui immagine data dall'obbiettivo coincida con l'incrociamento dei fili del reticolo. Si dimostra che ad ogni punto S della sorgente corrispondono solo due raggi incrociantesi in M, dopo aver percorso nell'apparecchio interferenziale vie otticamente vicine. Onde le frange si mostrino nette vicino all'incrociamento dei fili, conviene che tutte le coppie di raggi che si incrociano in M, e provengono dai diversi punti della sorgente, abbiano la stessa differenza di cammino nel loro punto di incrociamento. L'applicazione di questo principio è semplificata dal teorema seguente. Dati un punto S della sorgente ed un punto M dello spazio, ai quali corrisponde una certa differenza di cammino, esistono due rette, coniugate, SS_1, MM_1, sulle quali si possono spostare S ed M senza alterare quella differenza. Si osserva inoltre che qualunque apparecchio interferenziale noto, è tale che un'onda partita da un punto luminoso si sdoppia incontrandolo, producendo due onde le quali, considerate alla fine di uno stesso tempo, poco differiscono di forma e di posizione.

Le curve intersezioni di due onde partite da S e passanti per M, pel piano delle loro normali, si tagliano secondo un angolo piccolissimo, e la differenza di cammino in M è piccola relativamente ai raggi di curvatura, che sono poco differenti. Le intersezioni di queste onde con quel medesimo piano alla fine di un tempo finito, hanno il loro punto di incontro M_1 sulla bissettrice dell'angolo delle normali in M. La differenza di cammino essendo la stessa in M ed M_1, si vede che S restando fisso, si può spostare M sulla bissettrice MM_1 senza alterare quella differenza. Secondo il principio del ritorno inverso dei raggi, il punto M restando fisso, si può senza alterare quella differenza, spostare S sulla bissettrice SS_1 dei raggi che da S vanno ad L. Così gli

Autori nello stesso tempo stabiliscono che le coppie di raggi partiti da S ed incrociantesi in un punto qualunque di MM_1 hanno sempre nel loro incrociamento quella stessa retta per bisettrice; e che queste coppie di raggi hanno nel loro punto S_1 di partenza sempre SS_1 per bisettrice. Si può dunque spostare contemporaneamente S sopra SS_1 ed M sopra MM_1, senza cangiare la differenza di cammino.

Conseguenza. — La differenza di cammino di due movimenti vibratori partiti da uno stesso punto S della sorgente, nel loro punto M di incrociamento, è definita se si dà la posizione della corrispondente retta MM_1; ed è funzione solo di quattro variabili che definiscono una retta nello spazio.

Equazione di condizione. — Siano tre assi coordinati, l'asse delle z coincida con l'asse ottico del microscopio, qualunque essendo l'origine. Siano $x = az + p$, $y = bz + q$, le equazioni di una retta *vicina all' asse ottico*, passante per M, e δ la differenza di cammino corrispondente. Siccome a, b, p, q sono piccolissimi, si può fare $\delta = \delta_0 + Aa + Bb + Pp + Qq$, δ_0, A, B, P, Q essendo costanti di evidente significato. Le rette considerate passando per M, alla distanza D dalla origine, si ha $0 = aD + p = bD + q$, e $\delta = \delta_0 + (P - A : D)\, p + (Q - B : D)\, q$.

La condizione che le frange sian nette ($\delta = \delta_0$) prende la forma $(P - A : D)\, p + (Q - B : D)\, q = 0$. Ne segue che se la sorgente luminosa è estesa in tutti i sensi, in generale è impossibile ottenere frange nette, perchè bisognerebbe che un valore di D annullasse contemporaneamente i coefficienti di p e di q. In secondo luogo, è in generale necessario, per ottenere frange nette, che le direzioni utili MM_1 sian tutte contenute in uno stesso piano, cosa che si ottiene, interponendo una fenditura, davanti o dietro l'apparecchio interferenziale. La equazione di condizione può scriversi

$$\frac{q}{p} = -\frac{A - PD}{B - QD} = \tang \phi ,$$

che mostra che le MM_1 devon tutte esser contenute in uno stesso piano, che fa col piano xOz l'angolo ϕ. Se è dato il punto osservato, si potran sempre far apparire le frange orientando convenientemente la fenditura; e se è data questa orientazione sarà sempre possibile veder le frange spostando convenientemente il microscopio.

M. EDOARDO BRANLY. *Correnti fotoelettriche fra i due dischi del condensatore.* — Stoletow ripetè la esperienza nota dell' Halwachs illuminando con l'arco voltaico la lastra negativa di un condensatore ad aria, ottenendo fra le due lastre una corrente

sensibile ad un galvanometro. Con questo modo di esperimentare l' A. riconobbe che la perdita di elettricità sulla lastra positiva, può essere paragonabile alla perdita negativa. Lo scopo delle esperienze dell' A. fa precisare alcune delle condizioni per le quali si ottengono le due correnti di perdita. Esperimentò con dischi di rame di 68 millim. in diametro, l' uno dei quali forato oppure sostituito dalla nota rete metallica, e a distanze da uno a sei decimi di millimetro. Adoprò un rocchetto di Ruhmkorff. L' intervallo fra i due dischi èra attraversato da una corrente, qualunque fosse il segno della elettricità del disco illuminato. Con un numero di elementi di pila variante da 1 a 50, la corrente è maggiore se il disco illuminato è negativo, e diminuendo quel numero, la intensità diminuisce più rapidamente per la corrente negativa o corrente del disco illuminato negativo, e le due correnti tendono a diventar uguali. L' A. narra molte altre particolarità, ed osserva che la diminuzione speciale della corrente positiva in virtù dell' aumento dello strato d' aria, attraversato, o per la interposizione di una lamina di quarzo, conduce ad ammettere che le radiazioni efficaci sulla perdita positiva, siano assorbite dall' aria o dal quarzo, in maggior proporzione maggiore che per le radiazioni efficaci sulla perdita negativa, e devono essere più refrangibili. Ci limitiamo a questi cenni, perchè i dettagli interessanti di questa Nota non sono suscettibili di un sunto.

18. — M. W. Fonvielle. *Sui campi di rotazione magnetica.* — Sono esperienze fatte con un elettro-magnete alternativo, disposto per ripetere le esperienze di Elihu Thompson. Dischi di rame e di ferro sono soggetti all' azione di uno stesso rocchetto, i primi orrizzontalmente ed i secondi verticalmente; e gli uni e gl' altri ruotano perchè il campo magnetico nel quale sono posti non è simmetrico. L' A. conclude che tali fenomeni si possono spiegare col solo aiuto delle note leggi dell' induzione e del magnetismo.

M. Lucien Poincarè. *Sulla polarizzazione degli elettrodi.* — L' A. ha studiato le influenze della temperatura e della natura degl' elettrodi su quella polarizzazione. I resultati delle sue esperienze furono molto regolari servendosi di fili di argento fini e corti. La f. e. m. di polarizzazione fu p. es. nell' azotato di sodio puro e fuso di 0,33 volt a 333°, poi decrebbe a 0,1 volt a 410°, tendendo a zero all' approssimarsi della temperatura di decomposizione del sale (470°). Servendosi di altri elettrodi i resultati non sono più regolari, e il valore della polarizzazione si vede dipendere dalla natura degl' elettrodi. L' A. però può concludere che la polarizzazione è nulla alla temperatura di decomposizione dell' elettrolite.

19. — MM. J. Macè De Lepinay e Ch. Fabry. *Sopra alcuni casi di visibilità delle frangie di interferenza.* — Gli Autori cominciano col rammentar la loro Nota del n. 17 qui sopra, e dopo alcune considerazioni in seguito a quel che esposero nella prima Nota, passano a dar qualche cenno sulle loro verificazioni esperimentali.

M. C. Decharme. *Sulla magnetizzazione trasversale ondulatoria.* — L' A. rammenta che in una Nota dei *Comptes Rendus* del 14 novembre 1887, M. Paolo Janet ha mostrato che un cilindro d' acciaio temprato, percorso longitudinalmente da una forte corrente si magnetizza trasversalmente. I cilindri del Janet, come quelli dell' A. erano fessi longitudinalmente, o formati da due mezzi cilindri uguali, uniti con le loro faccie piane levigate, e serrati con fili non magnetici. Dopo aver fatto passare la corrente di 8 a 10 Ampère nei suoi cilindri di 20 a 30 cent. di lunghezza, e da uno ad un centimetro e mezzo di diametro, l'A. produsse i loro respettivi spettri magnetici, che gli misero in evidenza le *ondulazioni*, che si mostrarono in que' spettri sotto forme analoghe a quelle che rappresentano una corda vibrante. Si assicurò che il fenomeno non dipendeva da eterogeneità dell' acciaio. All' A. parve che tutto ciò dimostrasse che una corrente continua, in quei cilindri diventasse *ondulatoria*, per causa delle resistenze che gli sono opposte dalle azioni molecolari del mezzo magnetico.

M. A. Witz. *Esplorazione dei campi magnetici per mezzo di tubi a gas rarefatto.* — L' elettromagnete dell' A. creava dei campi di 100 a 14000 unità, determinando l' intensità con la ruotazione del piano di polarizzazione nel solfuro di carbonio. Fra i suoi poli si ponevano dei tubi di Geissler, od un tubo cilindrico di due centimetri in diametro, con elettrodi mobili, nel quale si poteva variare la distanza esplosiva e la pressione del gas, ed era eccitato da un rocchetto Ruhmkorff. Si poneva nel medesimo circuito indotto un galvanometro. Per valutare la differenza di potenziale fra gli elettrodi del tubo, si poneva in derivazione alle sue estremità un micrometro a scintilla. Quando queste scoccavano in modo continuo nel tubo e nel micrometro si ammetteva che le differenze di potenziale erano uguali, e dalla distanza esplosiva nell' aria, fra sferette di noto diametro, si passava ai volt. È il metodo Faraday delle *scintille equivalenti.* Misurando ad un tempo, la intensità del campo, quella della corrente, quella differenza di potenziali agli elettrodi, si vidde che quest' ultima cresceva con la intensità del campo; ma che per un dato campo ed un dato tubo, quella differenza era indipendente dalla intensità della scarica. Qui l' A. presenta un quadro numerico, e conclude che la influenza del campo crea realmente una resistenza

al passaggio della elettricità. Questo fenomeno avviene in grado diverso per i diversi gas. Qualunque sia la posizione del tubo nel campo, la corrente si sposta conformemente alle leggi dell' elettromagnetismo. L' A. ha inoltre osservato che quando si porta il tubo nel campo, i suoi poli cangiano d' aspetto con la intensità del campo nel punto occupato. P. es. all' anode la corrente si stacca dal filo di alluminio per mezzo di un piano luminoso che non si estende che da un sol lato dell' elettrode. Ci limitiamo a questo esempio.

20. 21. — M. F. Beaulard. *Sulla doppia refrazione elittica del quarzo.* — L' A. rammenta una sua Nota, *Comptes rendus* del luglio 1889, della quale la presente può considerarsi un seguito, ma che non è suscettibile di un sunto.

M. C. Decharme. *Esperienze di magnetizzazione* — Contatto separato unipolare. - Magnete a tre poli. — Se nel modo di magnetizzare una sbarra, detto del *contatto separato*, si mettono di fronte i poli eccitatori dello stesso nome, e poi si procede come all' ordinario, si ha p. es. un polo sud in ogni estremo, ed un polo nord nel mezzo, e la regione nord ha una estensione quasi il doppio delle due sud riunite. Se, inversamente, si va coi poli eccitatori p. es. nord, dagl'estremi al mezzo, si ha nord agl'estremi e sud nel mezzo. È dunque l' azion *finale* che determina la natura dei poli. L' A. varia in altri modi questo stesso metodo di magnetizzare.

22. — M. E. Cesarò. *Sulla curva che rappresenta i fenomeni di diffrazione.* — È la curva impiegata dal Cornu nel suo ingegnoso metodo per la discussione dei problemi di diffrazione (*Journ. de Phy.* 1874) e che si chiama *clothoide.* L' A. comincia e menziona la seguente proprietà di quella curva. « Il baricentro di un arco qualunque è un centro di similitudine dei circoli osculatori alle estremità dell' arco ». Ma poi analiticamente l' A. passa a dimostrare che certe trasformazioni, fatte dal Poincaré nel suo *Corso sulla teoria matematica della luce*, possono ottenersi con altre considerazioni, che forniscono un metodo generale per ogni questione dello stesso genere.

M. Ch. Antoine. *Sulla equazione caratteristica dell' azoto.* — Nell' aprile ultimo il Sarrau presentò all' Accademia la equazione

$$p = \frac{RT}{v - \alpha} - \frac{K\varepsilon^{-T}}{(v + \beta)^2}$$

R, α, β, K, ε son le costanti specifiche delle quali il Sarrau calcolò il valore per l' azoto, secondo le esperienze di Regnault e di Amagat. Ora l' A. mostra che la formula $pv = D(\beta + t)$, da lui già proposta per i gas e per i vapori, non solo è più semplice di

quella del Sarrau, e quindi più comoda a trattarsi, ma fornisce valori sufficientemente d'accordo con le esperienze.

M. GOUY. *Sopra l' elettrometro balistico.* — L' elettrometro a quadranti serve da apparecchio balistico, sopprimendo lo smorzatore liquido e sospendendo l' ago ad un filo metallico. L' ago essendo in riposo, se agisce la coppia C di breve durata, la deviazione massima è $\int C dt$. Se V è la variazione del potenziale in un dato punto, si può misurare $\int V\, dt$ e $\int V^2\, dt$, stabilendo le stesse relazioni come nelle misure statiche ordinarie. Sia l' ago al potenziale V_0, un dei quadranti alla terra e l' altro in comunicazione col punto considerato, ove il potenziale è nullo, salvo un tempo brevissimo. Sia α_1 la deviazione dell' ago, ed α_2 la stessa deviazione in una seconda uguale esperienza, ma invertendo i quadranti, si avrà, K essendo una costante,

$$\int V dt = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2KV_0} \tag{1}$$

Se il punto considerato è unito alla terra da una resistenza R e se vi si fa passare una quantità Q di elettricità in un tempo brevissimo, si ha, qualunque sia il coefficiente di self-induzione della resistenza R,

$$\int V\, dt = RQ\,. \tag{2}$$

Se la resistenza R è la sede di una forza elettromotrice E di breve durata, se p. es. è un rocchetto d' induzione, si ha

$$\int V\, dt = \int E\, dt\,, \tag{3}$$

e il valore di R non vi entra più. Se R non ha self-induzione

$$\int V^2\, dt = R\, W\,, \tag{4}$$

essendo W la energia elettrica dissipata da R.

L' A. con un elettrometro Mascart trovò esperimentalmente verificata la (2), fino a che il prodotto della capacità del condensatore impiegato, per la resistenza R, non sorpassava un quinto. Questo metodo permette di misurare grandi resistenze, se si ha un condensatore di nota carica, ed ha molti vantaggi. Secondo la (4), l' apparecchio può funzionare come un elettrodinamometro balistico.

23. — MM. HURION e MERMERET. *Propagazione della luce in una lamina d'oro.* — Gli Autori hanno studiato esperimentalmente il fatto seguente. Se si illumina con luce omogenea il refrattometro differenziale del Jamin, e si interpone una lamina d'oro sopra uno dei fasci interferenti, si osserva, come l'avvertì il Quincke, un leggero spostamento delle frange, dimostrando che il raggio che non ha attraversata la lamina è in ritardo relativamente all'altro. Il compensatore misura la frazione di lunghezza d'onda che corrisponde al ritardo; frazione variabile da un colore all'altro come trovarono gli Autori. La differenza di cammino diminuisce rapidamente con la lunghezza d'onda, e può rappresentarsi con una formula analoga a quella per la dispersione. La grande variazione della differenza di cammino con la lunghezza d'onda dà luogo al fatto seguente. Se si illumina con luce bianca l'apparecchio regolato convenientemente, si vede nel campo una frangia centrale; se si trasporta la foglia d'oro da uno dei fasci sull'altro, quella frangia subisce uno spostamento in senso opposto a quello che si osserva con luce omogenea e molto maggiore di questo. Gli Autori passano a spiegare questo fatto, facendo da principio osservare che la frangia centrale è una frangia acromatica. Se queste esperienze si fanno tenendo la foglia d'oro nell'acqua, si ottengono spostamenti maggiori; e si può dedurne la grossezza della lamina, noto essendo l'indice di refrazione dell'acqua..

24. — M. GOUY. *Sopra una nuova proprietà delle onde luminose.* — L'A. comincia coll'osservare che « il principio di Huyghens rende conto della propagazione di una serie di onde di uno stesso periodo, considerando come centri di vibrazione tutti i punti di una superficie d'onda S fissa, alla condizione che questi centri abbiano un avanzo di un quarto di vibrazione sul moto esistente sulla superficie S ». Questo ragionamento conduce ad una rimarchevole conseguenza. Sia un fascio convergente e consideriamo la superficie S avanti il fuoco. I movimenti inviati dai punti di S formeranno tutte le onde successive. Fino a che queste onde sono convergenti, si propagano nel modo noto; ma se si considera un'onda che ha oltrepassato il fuoco e che è diventata divergente, un semplice calcolo come dice l'A. « dimostra che la vibrazione sopra quest'onda è in avanzo di un mezzo periodo sopra ciò che dovrebbe essere secondo la posizione occupata dall'onda e la velocità della luce ». Così le onde attraversando il fuoco, prendono un avanzo di una mezza ondulazione, come se la propagazione in vicinanza del fuoco si facesse con una maggior velocità. Questa ed altre simili conseguenze farebbero dubi-

tare del principio di Huyghens, se non fossero verificate sperimentalmente.

Ma risulta da ciò che precede, che nei fenomeni di interferenza « allorquando i raggi hanno attraversato un fuoco reale, bisogna sottrarre una mezza lunghezza d'onda dal cammino che hanno percorso » la qual cosa cangia il segno della vibrazione. Ora l'A. ha verificata tal legge con esperienze eseguite per mezzo dei due specchi di Fresnel; ossia verificò che « il passaggio dei raggi per un fuoco reale produce lo stesso effetto di un cangiamento di segno delle vibrazioni ».

Le onde sonore ed, in generale, i fenomeni periodici ai quali è applicabile il principio di Huyghens devono comportarsi ugualmente, e si potrà ricercare, partendo dalle equazioni differenziali, in che modo avviene tale avanzo di fase nei fuochi reali.

M. CH. ANTOINE. *Equazione caratteristica dell'idrogeno.* — Secondo l'A. questa equazione ha la forma $pv = D(273 + t)$, e l'A. mostra che essa è concorde ai resultati sperimentali.

25. — M. G. TROUVÈ. *Sopra un dinamometro a lettura diretta.* — È un dinamometro universale a lettura diretta del lavoro, senza bisogno di operazioni matematiche. Il lavoro è il prodotto di una coppia per una velocità, o, più esattamente, pel cammino percorso dalla coppia. Questo grande apparecchio si compone di due parti distinte, l'una delle quali misura la coppia e l'altra la velocità, ed in molti casi ove la coppia e la velocità sono funzioni l'una dell'altra, esso indica direttamente il lavoro. Per mezzo di tre grandi figure, e di note con sufficienti indicazioni è descritto questo dinamometro completamente.

26. — E. BOUTY. *Sul residuo dei condensatori.* — Per studiare il residuo dei condensatori in mica, l'A. impiegò due semplici processi.

1.° Dopo avere per lungo tempo caricato il condensatore (teoricamente infinito) lo si chiude durante un tempo θ noto a corto circuito, e poi si misura la carica resa libera fra θ e $\theta + t$. Questo metodo, il più diretto, se non il più preciso, non esige commentarii speciali.

2° Si carica il condensatore come col 1° metodo, e poi in modo conveniente si determina la sua carica che riceve fra θ e $\theta + t$. Se, come l'A. lo dimostrò (*comptes rendus* t. CX. p. 846) il dielettrico del condensatore non dà passaggio ad alcuna corrente, tutta la elettricità ricevuta, dopo la carica istantanea, contribuisce alla formazione del residuo, ed i due metodi devono condurre, pel residuo totale, a dei valori identici. Il secondo metodo richiede l'uso di un condensatore ausiliario B il quale, chiuso in se stesso durante il tempo θ, è in seguito durante il tempo t in cascata sul

condensatore A studiato, nel circuito della pila costante di f. e. m. E. Il condensatore B si carica ad una differenza y sempre così piccola per potere far astrazione del corrispondente residuo formato in B. Prendiamo per unità la capacità di B; e siano, C la capacità di A, considerata come funzione del tempo, ed X la differenza di potenziale delle sue armature. Si deve avere ad ogni istante,

$$(1)\ X + y = E\,, \quad (2)\ d(CX) = dy\,, \quad \text{onde } dC\,.\,(E - y) = (C+1)\,dy$$

ossia sensibilmente

$$(3) \qquad E\,.\,dC = (C + 1)\,dy.$$

Basta dunque misurare la carica dy acquistata da B in un tempo cortissimo, per avere l'aumento dC della capacità di A e l'aumento normale EdC della carica residua nello stesso intervallo.

Le durate θ e t variarono da 0,001 a 4000 secondi. Al disopra di cinque secondi, le interruzioni e commutazioni necessarie erano fatte a mano. Per piccole durate, si fece uso di un pendolo a torsione il quale le realizzava in modo automatico, per contatti a mercurio. Le piccole cariche si ottenevano scaricando, sia il condensatore stesso A (1° metodo) sia il condensatore B (2° metodo) sopra un elettrometro capillare, prealabilmente calibrato a questo scopo, e del quale si notava la deviazione proporzionale alla carica. La sensibilità delle misure è costante in tutto l'intervallo delle esperienze. Riassumiamo i resultati ottenuti.

1.° La carica, assorbita fra θ e $\theta + t$ da un condensatore che si è lungamente riposato (2° metodo) è *identica* al residuo reso libero fra θ e $\theta + t$ sullo stesso condensatore caricato durante un lungo tempo (1° metodo). 2.° Questa carica assorbita o residuale è vigorosamente proporzionale alla forza elettromotrice della pila di carica (verificata fra 0^{lll}, 05 e 20^{dll}). 3.° Le cariche residuali in uno stesso condensatore non sono proporzionali alle capacità. Per le suddivisioni 0,1 ; 0,2 ; 0,2 ; 0,5 , del microfarad Carpentier, scelto come tipo (n° 2935 — 10) esse sono respettivamente proporzionali a 0,104 ; a 0,220 ; 0,301 , e 0,375. Ne segue che le suddivisioni di un condensatore non possono essere considerate come rigorosamente proporzionali ai loro valori nominali che per una sola durata di carica o di scarica. 4.° Il residuo totale di un condensatore è rigorosamente uguale alla somma dei residui delle sue suddivisioni. 5.° Il residuo fra θ e $\theta + t$ del condensatore Carpentier, per tutti i valori delle variabili a par-

tire da 0,001 secondi, è rappresentato da una stessa formula empirica

$$R_{0}^{\theta+t} = A\left[(t+\theta)^{c} - \theta^{c}\right]. \quad (4)$$

Risulta che il residuo totale fra 0 e t, inaccessibile ad ogni misura diretta, ha il valore

$$R_t = At^c. \quad (5)$$

Per tutte le suddivisioui del microfarad Carpentier, varia solo il coefficiente A e l' esponente c ha il valore comune $c = 0{,}09$.
6.° Il residuo totale R_t non è mai che una frazione assai piccola della carica. Prendendo per unità la carica totale posseduta, alla fine di un secondo (il microfarad Carpentier considerato nel suo insieme) il residuo R_t ha i valori seguenti.

t	R_t	t	R_t
$t = 0^s{,}001$	$R_t = 0{,}0180$	$t = 1$	$R_t = 0{,}0336$
0,01	0,0222	10.	0,0412
0,1	0,0273	100	0,0507
		1000 . . .	0,0624

Si vede da questi numeri che la carica principale del microfarad è interamente formata in meno di 0,001 secondi, e che è qui i 0,966 della carica totale valutata alla fine di un secondo. Questi resultati non sono esatti che « alla condizione espressa di impiegare come pila di carica degli elementi costanti di resistenza interna trascurabile ». Se si introduce nel circuito una resistenza metallica di alcune migliaia di Ohm, per le durate di 0,1, a 0,01 di secondo, e di alcune diecine di Ohm soltanto per le più piccole durate, oppure se si fa uso per quèste piccole durate di elementi di grande resistenza (tipi Gouy o Latimer Clark) i resultati perdono ogni precisa significazione fisica. L' A. si riserva di continuare il suo lavoro nelle sue conseguenze, per la determinazione delle costanti dielettriche e dal punto di vista pratico. Esso da ciò che precede, stima evidente che coi condensatori in mica si può ottenere una precisione molto superiore a quella che si stima comunemente a questo genere di apparecchi « alla condizione di sottoporli ad uno studio metodico e di seguire pel loro uso delle regole fisse ». X.

H. Dufour. *Rotazione di una massa conduttrice in un campo magnetico.* (*Arch. de Genève* XXIV, 1890). — È noto che in quella rotazione si producono delle correnti indotte la cui azione elettrodinamica si oppone alla continuazione del moto. Si mostra ordinariamente questo fatto impiegando un cubo di rame sospeso a un filo verticale torto; il cubo ruota rapidamente finchè l' elettromagnete fra i cui poli è posto è inattivo; ma si ferma quando si eccita l' elettromagnete, e questa cessazione del moto si ritiene dovuta alla reazione delle correnti indotte nel cubo. L' A. fa osservare che quelle correnti esistendo solamente durante il moto della massa di rame, non posson produrre che un rallentamento del moto e non la sua cessazione: il cubo dovrebbe continuare a rotare nel campo magnetico con una velocità tale che le correnti indotte avessero un valore sufficiente per opporsi all' accelerazione del moto. Deve dunque esistere un' altra forza, che in certe posizioni del cubo faccia equilibrio alla coppia di torsione; e questa forza è dovuta all' azione diamagnetica dell' elettromagnete sul cubo, azione che presenta un massimo per certe posizioni del cubo stesso. In appoggio a questo modo di vedere l' A. dice che, conforme alla teoria, il moto non cessa, ma soltanto si rallenta, nel caso di un cilindro di rame che rota attorno a un asse parallelo alle generatrici; e la teoria stessa fa prevedere che il moto di una lastra di rame in un campo magnetico deve essere irregolare, ma periodico; e l' esperienza conferma pienamente questa previsione.

M. F. Leconte. *Nuovo apparecchio per mostrare le variazioni della tensione superficiale dei liquidi.* (*Ivi*) — Con un telaio quadrato di filo di ferro, che ha 10 cm. di lato, si forma un reticolato di fili di ferro più fini, in modo da formare delle maglie di 1 cm^2. Per mezzo di quattro fili opportunamente piegati, che partono dai suoi vertici, questo reticolato è fissato a un tappo di sughero di 65 mm. di diametro e di 25 mm. di spessore. Il tappo è traversato nel mezzo da un' asta rigida che sostiene un panierino destinato a ricevere della zavorra. Si pone l' apparecchio in un recipiente pieno d' acqua, e si carica il panierino in modo che il tappo emerga di alcuni millimetri. Se, dopo ciò, si spinge il reticolato a toccar l' acqua, e si lascia a sè, malgrado l' eccesso di spinta il reticolato è ritenuto a contatto con l' acqua dalla tensione superficiale, perchè si formano dei menischi concavi sul contorno di tutte le maglie.

Dopo pochi tentativi si giunge a zavorrare l' apparecchio in modo che la resultante verticale delle azioni dovute alla tensione

superficiale, aumentata del peso del sistema, sorpassi di pochissimo la spinta del liquido. Se allora si diminuisce la tensione superficiale lasciando cadere sull'acqua della polvere di sapone o delle goccie d'etere, l'apparecchio abbandona la superficie e si alza bruscamente. Se è ben regolato, cioè se la forza che lo ritiene a contatto col liquido è piccolissima, basta stappare al di sopra del reticolato una bottiglia d'etere, per provocarne il moto.

L'apparecchio ora descritto è di Van der Mensbrugghe. L'A. ne ha costruito uno analogo, che è più facile a regolarsi, sostituendo al moto verticale un moto di rotazione.

E. Lecher. *Sulla misura delle costanti dielettriche colle vibrazioni di* Hertz. (*Wien. Anz.* 1890, pag. 116), — Col metodo usato nelle sue precedenti ricerche (cfr. *N. Cim.* 28, pag. 84) l'A. ha trovato che, contrariamente a quanto trovò J. J. Thomson (cfr. *N. Cim.* 28, pag. 83) le costanti dielettriche dedotte dalla capacità non diminuiscono, ma invece crescono al diminuire della durata della carica. Per durate della carica di 0,5, 0,0,5, 0,0,3 secondi, egli trovò per la costante dielettrica della gomma indurita i valori 2,64, 2,81 e 3,01, e per il cristallo da specchi i valori 4,67, 5,34 e 7,31. La causa di questo aumento deve consistere in un maggiore smorzamento dell'oscillazione per le vibrazioni molto rapide.

J. Stefan. *Sulla teoria della scarica oscillatoria.* (*Ivi*, p. 141). — La teoria della scarica oscillatoria di una bottiglia di Leida è stata data da W. Thomson e da Kirchhoff. Da essa, per l'intensità della corrente di scarica si ha un'equazione che coincide con quella che vale pel moto di un pendolo in un mezzo resistente. In quella teoria fu supposto che la corrente di scarica si effettuasse per l'intera sezione del conduttore, con densità uniforme; ma questa ipotesi è molto lontana dal vero per correnti rapidissime, perchè ormai è noto che in tali casi il movimento dell'elettricità nei fili metallici si limita ad uno strato sottilissimo della parte esterna del conduttore.

La teoria si può tuttavia svolgere anche tenendo conto di questa disuguale distribuzione della corrente. Il resultato più importante di essa è che una scarica oscillatoria è sempre composta di due movimenti, dei quali uno si spenge sempre assai prima dell'altro, ed è quest'ultimo che, col crescere del tempo, assume il carattere di un moto pendolare. Le ampiezze di esso decrescono tuttavia più rapidamente secondo la nuova che secondo l'antica teoria.

Finchè l'influenza della resistenza sulla durata di oscillazione di questo movimento è piccola, la nuova teoria dà per essa una formula analoga a quella della antica, colla sola differenza che

invece del coefficiente di induzione del filo su se stesso vi comparisce il coefficiente d'induzione su uno dei fili elementari della superficie; e in conseguenza di ciò la durata di oscillazione è indipendente dalle proprietà magnetiche del filo di scarica, cioè è uguale per un filo di rame come per un filo di ferro, mentre secondo l'antica teoria pel ferro doveva esser 4 volte maggiore.

L'introduzione di una scintilla nel conduttore di scarica dovrebbe portare nella durata del moto pendolare una differenza ancor più grande, di quella indicata dalla teoria. Una tal differenza fa sì che l'arco di scarica, o un conduttore che gli sia unito, induce in un altro dei moti elettrici anche quando la durata delle oscillazioni che son particolari di quest'ultimo è affatto diversa da quella della scarica eccitante, cioè anche quando sia esclusa una vera e propria risonanza. Questo movimento è anche rinforzato se l'azione inducente è ripetuta in un momento favorevole alle vibrazioni proprie del circuito indotto, come può accadere per es. per una riflessione all'estremità del filo inducente. A ciò si posson ricondurre le osservazioni fatte da Sarasin e De la Rive.

Nella scarica oscillatoria, più che in ogni altro fenomeno elettrico, si manifesta la proprietà dell'inerzia, e l'A. termina confrontando questa scarica colle oscillazioni di un liquido in due tubi comunicanti, e con alcune considerazioni sull'energia elettrostatica dei condensatori.

I. KLEMENCIC. *Ricerche sulle vibrazioni elettriche con gli elementi termoelettrici* (*Ivi*, pag. 173). — L'A. studia le vibrazioni di Hertz per mezzo di un elemento termoelettrico saldato fra le estremità di un induttore secondario. Coll'uso di due di tali induttori, di cui uno serve da campione e l'altro si sposta nello spazio da esplorarsi, egli è riuscito a misurare la distribuzione dell'energia in un raggio riflesso da uno specchio primario, e sia lungo l'asse del raggio, quanto in direzione ad esso normale.

Philosoph. Magaz. Vol. 28, 1889.

Lord RAYLEIGH. *Sulle frange d' interferenza acromatiche.* — Nelle interferenze luminose la larghezza delle frange che ne risultano, misurata p. es. da una linea nera all'altra, dipende ordinariamente dal colore della luce impiegata, e perchè si possano veder molte frange è necessario che la luce sia il più possibile omogenea. Se fosse assolutamente omogenea non vi sarebbe limite al numero delle frange visibili, o ciò che più è da notare, non vi sarebbe modo di distinguere una frangia dall'altra, non essendovene più una centrale come nei casi in cui la luce non è omogenea. Quando la luce invece è bianca vi può essere una fran-

gia centrale, colla quale coincide il massimo della luce; e questa frangia, essendo bianca, può esser detta acromatica. I sistemi di frange non sono tuttavia usualmente acromatici; ma ne esistono, e l' A. chiama acromatici quei sistemi nei quali non solo i massimi dell' intensità luminosa cadono in uno stesso luogo per tutti i colori, ma è anche uguale per tutti i colori la distanza fra le frange. E come si usa per gli obiettivi acromatici, si posson dire acromatici anche quei sistemi nei quali la coincidenza anzi detta non si ha per tutti i colori, ma soltanto per due dei principali; e la colorazione che allora rimane si può chiamare secondaria. Tali frange furon note a Newton, e furon poi studiate da Talbot, da Cornu, e da Mascart; anche l' A. se ne occupò nel suo articolo „ On Wawe Theory " della *Enc. Brit.*; e in questa Nota egli riassume tutti i fenomeni che si riferiscono alle interferenze acromatiche.

Nelle frange di Fresnel e di Lloyd, la distanza fra due righe essendo proporzionale a λ/b, ove λ è la lunghezza d' onda e b la distanza delle due sorgenti luminose, si avrebbe acromatismo se b fosse proporzionale a λ. Nell' esperienza di Lloyd questa condizione può esser sodisfatta sostituendo alla sorgente luminosa lineare uno spettro di diffrazione, e disponendo lo specchio in modo che il suo piano passi per l' immagine centrale bianca della fenditura. L' A. calcola anche il grado di acromatismo che si ottiene se invece dello spettro di diffrazione si fa uso in questo caso dello spettro prismatico, disposto in modo che per i raggi più luminosi sia $d(\lambda/b) = 0$.

Un sistema di frange acromatiche si può anche ottenere osservando per mezzo di un prisma un altro sistema di frange; e il Rayleigh calcola lo spostamento che in questo caso subisce la frangia bianca centrale, e tratta della spiegazione data da Airy dell' apparente anomalia che si osserva in quello spostamento. Per le frange di Fresnel si ottiene uno spostamento analogo della frangia acromatica centrale; ma tutto il sistema non diviene acromatico, come lo è senza prisma. Invece l' azione del prisma è acromatizzante per le frange prodotte da uno strato d' aria compreso fra una lastra di vetro e la superficie di un prisma, in prossimità della riflessione totale. Nella luce parallela e con uno strato d' aria di spessore costante, l' intensità luminosa è uniformemente distribuita; se lo strato d' aria è debolmente cuneiforme, si presentano le frange acromatiche di Talbot, delle quali è data dall' A. la teoria, prima pel caso che il prisma sia tale che i raggi, avanti e dopo l' interferenza ad una delle superfici del prisma, non subiscano dispersione all' altra superficie, e poi pel caso di un prisma di angolo qualunque.

Passando poi a trattare delle frange di Herschell studiate recentemente dal Mascart, l' A. mostra che non possono essere acromatiche, perchè la loro distanza è proporzionale a λ^2.

In ultimo è studiato il fenomeno che presentano gli anelli di Newton quando sono osservati a traverso di un prisma, e vengono indicate le condizioni in cui è possibile avere, con questo mezzo dei sistemi acromatici.

J. T. BOTTOMLEY. *Dilatazione termica dei fili soggetti a trazione.* — I fili studiati sono di rame e di platinoide (una lega simile all' argentana, ma contenente del tungsteno). Due di essi della stessa specie son posti in un lungo tubo verticale, e son soggetti all' azione continua di pesi disuguali: uno, p. es. eguale a $^1/_{10}$, l' altro alla metà della carica di rottura. La temperatura di quei fili può portarsi rapidamente a 98 o 99° per mezzo di una corrente di vapor acqueo che si fa circolare nel tubo che li contiene.

Quando i fili sono, con tal mezzo, sottoposti a riscaldamenti e raffreddamenti alternativi, non riprendono mai subito la loro lunghezza primitiva; ed è dopo un gran numero di alternative, che è raggiunto lo stato di regime normale; e questo numero di alternative è maggiore pel filo che è soggetto al peso maggiore, il quale si allunga anche di più dell' altro. L' eccesso di dilatazione per il filo più teso è stato trovato dal Bottomley pel rame di $^1/_{53}$, pel platinoide di $^1/_{57}$ della dilatazione normale.

L. DUNCAN, G. WILKES e C. T. HUTCHINSON. — *Determinazione del valore dell' unità* B. A. *di resistenza in misura assoluta, col metodo di* Lorenz. — Gli A. usarono il metodo di Lorenz modificato dal Rayleigh, col quale una parte nota della corrente che circola nei rocchetti indotti è compensata dalla corrente indotta dalla rotazione del disco. Come risultato finale gli A. dànno:

$$1 \text{ unità B. A} = 0{,}9863 \text{ ohm};$$

e servendosi del valore trovato da due di essi per l' unità di mercurio (cfr. *N. Cim.* 28 pag. 86), la lunghezza della colonna di mercurio equivalente all' ohm sarebbe cm. 106,34 a 0° c.

H. H. HOFFERT. *Lampi intermittenti.* — Da una fotografia presa durante una burrasca, l' A. deduce che i lampi consistono di un numero variabile di scariche successive, che si seguono lungo la stessa traiettoria ad intervalli di tempo che in alcuni casi posson esser relativamente lunghi.

R. T. GLAZEBROOK. *Sulla riflessione e rifrazione della luce alla superficie di un cristallo nella teoria dell' etere quasi labile.* — Riferendosi alla Memoria del Gibbs (*N. Cim.* 27 pag. 260)

l' A. mostra come le formule che dànno l' intensità e gli azimut dei piani di polarizzazione, posson dedursi direttamente dalla nuova teoria dell' etere; ma non è possibile riassumer brevemente i calcoli a ciò necessari.

R. J. ANDERSON. *Apparecchio per illustrare le forme cristalline.* — La disposizione adoprata dall' A. consiste in un' intelaiatura particolare, sulla quale si possono spostare diverse puleggie, che si fissano in opportune posizioni. Gli spigoli dei cristalli son rappresentati da fili che passano su quelle puleggie, ai quali sono applicati dei pesi. Variando quei pesi e la posizione delle puleggie, le forme cristalline si succedono l' una all' altra.

E. W. SMITH. *Trasformatore di corrente a shunt.* — Fra due fili paralleli si mantiene una differenza costante V di potenziale, mediante una corrente alternante. Su di essi è posta una derivazione formata da due spirali A e B in serie, e poi un' altra derivazione formata da due gruppi uguali di lampade a incandescenza, parimenti in serie; e fra il punto di unione delle due spirali e quello dei due gruppi di lampade vi è un ponte munito di tasto. La spirale A possiede maggior resistenza, e B maggior autoinduzione. Quando la comunicazione fra le spirali e le lampade è interrotta, ogni gruppo di lampade ha la stessa differenza di potenziale ai serrafili; ma abbassando il tasto le due lampade diventano più luminose: la corrente nelle lampade aumenta, quantunque diminuisca nel circuito complessivo, com' è costatato con un elettrodinamometro. A questa disposizione fu dato da Ayrton il nome di Shunt-Transformer.

L' A. ha fatto un' esperienza simile col trasformatore di Mordey a tre spirali. Se una spirale si adopra per la corrente inducente e le altre due per l' indotta, la somma aritmetica delle ampiezze della corrente indotta è maggiore di quella della corrente inducente.

A. W. WARD. *Sull' uso del doppio quarzo per determinare la posizione del piano di polarizzazione.* — Dalle ricerche analitiche dell' A. resulta che il doppio quarzo non corrisponde allo scopo nel caso di luce polarizzata ellitticamente, perchè nel modo solito di ottener quella luce, la posizione degli assi dell' ellisse è diversa per le diverse lunghezze d' onda. Così possono spiegarsi i resultati inesatti di Wertheim e di altri per la rotazione del piano di polarizzazione nei mezzi birefrangenti.

G. T. BOTTOMLEY e A. TANAKADATÉ. *Sulla posizione termoelettrica del platinoide.* — Il platinoide è una lega simile all' argentana, che contiene del tungsteno, e che possiede proprietà notevoli, sia per la resistenza alle azioni atmosferiche, sia per le applicazioni elettriche. Gli A. hanno trovato che, nel diagramma

di Tait, la linea che si riferisce al platinoide è quasi parallela a quelle del palladio e del nichel, e alquanto al di sopra di quella del nichel.

C. TOMLINSON. *Sulla teoria della grandine.* — Dopo aver accennato alle antiche opinioni sulla formazione della grandine, e dopo aver riportato le obiezioni di Becquerel alla teoria di Volta, l' A. accenna a teorie più recenti, che furon suggerite dai caratteri propri ai cicloni, che presentano i temporali accompagnati dalla caduta della grandine. Così Kämtz attribuisce la formazione della grandine alla bassa temperatura degli strati superiori dell' atmosfera; Muncke all' incontrarsi di venti caldi con venti freddi; ed anche Herschell aveva accennato che la formazione della grandine sembra sempre dipendere da qualche rapida introduzione di una corrente freddissima d' aria in seno a una massa stazionaria, quasi satura, di vapore. Nel 1830 Olmsted concretò quest' idee attribuendo ai cicloni la formazione della grandine; e in fatti nei cicloni una massa d' aria che ruota attorno a un asse, più o meno inclinato sulla terra, è più o meno rarefatta in mezzo o attorno al vortice e così può trasportare aria fredda dal di sopra, o aria calda e umida dal basso, sodisfacendo, nell' un caso o nell' altro, alle condizioni necessarie alla formazione della grandine.

Questa teoria è stata elaborata e illustrata di poi dal Ferrel, e con essa si spiegano molti fenomeni che accompagnano la caduta della grandine, come la grande velocità in direzioni oblique, e talvolta orizzontali, che ha la grandine; e con quell' ipotesi si spiegan anche le forme che presentano spesso i grossi pezzi di grandine. Così l' alternarsi, in quei pezzi, di strati opachi e trasparenti di ghiaccio, sarebbe dovuto al fatto che quando un chicco di grandine è stato trasportato dove la corrente è troppo debole per sostenerlo, comincia a discendere ed è trascinato nel mezzo del vortice, da dove altre correnti lo riportano in alto, e così via, facendolo passare alternativamente dalle regioni ove si ricopre di nevischio opaco, a quelle ove si ricopre di ghiaccio trasparente.

La Memoria è accompagnata da una tavola ove son riportate le forme di molti pezzi di grandine caduti durante diversi cicloni; e tutte confermano con la teoria di Olmsted.

C. V. BURTON. *Sulla capacità indefinita di produrre lavoro (endless availability), e su una restrizione al principio di* Carnot. — Le esperienze descritte dall' A. porterebbero alla conclusione che non si possa ammetter con certezza il principio di Carnot nei casi in cui fra due porzioni finite della sostanza che compie il ciclo ha luogo separazione chimica; ma i dettagli indicati non sono veramente sufficienti per giudicare se tutte le precauzioni

furon prese perchè il ciclo descritto fosse effettivamente chiuso. Ecco una delle esperienze del Burton:

Un dializzatore è costituito da un vaso A, chiuso al fondo da una membrana, e sostenuto in un bicchiere C per mezzo di pezzi di sughero. Il bicchiere posa su una lastra di vetro, e il tutto è coperto da una campana a chiusura ermetica con cera e grasso, come si usa per quelle delle macchine pneumatiche.

S' introduce in A una soluzione satura di solfato di sodio (Na_2SO_4, $10H_2O$) con un cristallo dello stesso sale in eccesso. Dopo 14 giorni il cristallo è disciolto, e la massima parte, circa $^5/_6$, del liquido è passata nel vaso C. Mescolando i liquidi di A e di C, che sono alla stessa temperatura, la temperatura del miscuglio si inalza di 1°,2 c. Lasciando a sè il miscuglio, la soluzione si raffredda e il giorno dopo si trovano deposti alcuni cristalli in quantità apparentemente uguale al cristallo posto in A, e alla temperatura iniziale; così il ciclo secondo l' A., è chiuso, e si è avuto un aumento di energia.

Ma qui non è considerato lo stato iniziale e finale della membrana dializzante, nè sono state fatte le pesate dei cristalli, nè è detto se la temperatura alla quale avviene la prima trasformazione è rimasta rigorosamente costante per i 14 giorni della sua durata.

A. Tanakadaté. *Sull' effetto termico dovuto alle inversioni del magnetismo nel ferro dolce.* — Con 130 giri di filo di ferro del diametro di cm. 0,115, coperto di cotone, fu formato un anello circolare, sul quale furono avvolte poi 177 spire di filo di rame coperto di seta. Su un anello uguale di legno furono avvolte altrettante spire del medesimo filo, e ambedue le spirali furon riunite in serie nel circuito di una pila, insieme a un invertitore a ruota formato da 80 denti. Sull' anello di ferro, prima di porvi la spirale magnetizzante, fu fissata una delle saldature di una coppia rame-platinoide, e l' altra saldatura fu fissata sull' anello di legno. In tal modo nel misurare, con questa coppia termoelettrica, la differenza di temperatura fra i due anelli, era eliminata l'azione del calore fornito dalla corrente magnetizzante; ma tuttavia per la diversa conduttività termica dei materiali, al passaggio di una corrente continua era la saldatura fissata all' anello di legno che presentava maggior temperatura. Per le correnti alternanti l' effetto era invertito; e tenendo conto di tutte le cause di dispersione e di tutte le perturbazioni, l' A. ha potuto costatare che l' 80 per °/₀ circa dell' energia assorbita nell' isteresi va impiegata a riscaldare il ferro; che la velocità con cui si compie il ciclo ha poca influenza sull' isteresi, almeno fra 28 e 400 inversioni al secondo; e che in $^1/_{400}$ di secondo il ferro dolce acquista almeno

il 70 % del magnetismo che acquisterebbe se l'azione magnetizzante durasse delle ore.

S. P. Thompson. *Note sull'ottica geometrica.* — L'A. espone come si possono stabilire le formule degli specchi e delle lenti usando le curvature delle onde luminose, anzichè le notazioni ordinarie.

T. P. Dale. *Su una relazione fra la densità e la refrazione degli elementi gasosi e di alcuni loro composti; con una Nota di* A. W. Rücker. — Secondo il Dale, dai dati contenuti nelle tavole di Everett si ha

$$\log \frac{\mu - 1}{d} = ac$$

ove μ è l'indice di refrazione, d la densità, c una costante indipendente dalla natura della sostanza, e a un numero intero.

Il Rücker fa osservare che $\frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2}$ è considerato come l'espressione del volume delle molecole contenute nell'unità di volume della sostanza, e che pei gas, pei quali μ è prossimo all'unità, questo volume è sensibilmente uguale a $\frac{2}{3}(\mu - 1)$; talchè indicando con v e con m il volume e la massa di una molecola, con n il numero delle molecole per unità di volume, si avrebbe

$$\frac{\mu - 1}{d} = \frac{3}{2} \frac{nv}{nm} = \frac{3}{2} \frac{v}{m}.$$

Se allora si ammette la relazione indicata dal Dale, si ha

$$\frac{v}{m} = \frac{2}{3} e^{ac};$$

vale a dire: le densità delle molecole dei corpi gassosi formerebbero una progressione geometrica.

H. A. Rowland. *Sul rapporto delle unità elettrostatiche a quelle elettromagnetiche.* — Il metodo usato in questa determinazione, che fu eseguita circa 10 anni or sono, consisteva nel caricare un condensatore di forma e dimensioni ben note, a un potenziale misurato con un elettrometro assoluto accuratissimo, e nel farlo poi scaricare attraverso un galvanometro la cui costante era esattamente conosciuta. Il resultato ottenuto fu, in media, $v = 29\,815 \,.\, 10^6$ cm/sec. La differenza fra i valori estremi fu circa di $1/2$ %, e l'A. si era astenuto, per questo, dal pubblicare le sue ricerche, eseguite quando il metodo Maxwell era incerto a motivo del valore non ancora fissato per l'ohm; e vi si è deciso

adesso perchè il suo resultato possa confrontarsi con quello delle seguenti ricerche del Rosa, che furono eseguite con lo stesso condensatore.

E. B. ROSA. *Determinazione del rapporto* v *fra le unità elettromagnetiche e quelle elettrostatiche.* — Il metodo usato dal Rosa fu quello del Maxwell, come lo applicò J. J. Thomson nel 1883. Per caricare e scaricare il condensatore furono usati due diapason: uno con 30 e l' altro con 130 vibr. compl. al sec. Col secondo diapason la media dei valori di $10^{-10} v$ fu 2,9994, col primo 3,0023; e assegnando un peso doppio al resultato ottenuto col secondo diapason, il quale funzionava, nell' insieme, con maggior regolarità, la media è 3,0001. Lasciando invece alcune misure non troppo sicure, la media generale resulterebbe

$$v = 2,9993 \,.\, 10^{10} \text{ cm/sec.}$$

Questo valore è ottenuto ammettendo che sia

$$1 \,.\, \text{B} \,.\, \text{A} = 0,98664 \text{ ohm.}$$

R. THRELFALL e A. POLLOCK. *Sulla pila di* Clark, *come sorgente di correnti deboli costanti.* — Da un' osservazione di più mesi gli A. hanno dedotto che in una pila Clark, in cui le superfici del mercurio e dello zinco sono assai grandi e lo spessore della pasta di solfato di mercurio è maggiore di $^1/_4$ di pollice per correnti di circa 0,001 amp. la polarizzazione è così debole che l' intensità della corrente può variare al più del 0,5 $^0/_0$.

C. TOMLINSON. *Sui parafulmini e sui magazzini di polvere.* — Prendendo motivo dall' incendio della fortezza di Königstein presso Dresda, causato la notte del 15 maggio 1889 da un fulmine, l' A. fa la storia delle discussioni avvenute alla *Royal Society* al tempo di Franklin, per la protezione della Torre di Londra, e specialmente della polemica sostenuta dal Franklin col Wilson, che riteneva *più pericoloso che utile l' uso delle punte*, e che raccomandava invece i conduttori smussati. L' A. conclude, riportando anche l' opinione che gli era stata espressa in proposito dal Maxvell, che la miglior protezione contro i fulmini si ha coll' uso delle reti metalliche, come fu praticato da Melsen pel palazzo municipale di Brusselles.

H. S. CARHART. *Pila di* Clark *migliorata, con piccolo coefficiente termico.* — Per eliminare gl' inconvenienti che presenta la pila di Clark, l' A. ha riconosciuto che occorre anzi tutto grande precisione e proprietà nel prepararne i materiali. Il mercurio deve esser distillato nel vuoto dopo essere stato depurato coi noti mezzi chimici. Il solfato di zinco deve esser privo di ferro e di

ogni altra impurità; il solfato mercuroso deve esser reso privo affatto, o quasi, di solfato mercurico, usando eccesso di mercurio, abbassando la temperatura al di sotto di quella alla quale avviene l'azione chimica, e lasciando per qualche tempo a sè il miscuglio del sale, dell'acido e del mercurio. In tal modo si ottiene un sale che resta bianco, non solo quando col lavaggio si sia portato via l'acido libero, ma anche quando si mescola colla soluzione normale di solfato di zinco; e resta bianco indefinitamente anche nella pila, se non è fortemente illuminato.

L'azione locale si può prevenire impedendo allo zinco di venire a contatto col sale di mercurio; e questo aumenta del 0,4 per $^{0}/_{0}$ la f. e. m.

La relazione fra la f. e. m. e la temperatura è, per la pila usata dall'A.:

$$E_t = E\,[1 - 0{,}0_3\,387\,(t - 15) + 0{,}0_6\,5\,(t - 15)^2]\,,$$

e il coefficiente termico per 1° di aumento nella temperatura è $0{,}0_3\,386 + 0{,}0_5\,1\,(t - 15)$, cioè varia da $0{,}0_3 376$ a 0°, a $0{,}0_3 361$ a 40°.

Con più di 30000 ohm di resistenza esterna queste pile non mostrano polarizzazione alcuna; con 10000 ohm in 5 minuti una diminuzione di $^{1}/_{10000}$ della f. e. m.

C. H. LEES. *Sulla legge del raffreddamento e sulla sua relazione con alcune equazioni della teoria analitica del calore.* — Dall'uso della legge di Newton sul raffreddamento, che si sa inesatta, posson derivare errori notevoli, se non nelle misure calorimetriche, almeno in quelle che servono a determinare sperimentalmente la conduttività termica mediante il rapporto della conduttività termica esterna h, a quella interna k. Così, dall'equazione

$$c\rho\,\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dx}\left(k\,\frac{dv}{dx}\right) - \frac{p}{q}\,h\,v$$

del moto del calore in una sbarra nella quale le superfici isoterme son piane, ove v è l'eccesso di temperatura, nel punto x, sulla temperatura dell'aria, p e q sono il perimetro e l'area della sezione della sbarra, ρ la densità, c il calorico specifico, ammettendo ρ, k, h e c costanti si ha per il regime costante

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{ph}{qk}\,v\,;$$

ma l'A. dalle sue esperienze ha trovato che h cresce circa del 50 $^{0}/_{0}$ quando la temperatura varia da 30° a 80° c., e che anche k e c variano quasi del 5 $^{0}/_{0}$, anzichè restar costanti come è ammesso nella teoria.

Per una sbarra infinita, scaldata a temperatura uniforme, e lasciata raffreddare nell'aria, essendo $\frac{dv}{dx} = 0$, la (1) diviene

$$c\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{p}{q} h v ;$$

ma l'A. in vece di questa considera la forma più generale

$$c\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{p}{q} hf(v)$$

e cerca quale delle forme più semplici che si posson supporre per $f(v)$ si accordi meglio coi resultati delle sue esperienze, eseguite su delle sbarre di diversi metalli, ma tutte nichelate, lunghe 26 cm. e del diametro di cm. 1,9. Egli trova che la forma migliore è

$$f(v) = v^n \qquad \text{con } n > 1 ,$$

e che per le sbarre da esso studiate è $n = 1,21$. Il valore $n = 1$ si può prender soltanto per piccole differenze di temperatura, inferiori a 50 gradi, e quando c e k si posson ritener costanti. Per le sbarre nichelate, più larghe, usate dal Mitchell nella ripetizione delle esperienze di Forbes, l'A. trova $n = 1,26$.

R. Threlfall. *Misura delle resistenze specifiche molto elevate.*

R. Threlfall e A. Pollock. *Misura della resistenza dello solfo non depurato.* — Nella prima Nota son descritte le misure fatte sulla resistenza di alcune gomme della Nuova-Galles del Sud: nessuna di esse ha un valore pratico come isolante.

La seconda Nota, più che per i resultati trovati è da indicarsi per il metodo usato, che consisteva nell'ottener deviazioni uguali in un galvanometro ad alta resistenza, prima facendo agire una frazione conosciuta della f. e. m. di una pila Clark attraverso un megohm di resistenza, e poi facendo agire attraverso uno strato di solfo, compreso fra due dischi conduttori, la f. e. m. di un numero opportuno di pile Clark.

C. V. Burton. *Su una base fisica della teoria degli errori.* — In due maniere la legge degli errori può esser dedotta: o si posson fare ipotesi le più generali possibili, in modo che i resultati possano avere la più larga applicazione, e si avvicinino alla fine il più possibile al vero: o si può trattare ogni caso separato come un problema speciale del calcolo delle probabilità, tenendo conto di tutto ciò che è noto a proposito di quel caso.

L'A. illustra questo secondo metodo trattando alcuni casi speciali: e mostra come la combinazione di tre o più cause indipendenti di errore, di egual importanza, conduce a una legge che

differisce ben poco da quella di Laplace; talchè il metodo dei minimi quadrati è praticamente il più vantaggioso, eccetto quando una sola causa di errore, con una legge molto diversa da quella delle altre, predomina su tutte.

W. G. Gregory. *Modo di eccitare elettricamente i diapason.* — Nel modo ordinario di mantenere le vibrazioni dei diapason, gl' impulsi son dati dalla elettrocalamita nei momenti più sfavorevoli, cioè quando le branche del diapason sono stazionarie. L' A. ha modificato come segue la disposizione elettrica:

Fra le branche del diapason, che è stato magnetizzato in modo da farne una calamita a ferro di cavallo, si trova la solita elettrocalamita M, e una delle branche porta il solito contatto mobile incluso nel circuito della pila, e provvisto di un condensatore; ma, invece di mandarla in M, la corrente della pila passa nel circuito primario di un rocchetto d' induzione, e in M passano le correnti indotte del circuito secondario col quale è unita. Così in M passano correnti alternate, in direzioni opposte ad ogni chiusura e ad ogni apertura del circuito della pila, e aggiustando opportunamente il contatto quando il diapason è fermo, i due impulsi che risultano da quelle due correnti indotte posson farsi avvenire appunto nel mezzo dell' oscillazione, e in ogni periodo completo si hanno due impulsi invece di un solo come col metodo ordinario.

Un altro metodo, ma meno pratico, consiste nel far uso di due contatti, uno per ciascuna branca, e di un condensatore. Un' armatura del condensatore è unita al diapason; l' altra all'elettrocalamita M, il cui circuito contiene ora la pila e uno dei contatti mobili. Il pozzetto dell' altro contatto è unito a un punto del circuito, situato fra M e la pila; e così M è percorsa dalle correnti di carica e di scarica, e la sua azione è analoga a quella che ha nella disposizione precedente.

Wied. Ann. der Phys. und Chem. Vol. XXXIX — 1890.

A. Winkelmann. *Sulla composizione del vapore che si svolge dai miscugli liquidi.* — Secondo quanto fu trovato da Planck (*Zeitschr. für phys. Chem.* 2, pag. 405, 1888) fra la composizione di un miscuglio di due liquidi e quella del vapore che se ne svolge dovrebbe aversi la relazione

$$c_1 - c_1' = \frac{p_0 - p}{p_0} \qquad (1)$$

ove c_1 è la concentrazione del miscuglio, c_1' quella del vapore, p la tensione del vapore del miscuglio, p_0 quella massima del va-

por acqueo per la temperatura alla quale è stato misurato p. Le concentrazioni son date dalle formule

$$c_1 = \frac{n_1}{n + n_1} \qquad c_1' = \frac{n' + n_1'}{n_1'} ,$$

essendo n_1 il numero delle molecole della sostanza disciolta ed n quello delle molecole d'acqua del miscuglio, ed n_1' e n' le corrispondenti quantità pel vapore. Perchè la (1) sia valida bisogna che n sia grande rispetto a n_1 e n' rispetto a n_1'.

Per verificare sperimentalmente la (1) è necessario che la quantità evaporata sia una frazione piccolissima della massa liquida primitiva, perchè la composizione di questa non subisca alterazione sensibile. L'A. ha pensato perciò di determinare la composizione del vapore deducendola dall'indice di refrazione di una piccolissima quantità (0,08 g.) fatta condensare in un dilatometro Abbe.

Con un miscuglio di 6,2 d'alcole propilico in 93,8 d'acqua (in peso) l'A. ha trovato che in 100 parti di vapore ne son contenute 52,3 d'alcole alla temperatura di 31°,5; 57,4 a 40°,7 e 60,8 a 51°,5; e questi valori concordano assai bene con quelli che si ottengono dalla (1) purchè si tenga conto delle condizioni sperimentali, nelle quali le ipotesi relative alle grandezze n non son del tutto verificate.

Anche i valori che si deducono da un'altra formula di Planck, e che è

$$c_1 - c_1' = (\vartheta - \vartheta_0) \frac{7380 - 6{,}531\, \vartheta_0}{\vartheta_0^2} ,$$

ove ϑ è la temperatura assoluta a cui bolle il miscuglio, e ϑ_0 quella dell'ebollizione dell'acqua alla pressione p, concordano assai bene con quelli dedotti dalle esperienze. Lo stesso vale per i miscugli nei quali predomina l'acqua sull'alcole, e pei quali il vapore contiene più acqua del miscuglio liquido.

W. C. Röntgen. *Proprietà elettriche del quarzo.* — È la continuazione di uno studio cominciato a pubblicare nei vol. 18 e 19 dei *Wied. Ann.* Qui l'A. ha trovato che nell'istante in cui si comincia a torcere un cilindro di quarzo che ha l'asse quasi parallelo all'asse ottico, esso si elettrizza, e che lo stato elettrico aumenta colla torsione e cambia di segno quando la torsione diminuisce. In un cilindro allo stato neutro lo stato elettrico cambia di segno anche col senso della torsione. La distribuzione dello stato elettrico sulla superficie laterale è tale che il cilindro è diviso in 4 zone con due piani fra loro perpendicolari, e il segno dell'elettricità cambia da una zona all'altra.

L' A. ha costatato anche il fenomeno inverso: che cioè un cilindro di quarzo si torce quando si elettrizza nel modo che è stato sopra trovato.

H. E. J. G. Du Bois. *Il fenomeno magneto-ottico di* Kerr. — Già dagli studi del Kundt l' A. aveva dedotto che, come per la luce trasmessa, probabilmente anche per quella riflessa dai magneti, la rotazione del piano di polarizzazione avrebbe dovuto essere proporzionale alla magnetizzazione (*N. Cim.* 24, pag. 267); ora egli ha studiato più precisamente tale questione, evitando le complicazioni ottiche coll' adoperare luce incidente quasi normalmente sul metallo.

I corpi studiati furono ellissoidi di rotazione fatti di diverse sostanze magnetiche (ferro, cobalto, nichel, magnetite) e provvisti di piccole faccette speculari piane in diverse porzioni della loro superficie.

Dall' insieme delle esperienze fatte l' A. deduce che la rotazione ε (cioè l' angolo fra la vibrazione rettilinea incidente e l' asse maggiore della vibrazione ellittica riflessa) è proporzionale alla componente J_n della magnetizzazione normale allo specchio fra cui si effettua la riflessione; e che almeno una porzione delle radiazioni attraversa lo strato superficiale riflettente, subisce colà l' azione magnetica, e poi vien riflesso.

La costante K della relazione $\varepsilon = KJ_n$ che esprime la legge anzidetta, e che è chiamata dall' A. la *costante di Kerr*, dipende dalla lunghezza d' onda della luce adoperata, e varia pochissimo con la temperatura.

F. Richarz. *Sulla polarizzazione galvanica degli elettrodi di platino nelle soluzioni diluite di* H_2SO_4, *per grandi densità di corrente.* — La polarizzazione fu studiata da prima dall' A coi metodi di Ohm, di Wheatstone e di Buff; ma questi metodi furono riconosciuti inesatti; perchè la resistenza del bagno elettrolitico dipende dall' intensità della corrente, e ciò per fenomeni particolari che si presentano, analoghi a quello di Leidenfrost, quando gli elettrodi hanno piccolissima superficie, per il fatto che per piccole intensità lo sviluppo dei gas avviene soltanto da porzioni piccolissime degli elettrodi, e per la resistenza che si presenta al passaggio dagli elettrodi al liquido in seguito alla diffusione dei gas.

L' A. studiò quindi la polarizzazione anche con un nuovo metodo, basato sull' uso dell' interruttore a pendolo di Helmholtz, il quale, a differenza dei dischi rotanti, dei diapason ecc. permetteva di far passare la corrente per un tempo assai lungo attraverso il liquido da studiarsi, affinchè si raggiungesse lo stato stazionario prima d' interrompere il circuito.

Il circuito principale contiene la batteria, il bagno elettrolitico e uno dei contatti c_1 dell' interruttore, sul quale è posto in derivazione il circuito del galvanometro che contiene un altro contatto c_2. Quando il pendolo cade, apre da prima il contatto c_1 e poi, dopo un tempo piccolissimo τ che si può far variare entro certi limiti per mezzo della vite micrometrica dell' interruttore, l' altro contatto c_2. Durante questo tempo τ il galvanometro è contenuto nel circuito principale, e dalla grandezza della deviazione osservata si può calcolare il valore di $\int_0^\tau J\, dt$. Facendo astrazione da prima dall' autoinduzione, si può ritenere che J sia costante durante tutto il tempo τ, e allora quell' integrale ha il valore $J\tau$. Di poi si esclude il bagno elettrolitico, e nel modo stesso di prima si trova il nuovo valore $J'\tau$ di quell' integrale; e finalmente alla pila e al bagno si sostituisce un elemento campione, e si determina al solito il valore $i\tau$ di quell' integrale.

Se la resistenza del galvanometro è tanto grande che in suo confronto le differenze fra le resistenze che via via si sono introdotte nelle successive determinazioni sieno trascurabili, le intensità così misurate sono proporzionali alle corrispondenti f. e. m., e allora se si chiamano E la f. e. m. della batteria, n quella dell' elemento campione, e p la forza contro elettromotrice della polarizzazione, dai valori $J\tau$, $J'\tau$ ed $i\tau$ è facile calcolare il rapporto p/n.

L' A. dimostra poi, che anche tenendo conto dell' autoinduzione, i valori degli integrali anzidetti si posson ritener proporzionali alle corrispondenti forze elettromotrici.

L' applicabilità di questo metodo fu verificata determinando la f. e. m. di 6 elementi Daniell normali, sia singolarmente, sia aggruppandoli fra loro; le differenze massime costatate da un elemento all' altro furono del 0,4 % e per le loro combinazioni del 0,7 %.

Il resultato delle esperienze eseguite sulla polarizzazione fu che in nessun caso, nemmeno per elettrodi piccolissimi di platino la polarizzazione galvanica nelle soluzioni diluite di acido solforico supera il valore di 2,5 Dan. Il valor massimo, si ebbe per l' intensità di 0,001 amp. Al crescere dell' intensità la polarizzazione diminuisce, a motivo forse del riscaldamento notevole.

FINE DEL VOLUME XXVIII SERIE TERZA.

INDICE

RIVISTA

PATTI D'ASSOCIAZIONE

Del Nuovo Cimento si pubblica ogni mese un fascicolo di tre fogli di stampa.

Le associazioni sono obbligatorie per un anno, e gli Associati che per la fine di Dicembre non avranno disdetta l'associazione, s'intendono obbligati per l'anno successivo.

Il prezzo d'associazione per l'intiero anno è fissato come segue:

Per il Regno Italiano, franco al destino it. L. 10. 50

Per l'Estero, come sopra . . . . » 12. —

Le lettere relative a dimande di associazioni, a pagamenti ed a tutto ciò che riguarda l'amministrazione del Giornale, devono essere dirette, franche di Posta, a Pisa, al Gerente *P. Salvioni — Tipografia Pieraccini.*

Ciò che riguarda la Direzione scientifica del Giornale potrà esser diretto a Pisa al Prof. *E. Betti* o al Prof. *R. Felici.*